~~Philos.~~

Technol. 4k
27

[illegible].

R.

Anleitung
zum
gemeinnützigen Unterrricht
für
Handwerker, Künstler
und
Fabrikanten
über die
praktischsten Grundsätze
mathematischer, physischer, chemischer und
technologischer Kenntnisse.

von

P. H. C. Brodhagen,

Lehrer der Handlungs-Academie und Associirten der Hamburgischen Gesellschaft, zur Beförderung der Künste und nützlichen Gewerbe, wie auch ordentlichem Mitgliede der Gesellschaft zur Verbreitung der mathematischen Wissenschaften in Hamburg.

Erster Band.

Hamburg, 1792.
bey F. Bachmann und J. H. Gundermann.

Bayerische
Staatsbibliothek
MÜNCHEN

Bayerische Staatsbibliothek MÜNCHEN

Vorrede.

Die Hamburgische Gesellschaft zur Beförderung der Künste und nützlichen Gewerbe, die sich, seit ihrer Errichtung so thätig und nachdrücklich der Aufnahme aller Arten von Gewerben angenommen, und deren Zweck vorzüglich dahin mit abzielet, Künstlern und Handwerkern, durch gemeinnützige Anstalten, worin sie sich mit den, zu ihrem Gewerbe erforderlichen nützlichen Kenntnissen bekannt machen können, hat schon lange den Wunsch geäussert, eine Lehranstalt für Handwerker zu errichten, in welcher, ohnentgeldlich, die practischsten Kenntnisse aus der Mathematik, Naturlehre, Chemie und der Technologie, gelehret werden sollte. Einzelne ihrer würdigsten Mitglieder nahmen sich dieser heilsamen und nützlichen Sache mit so vielem patriotischen Eifer an, daß im Jahre 1791 würklich mit der Eröfnung dieser Schule der Anfang gemacht wurde. Bei diesem ersten Versuche, bestand der Unterricht größtentheils in den gemeinnützigsten Kenntnissen aus der Arithmetik,

Geometrie und Mechanik. Die Zahl der Zuhörer aus allen Arten von Handwerkern, die über Erwarten groß ausgefallen war; die Aufmerksamkeit und die Lehrbegierde, welche der größte Theil derselben, während des ersten Unterrichts zeigten, erregten bei der Gesellschaft das Verlangen diese Anstalt daurend zu machen. Die Kosten, die aber mit einem Unternehmen von dieser Art, verbunden sind, überstiegen (wegen der vielen Ausgaben, die sie zur Bestreitung von andern nützlichen Anstalten anwenden muß) die Kräfte der Gesellschaft. Verschiedene Mitglieder derselben, schlugen zur Unterstützung dieser Anstalt, einen Plan zur Subscription auf zwey Jahre vor, welcher nicht nur genehmiget, sondern auch zum Ruhme des hamburgischen Patriotismus, glücklich ausgeführet wurde. Der, auf die Art herbeigeschafte Fond, war wenigstens, zur Bestreitung der ersten Kosten, zur Herbeischaffung der nothwendigsten Modelle, und Verfertigung der neuern durch die Schüler selbst, für die zwey ersten Jahre hinreichend. Der Unterricht nahm im October 1791, aufs neue seinen Anfang wieder, und dauerte ununterbrochen bis Ostern 1792, zweymal wöchentlich des Abends von 8 bis 9½ Uhr, fort. Das Auditorium ist der anatomische Lehrsahl, der zu diesem Ende, von der löbl. Gesellschaft der hiesigen Wundärzte rühmlichst dazu eingeräumet wurde. Der Unterricht ward, bei

einer

einer sich ganz auf diese Gelegenheit passenden feyerlichen Rede, von dem jetzigen verdienstvollen Herrn Senator Günther, unter mehr als drittehalbhundert Zuhörer, größtentheils Handwerker und Künstler aus allen Arten von Profeßionen, eröfnet.

Dieses mag hier, von dem ersten Anfange, dieses in der That nützlichen Lehrinstituts, genug gesagt seyn; eine vollständige Geschichte desselben, wird in den Schriften der Gesellschaft selbst vorkommen. Nun erlaube man mir noch einzelne Anmerkungen über den Plan des zu ertheilenden Unterrichts, im allgemeinen hierherzusetzen.

Der Hauptzweck des Unterrichts muß, meiner Meinung nach, dahin abzwecken, dem Handwerker, Fabrikanten und dem Künstler, mit gewissen Grundsätzen und Kenntnissen bekannt zu machen, durch welche er in den Stand gesetzt wird, seine entweder schon erlernete oder noch zu lernende Geschicklichkeit, auf eine bessere, bequemere und für ihn vortheilhaftere und gründliche Art in Ausübung zu bringen, als wenn er sich einzelner mechanischer Fertigkeiten, indem er dem gewöhnlichen Wege folgt, nach und nach erworben hätte.

Vor allen Dingen muß aber der Handwercker erst ein gewisses Interesse für die Sache selbst fühlen, sie als Bedürfniß ansehen, und seine ganze Aufmerksamkeit auf den Vortrag des Lehrers wenden. Diese Aufmerksamkeit muß alsdann der Lehrer einer solchen

Anstalt,

Anstalt, beständig gespant zu halten wissen, welches ihm nicht schwer fallen wird, wenn er bey dem Vortrage das Nützliche und Nothwendige mit dem minder Nothwendigen u. Nützlichen, abwechselnd, auf eine unterhaltende Art, vorzutragen versteht. Daher kann der Vortrag im Ganzen genommen, nichts weniger als systematisch seyn. Indessen muß doch der Anfang mit gewissen Wahrheiten gemacht werden, die der Lehrer, einer solchen Anstalt, aus den Anfangsgründen der Arithmetik, der Geometrie und der allgemeinen Naturlehre, zu nehmen hat. Da er, bei seinen Zuhörern nicht voraussetzen kann, daß sie wissenschaffentliche Dinge in einem Zusammenhange übersehen können, so muß er den Anfang mit den allerleichsten Sachen machen, und zwar mit solchen, wovon der Handwerker beständig Gebrauch macht, oder sie von andern täglich ausüben sieht, ohne daß er den Grund davon anzugeben versteht. Arithmetische Sätze, glaube ich, müssen hier in Verbindung mit den geometrischen erläutert werden, weil er dadurch den Nutzen von beiden Wissenschaften eher gewahr werden wird, als wenn sie ihm, einzeln vorgetragen würden. Diejenigen Handwerker und Künstler, welche bei der Ausübung ihrer Kunst, der Mathematik nicht so sehr nöthig haben, sondern mehr nach chemischen Grundsätzen arbeiten, müssen mit den ersten Anfangsgründen dieser Wissenschaft vorzüglich bekannt

gemacht werden. Daher muß der Vortrag nothwendig abwechselnd seyn. Mit diesen Vorkenntnissen ausgerüstet, kann der Lehrer nun alles das erläutern, was der Handwerker aus den mechanischen Wissenschaften und aus andern Theilen der angewandten und vermischten Mathematik zu wissen nöthig hat, und mit Hülfe der chemisch- und physikalischen Vorkenntniße, läßt sich der schicklichste Uebergang zur Bearbeitung von einem grossen Theil der rohen Produkte machen. In der Mathematik muß der Lehrer alle Sätze durch Modelle erläutern, oder, wenn er diese nicht hat, den Vortrag durch deutliche und vollständige Zeichnungen zu ergänzen suchen. Modelle aller Arten von Maschienen müssen von den Zuhörern, besonders von den Bauhandwerkern, beständig zur Uebung nachgemacht werden. In der Chemie müssen die meisten Sätze durch Versuche erläutert werden. Durch diesen vermischten Vortrag erreicht der Lehrer am Ende den Zweck, einen beträchtlichen Theil der Technologie zurückgelegt zu haben, ohne irgend einem zusammenhängenden Lehrvortrage dabei zu folgen.

Dies ist ohngefähr der Plan, nach welchem ich, den mir von der löbl. Gesellschaft gütigst übertragenen Lehrunterricht, auszuführen hoffe.

Der Mannigfaltigkeit von Kenntnissen wegen, dauert der ganze Unterricht zwey Winter; und um den-

denselben noch lehrreicher und nützlicher zu machen, hat mir die Gesellschaft erlaubt, auf ihre Kosten, einen Leitfaden zu entwerfen, nach welchem in der Folge der Unterricht mehr planmäßiger ertheilt werden kann. Auf die Art ist gegenwärtige Sammlung von Blättern entstanden, die zusammengenommen einen kleinen Band ausmachen. In demselben habe ich mich bemühet, die vornehmsten Wahrheiten aus der reinem Mathematik, der Chemie und der Physik, in beständiger Rücksicht auf Bearbeitung der rohen Materialien, etwas vollständiger und ausführlicher als beim Unterrichte selbst geschehen konnnte, zu erläutern. Da diese Blätter hauptsächlich zur Wiederholung des Vortrages bestimmt sind, so habe ich mir erlaubt, die Gründe der wichtigsten Sätze aus der reinen Mathematik, in gehörige Kürze mit einfliessen zu lassen, weil ich gefunden habe, daß sich unter dieser Klasse von Zuhörern, einzelne befinden, die eben so gerne die Gründe davon einzusehen wünschen, als manche, von denen man es eher erwarten sollte, schon hinlänglich mit den Resultaten dieser Lehren, zu befriedigen sind. Ausser den Kenntnissen, welche in diesem Bande vorkommen, habe ich die vornehmsten Sätze aus der Mechanik, besonders in Rücksicht des Maschienenwesens, und die Bearbeitung einer grossen Menge von rohen Stoffen, in dem ersten halben

Jahre, erläutert. Im zweiten halben Jahre, werde ich die wichtigsten Sätze aus der Hydrostatik, Aerometrie, Hydraulik und der practischen Mechanik, wie auch die Bearbeitung, der mir noch übrig gebliebenen, und zu meinem Zwecke dienlichen rohen Produkte, technisch abhandeln. Der zweite Band dieser Schrift, soll die vornehmsten und practischen Lehren aus diesen Wissenschaften enthalten. Als ein Anhang zum ersten Bande, werde ich gelegentlich, die Anfangsgründe der gradlinigten Trigonometrie, und die Erklärung und den Gebrauch der vornehmsten geometrischen Werkzeuge, die zum Aufnehmen von Gegenden erforderlich sind, folgen lassen.

Inhalt des ersten Bandes.

Nr. 1. Einleitung.

— 2. Begrif eines geometrischen Körpers. Eintheilung des Längen-Maasses. Arithmetische Wahrheiten. Erklärung der Zeichen in der Arithmetik. Allgemeine Begriffe von den Verhältnissen und den Proportionen.

— 3. Fortsetzung der Lehre von den Proportionen. Allgemeine Untersuchung der Körper; Undurchdringlichkeit, Dichtigkeit, Theilbarkeit der Materie; Bestandtheile der Körper.

— 4. Allgemeine Eigenschaften der Salze. Säuren. 1) Vitriolsäure. Gebrauch derselben. 2) Salpetersäure, oder Scheidewasser. Gebrauch derselben. 3) Kochsalzsäure.

— 5. Gebrauch der Kochsalzsäure. Anwendung der Regula Detri. Die verkehrte Regula Detri. Erläuterung der Bruchrechnung.

— 6. Fortsetzung derselben. Additio, Subtractio, Multiplicatio und Divisio der ordentlichen Brüche. Von den Decimalbrüchen.

— 7. Fortsetzung der zehnteiligen Brüche. Verhältniß der Fußmaassen. Erklärung der geraden Linien und Winkeln.

Nr. 8. Erklärung der Dreyecke. Die Laugensalze. Eigenschaften derselben. Fernambucholz. 1) vegetabilisches Laugensalz. Weinstein. Die Zubereitung der Pottasche. 2) Das mineralische Laugensalz. Die Verfertigung der Sode.

— 9. Erklärung der vier- und vielseitigen Figuren in der Geometrie. Beschreibung des Kreises. Eintheilung der Kreislinie in Graden, Minuten und Secunden. Fortsetzung und Verfertigung der Sode. Gebrauch und Nutzen der beiden feuerfesten Lauensalze. Fett. Eintheilung der Oele.

— 10. Eigenschaften der geradlinigten Dreyecke. Gleichheit derselben. Aufgaben. Winkel, und gerade Linien zu halbiren. Perpendicularlinien zu ziehen.

— 11. Fortsetzung von den Eigenschaften der geradlinigten Dreyecke. Parallellinien. Eigenschaften derselben. Parallelogrammen.

— 12. Summe der drey Winkel im geradlinigten Dreyecke. Vieleckswinkeln. Der Transporteur. Gebrauch und Nutzen der bekannten fetten Oele. Thranbrennen.

— 13. Fortsetzung des Thranbrennens. Wallrath. Wachsbleichen. Ruß. Buchdruckerfarbe und

deren Zubereitung. Wachsleinwandfirniß. Firniß auf Metall. Schwarzer Firniß auf Holz und Leder. Gummilack. Terpentin. Geigenharz.
— 14. Zeichnung der vielseitigen Figuren. Nähere Untersuchung der Parallelogrammen und der Dreyecke nebst deren Verwandlungen.
— 15. Fortsetzung dieser Materie. Der Pythagorische Lehrsatz. Seifensiederey.
— 16. Von den Quadratzahlen, deren Zusammensetzung und Ausziehung der Quadratwurzeln.
— 17. Fortsetzung von dieser Materie, und Anwendung der Ausziehung der Quadratwurzel auf rechtwinkligte Dreyecke.
— 18. Fortsetzung von Seifensieden. 3) Vom flüchtigen Laugensalze. Eintheilung der Salze in Neutral- und Mittelsalze. Von den Erden. 1) Die Kalkerde.
— 19. Vom Kalkbrennen. Der Marmor. Marmormühlen. Gebrauch und Nutzen des Kalks. 1) Mörtel und dessen Zubereitung. Puzzelanerde und Traß. Spaar- oder Gipskalk.
— 20. Untersuchung der Linien und Winkeln, die im Kreise vorkommen. Die dahin gehörigen Sätze und Aufgaben.
— 21. Unterschied zwischen rohen und gebrannten Kalk. Fixe Luft. Eigenschaften derselben. Wärmestof. Das Thermometer.

Nr. 22. Fortsetzung der Materie in Nr. 20. Aehnlichkeit der Dreyecke.

— 23. Fortsetzung. Der verjüngte Maaßstab.

— 24. Die Verfertigung der Thermometer. 2) Gebrauch des gebrannten Kalks bei der Verfertigung des Zuckers. Die Zuckersiederey.

— 25. Der Proportionalzirkel. Von der Ausmessung der Flächen.

— 26. Die Zuckersiederey. 3) Gebrauch des gebrannten Kalks in der Färberey. Allgemeine Begriffe über die Gährung. Die Bereitung des Indigo.

— 27. Ausmessung der Flächen.

— 28. Fortsetzung von der Ausmessung der Flächen, besonders der Kreisfläche.

— 29. Die Bereitung des Waids. Unterschied der gumi- und harzigten Körper. Die Verfertigung der Indigküpe, und allgemeine Grundsätze der Färberey.

— 30. Die kalte Indigküpe. Die Waid- und Indigküpe. Beschreibung des Krapps oder der Färberröthe. Das Durchgehen der Küpe. Die Zubereitung des sächsischen Blau.

— 31. Von der Lage der Linien und Flächen. Beschreibung der geometrischen Körper.

Nr

Nr. 32. Fortsetzung. Ausmessung der Körper. Anwendung davon auf die Ausmessung des Holzes. Holztafeln zu verfertigen. Von den Kubiczahlen und Ausziehung der Kubicwurzel.

— 33. Fortsetzung dieser Materie.

— 34. Der cylindrische Visirstab. Ausmessung der Fässer.

— 35. Der kubische Visirstab. Die Berechnung des runden Holzes. Von Pyramiden und Kegeln.

— 36. Pyramiden und Kegel zu berechnen. Den körperlichen Inhalt einer abgeköpften Pyramide und eines abgeköpften Kegels zu finden. Anwendung dieser Rechnungen.

— 37. Berechnung der Kugel.

Verbesserungen und Druckfehler.

Nr. 2. Seite 12. Zeile 9. von unten lies 100 für 1000 Lin.

— 3. — 22. — 9. von oben lies $\frac{1}{67}$ für $\frac{3}{2908}$ Loth.

— 13. — 104. — 13. von unten l. Geigenharz f. Geizenharz.

— 17. — 136. — 6. von unten l. $\frac{103,23}{12}$ f. $\frac{103,23}{9}$

— und eben daselbst für 11, 47 Fuß l. 8, 60 Fuß.

— „ „ — „ „ 5. „ unten f. $\frac{47}{100}$ l. $\frac{60}{100}$ Fuß.

— „ „ — „ „ 4. „ — f. angege l. angegeben.

— „ „ — „ „ 2. „ — f. 5. l. 7. Zoll.

— und eben daselbst f. 5 Z. 7, 68 L. l. 7 Z. 2, 40 L.

— 28 „ 223. Zeile 4 von oben für 100 l. 400.

Eben daselbst Zeile 8 — f. $(\frac{16-9}{100})^{314}$ l. $(\frac{16-9}{400})^{314}$

„ „ „ 15 — f. 100 l. 400.

„ „ „ 16 — f. den Nenner 100 l. 400.

„ 224 „ 13 — f. Fig. 71 l. Fig. 72.

„ „ „ 11 — unten f. 288 Theile l. 2×288

„ „ „ 4 — „ f. $\frac{BA+EC}{2}$ l. $\frac{AB\times EC}{2}$

und eben daselbst f. $\frac{288+686}{2}$ = l. $\frac{288\times 686}{2}$

— 37. „ 290. in der 94. Fig. muß die Linie AC bis T verlängert werden, und da, wo die Linie CO die Linie e G P schneidet, ist der Buchstab h ausgelassen, und in eben der Figur ist die Linie C d nicht ausgezogen worden.

Anleitung

zum
gemeinnützigen Unterricht
für

Handwerker, Künstler u. Fabrikanten

über die

praktischsten Grundsätze

mathematischer, physischer, chemischer und technologischer Kenntnisse.

Einleitung.

Alle Handwerker bearbeiten rohe **Produkte**, **Materialien**, **Naturalien**, die sie erst durch eine gewisse erlernte Geschicklichkeit in **Kunstprodukte** verwandeln. Diejenigen, welche sich nicht mit der Bearbeitung der rohen Produkte beschäftigen, gehören nicht mehr zu den Handwerkern.

Die Kenntniß der rohen Produkte lehret die **Naturgeschichte**. Mit der Untersuchung der Mischung und Bestandtheile der Körper, wie auch mit der Trennung, oder Scheidung und Zusammensetzung derselben, beschäftiget sich die **Chemie** oder die **Scheidekunst**.

 Die

Die Eigenschaften und die Wirkungen der natürlichen Körper anzugeben, ist ein Vorwurf der **Physik** oder der **Naturlehre.**

Alle Körper nehmen einen gewissen Raum ein, haben eine bestimmte Grösse, die von ihrer Figur abhängt, und um die Grösse dieses Raums auszumessen, gebraucht man die **Mathematik** oder die **Grössenlehre.**

Diese Wissenschaft, die von einem so weiten Umfange ist, und auf alle Körper die in der Welt sind, sich anwenden läßt, theilt man in die **reine**, in die **angewandte** und in die **vermischte** Mathematik. Unter der erstern begreift man die **Arithmetik** oder **Rechenkunst**, die **Geometrie** oder die **Ausmessung** der Körper; und die **Trigonometrie**, oder Berechnung der Seiten der Dreyecke, wie auch noch eine andere hiehergehörige Wissenschaft, die unter dem Namen der **Algebra** vorkömmt.

Die reine Mathematik betrachtet die Grösse, insofern sie rein, und nicht mit an-

dern Dingen, die sonst dazu gezählt werden, vermischt ist. Ein Raum von 1 Fuß lang, breit und hoch, gehöret zur reinen Mathematik; ist dieser Raum aber mit Eisen, oder einer andern Materie angefüllt, so gehöret er zur angewandten Mathematik.

Die erste Anwendung der reinen Mathematik geschieht auf die Lehre von der Bewegung der Körper. Die Kräfte, durch welche ein Körper in Bewegung gesetzt wird, sind sehr verschieden. Vorzüglich gehören dahin die Kräfte der Menschen, der Thiere, der leblosen Körper, als Wasser, Luft, Dünste, ꝛc. Diese Kräfte werden auf feste und flüßige Körper angewendet. Wird ein fester Körper, oder eine Last von einer bestimmten Kraft, blos gehalten, ohne daß eine Bewegung erfolgt, so heißt dieser Zustand das **Gleichgewicht**, und die Wissenschaft, welche feste Körper in diesem abhandelt, heißt die **Statik**, bey flüßigen Körpern die **Hydrostatik**; betrachtet man aber den festen Körper in Bewegung, so handelt diese Lehre die **Mechanik**, und bey flüßigen Körpern die **Hydraulik**, ab. Die Luft, welche unsere Erde in einer beträchtlichen

Höhe umgiebt, und ohne die wir nicht leben können, ist ein flüßiger Körper, und besitzt ausser dieser Flüßigkeit noch die Eigenschaft, daß sie sich zusammendrücken läßt, und sich von selbst wieder ausdehnet, oder den vorigen Raum einnimmt, welche Eigenschaft die **Elasticität** oder Federkraft heißt. Die Bewegung, und die Kraft dieses flüßig elastischen Körpers auf andre, wird in der **Aerometrie** gelehrt.

Alle diese Wissenschaften zusammengenommen, finden ihre beständige Anwendung in der Anlegung und der Zusammensetzung aller unserer Maschinen, sie mögen von Menschen, Thieren, oder auch von leblosen Kräften beweget werden. Man begreift diese Wissenschaft unter dem Namen der **praktischen Mechanik.**

Die Lehre von der Bewegung findet auch ihre Anwendung auf solche Körper, deren Natur wir nicht einmal kennen. Dahin gehöret das Licht. Wir betrachten diesen Körper 1) nach dem Wege, den er nimmt, oder nach der Richtung, wie uns die Körper erscheinen. Hiemit beschäftiget sich die Optik im eigent-

eigentlichen Verstande, wohin man auch die Perspectiv rechnen kann, wiewol ihre Gründe ganz aus der Geometrie hergenommen werden müssen; 2) betrachten wir die Lichtstrahlen so, wie sie von Körpern hervorgebracht werden, die das Licht zurückwerfen, so geschieht dieses in der Catoptrik; stellen wir 3) die Untersuchung über die Lichtstrahlen mit solchen Körpern an, die zwar das Licht durchlassen, aber dasselbe von seinem geraden Wege ablenken; so gehören diese Untersuchungen in die Dioptrik.

Ausser diesen erwähnten Wissenschaften giebt es noch eine andre, die zur angewandten Mathematik gehöret, und von einem grossen Umfange ist, aber nicht so sehr wie die vorigen zu unserm gegenwärtigen Plane gehöret. Sie heißt die Astronomie, oder die Sternkunde; und beschäftiget sich vorzüglich mit der Erscheinung der Himmelskörper, mit der Bewegung derselben, und mit der Ursache dieser Bewegung.

Zu der Astronomie rechnet man die Schiffkunst, welche lehrt, wie der Weg eines Schiffes jedesmal auf der See zu bestimmen sei. Sie ist

eigentlich ein Theil der mathematischen Geographie. Diese letztere handelt von der wahren Gestalt und Größe der Erde, die nur mit Hülfe der Astronomie gefunden werden kann. Ferner die **Chronologie** oder die Zeitrechnung, insoferne sich diese auf astronomische Beobachtungen bezieht, und endlich die **Gnomonik** oder die Wissenschaft allerley Arten von Sonnen-Uhren auf Flächen zu entwerfen. Doch diese letztere Wissenschaft ist seit der Erfindung unserer mechanischen Uhren sehr aus dem Gebrauche gekommen.

Ausser diesen erwähnten Wissenschaften, deren Wahrheiten sich fast beständig auf reine Mathematik gründen, giebt es noch einzelne, die neben diesen Kenntnissen viele andere, die theils aus der Erfahrung genommen, theils aus andern Wissenschaften entlehnet worden sind, voraus setzt. Man begreift sie unter dem Namen der **vermischten Mathematik**. Dahin rechnet man hauptsächlich folgende: Die **Bauwissenschaften**, die aus der **bürgerlichen Baukunst**, der **Kriegsbaukunst**, oder **Fortifikation**, der **Wasserbaukunst** und der **Schiffbaukunst** bestehen. Die erste lehrt

allerlei

allerlei Arten von Gebäuden in bürgerlichen Leben zweckmäßig zu entwerfen und aufzuführen; die andere sucht den Zweck zu erfüllen, den Anfall eines jeden von aussen abzuhalten; oder einen Ort so zu befestigen, daß sich wenige gegen viele darin vertheidigen können; die dritte lehrt verschiedene Arten von Vorrichtungen, als Dämme, Schleusen ꝛc. im Wasser aufzuführen, um dadurch entweder das Wasser abzuhalten, oder dasselbe auch mit Vortheil zu einem andern Zwecke benutzen zu können. Die vierte endlich beschäftiget sich damit, Schiffe zu verschiedenen Absichten des bürgerlichen Lebens einzurichten und zu bauen. Zu der Kriegsbaukunst zählt man auch noch die **Artilleriewissenschaft**, welche nicht nur von dem Geschütze selbst, sondern auch von dem Gebrauche, Einrichtung ꝛc. desselben handelt. Sie entlehnt ihre Grundsätze ganz aus der Chemie und der Mechanik.

Noch verdienet hier, ehe ich diese Eintheilung schliesse, der Eintheilung aller der rohen Produkte, die wir auf der Erde antreffen, erwähnt zu werden.

Es giebt sehr viele Körper, an denen wir gewisse Gliedmassen (Organe) gewahr werden, wodurch sie ihre Nahrung zu sich nehmen, wachsen und ihres Gleichen hervorbringen. Es giebt aber auch viele andere, bei denen wir dieses nicht antreffen, die nur durch Anhäufung von aussen größer werden oder wachsen, aber nicht leben. Sie sind einfacher, dauren daher auch weit länger. Zu diesen gehören die Salze, Steine, Metalle 2c. Zu jenen aber die Pflanzen und die Thiere. Die beiden leztern unterscheiden sich noch darinn, daß die Pflanzen zwar leben, aber keine Empfindung haben und sich nicht willkührlich bewegen können, welches aber bei den Thieren der Fall ist.

Um die Körper desto besser von einander zu unterscheiden, hat man sie in drey grosse Klassen geordnet, die unter dem Namen der **drey Naturreiche** bekannt sind. Die Salze, Erden oder Steine, Metalle und brennbare Körper, wie Schwefel, Steinkohlen 2c. heissen **Mineralien**, oder machen das Mineralreich aus, so wie die Bäume und alle übrige Gewächse, das Pflanzenreich, alle Thiere aber das Thierreich, ausmachen.

Nr. 2.

Anleitung
zum
gemeinnützigen Unterricht
für
Handwerker, Künstler u. Fabrikanten
über die
praktischsten Grundsätze
mathematischer, physischer, chemischer und technologischer Kenntnisse.

Mathematik oder Grössenlehre.

Geometrische und arithmetische Wahrheiten.

Diejenige Wissenschaft, die sich mit der Ausmessung der Körper beschäftiget, heißt die Geometrie.

Alle Körper, die wir sehen, nehmen einen gewissen Raum ein, sind ausgedehnet.

Der geometrische Körper schließt einen zusammenhängenden Raum ein, der nach der Länge, Breite und Dicke ausgedehnet ist.

Größe heißt alles, was sich vermehren und vermindern läßt.

Die Größe besteht aus Theilen, die entweder so zusammenhängen, daß, wo der eine Theil aufhöret, der andere gleich wieder anfängt, oder man kann sich diese Theile auch abgesondert vorstellen. Eine Kugel hört auf eine Kugel zu seyn, so bald man sie zerschneidet. Indessen verliert sie nichts an ihrem Gewichte, sie mag in kleine oder große Stücke zerschnitten werden, wenn nur alle Theile eben so viel wiegen als die Kugel.

Mit zusammenhängenden Grössen beschäftiget sich die Geometrie, und mit den abgesonderten die Arithmetik oder Rechenkunst.

Der Körper hat zu Grenzen Flächen, die in der Länge und Breite ausgedehnet sind. Diese sind von Linien begrenzt, die nur der Länge nach ausgedehnet seyn können, und die Linien haben Punkte zur Grenze, denen alle Ausdehnungen fehlen.

Wenn man Jemand einen deutlichen, vollständigen Begriff von der Größe eines Zimmers geben will, so kann dieses nicht anders geschehen, als daß man denselben

selben die Länge, Breite und Höhe des Zimmers beschreibt; will man aber einem eine klare Vorstellung von der Grösse eines Gartens oder Feldes geben, so ist weiter nichts als Länge und Breite erforderlich; denn es wird keinem Menschen einfallen, nach der Dicke desselben zu fragen. Eben so wenig wird sich einer um die Breite des Weges bekümmern, wenn er blos die Entfernung zweyer Oerter wissen will.

Bey allen diesen Ausmessungen kommt es nur einzig und allein auf den Raum an, den der Körper einnimmt, ob dieser Raum mit etwas angefüllet ist, darum bekümmert sich der Geometer nicht.

Das, was man Länge, Breite und Dicke nennt, muß man sich an den Körper in verschiedenen Richtungen angebracht vorstellen; alle drey Ausdehnungen werden durch einerlei Maas ausgemessen.

Dieses Maas sieht man als eine gewisse Einheit, als eine Grösse, an. Es ist willkührlich, wie gros oder klein man dieses Maas angenommen hat, oder annehmen will. Eben daher rühret aber auch die Verschiedenheit der Maaßen nicht nur in der Benennung, sondern auch in der Grösse. Man messe z. B. Linien nach einem Fusse aus, so ist

er das Maas, oder die Einheit, wornach man die ganze Linie ausmessen kann.

Im gemeinen Leben theilt man den Fuß in zwölf gleiche Theile, die Zolle heissen, und den Zoll wieder in 12 Theile, die Linien genannt werden. Mithin enthält der Fuß 144 Linien. Zur Ausmessung grösserer Linien hat man auch eine grössere Einheit eingeführet, z. E. die Ruthe, von 12, 14 oder 16 Fuß; Ruthen, Fusse, Zolle und Linien bezeichnet man mit ^{o}, $'$, $''$, $'''$.

$5^{o}\ 8'\ 6''\ 4'''$ wird 5 Ruthen, 8 Fuß, 6 Zoll und 4 Linien ausgesprochen.

Bey geometrischen Vermessungen theilt man, der Bequemlichkeit im Rechnen wegen, die Ruthe in 10 Fuß, den Fuß in 10 Zoll, den Zoll in 10 Linien. Hiernach besteht also der Fuß aus 1000 Linien.

Nach der zwölffachen Eintheilung muß man, um grössere Einheiten auf kleinere zu bringen, selbige mit 12 multipliciren, und umgekehrt; kleinere Einheiten auf grössere zu bringen, diese mit 12 dividiren. Bey der geometrischen Eintheilung multipliciret und dividiret man aber mit 10, welches offenbar leichter ist.

Ehe

Ehe ich zu der Erklärung der verschiedenen Maassen und deren Grösse gegen einander weiter gehe, muß ich erst die Erläuterung von verschiedenen arithmetischen Wahrheiten vorangehen lassen.

Jede Zahl läßt sich vermehren und vermindern; also gehören die Zahlen zu den Grössen.

Das Vermehren oder Vergrössern einer Zahl kann auf zweyerlei Art geschehen: Entweder, wenn zu einer Zahl eine oder mehrere andere hinzugesetzt werden, oder wenn eine und eben dieselbe Zahl zu wiederholten malen hinzugesetzt wird. Jenes heißt die **Additio** oder das Zusammenzählen. Dieses die **Multiplikatio** oder das Vermehren.

Die Verminderung einer Zahl kann ebenfalls auf zweyerley Art geschehen: Entweder, wenn von einer Zahl, eine andere kleinere Zahl abgenommen wird, oder wenn diese Zahl zu wiederholten malen von der andern abgezogen wird. Das erste Verfahren heißt die **Subtractio** oder das Abziehen, das zweyte die **Divisio** oder das Theilen.

Anmerk. Es giebt demnach vier Rechnungsarten in der Arithmetik, das Addiren, Subtrahiren, Multipliciren

tipliciren und Dividiren. Diese Rechnungsarten begreift man unter dem Namen der vier Species. Um das Verfahren bequemer auszudrucken oder vorzustellen, hat man in der Arithmetik verschiedene Zeichen erfunden, wodurch die Arbeiten sehr leicht von einander unterschieden werden. So hat man bey der Additio das Zeichen + (welches durch plus oder mehr ausgesprochen wird), bey der Subtractio das Zeichen (–) minus oder weniger, bey der Multiplicatio entweder ein (.) oder ×, und bey der Divisio : das Colon, gewählt. Das Zeichen der Gleichheit ist =; so ist 5 + 3 = 8. Kleiner oder grösser wird durch dieses Zeichen > angedeutet. Die Zahl oder die Größe z. B. eine Linie, ist grösser, wo die Oeffnung hinweist, kleiner, wo die Spitze hinzeigt. So ist 8 > 5, das heißt, 8 ist grösser als 5.

Die Zahl, welche herauskömmt, wenn verschiedene Zahlen addiret werden, heißt die Summe derselben. Z. B. 7 + 8 = 15; hier ist 15 die Summe. Der Unterschied, Differenz, zweyer Zahlen entsteht, wenn man die kleine Zahl von der grössern abzieht: so ist 12 – 8 = 4, oder die Differenz ist 4. Werden verschiedene Zahlen mit einander multiplicirt, so heißt die herausgekommene Zahl das Produkt, und die Zahlen, wodurch dieses Produkt entstanden ist, die Factores. 5 . 8 = 40; hier ist 40 das Produkt, und 5 und 8 die Factores. Bey der Divisio heißt

diejenige Zahl, welche getheilt werden soll, der **Dividend**, und die Zahl, welche theilet, der **Divisor** oder Theiler, und die Zahl, welche anzeigt, wie oft der Divisor in dem Dividend enthalten ist, der **Quotient**, als 20 : 4 = 5. Hier ist 20 der Dividend, und 4 der Theiler oder Divisor, 5 aber der Quotient.

Vermittelst dieser vier Rechnungsarten ist es leicht, andere Zahlen aus gegebenen oder bekannten zu finden: und das heißt **rechnen**.

Vergleicht man zwey Zahlen oder Grössen mit einander, so kann dies auf zweyerley Art zugehen. Ich kann entweder fragen, um wie viel ist die eine Zahl oder Grösse von einer andern unterschieden; oder auch, wie vielmal ist die eine Zahl in der andern enthalten; das erste geschieht durch die Subtractio, und das letztere durch die Divisio. Man nennt dieses das **Verhältniß** von zweien Zahlen oder Größen angeben. Ein Ausdruck, der im gemeinen Leben ziemlich bekannt ist, und oft gebraucht wird.

Wenn man zwey Größen auf die eben erwähnte Art mit einander vergleicht, so kommt man allemal auf eine dritte: denn subtrahirt man beide, so erhält man den Unterschied oder Differenz; dividirt man aber, so findet man den Quotienten.

Das erste Verhältniß heißt das **arithmetische**, das andere das **geometrische**.

In beiden Verhältnissen entstehet allemal die eine Zahl oder Grösse aus der andern.

So ist z. B. der Unterschied zwischen 12 und 7 = 5; addirt man demnach den Unterschied 5 zu der Zahl 7, so hat man die größere Zahl 12.

Man drückt dieses Verhältniß so aus:

7 — 12; hier ist 12 = 7 + 5.

Oder, wenn man 16 durch 4 theilt, so ist der Quotient = 4; multiplicirt man daher den Theiler 4 durch den Quotienten 4, so giebt das Produkt den Dividend, nemlich 16.

Diese Arbeit wird so vorgestellt:

16 : 4; hier ist 16 = 4 × 4.

Hat man zwei Verhältnisse, die entweder einerlei Unterschied, oder auch einerlei Quotienten (Namen oder **Exponenten**, nennt man auch diese Zahl bey einem geometrischen Verhältnisse) geben, so machen beide eine **Proportion** aus; doch mit dem Unterschiede, daß die erste eine arithmetische, die andere aber eine geometrische Proportion heißt.

So ist z. B. 12 — 7 = 15 — 10 eine arith. Proportion; und 8 : 24 = 16 : 48 eine geometrische.

Die erste spricht man gewöhnlich so aus:

Der Unterschied zwischen 12 und 7 ist eben so groß (welches durch das Zeichen = angedeutet wird) als der Unterschied zwischen 15 und 10.

Die andere aber: so vielmal 8 in 24 enthalten, eben so vielmal geht auch 16 in 48 an.

Nr. 3.

Anleitung
zum
gemeinnützigen Unterricht
für
Handwerker, Künstler u. Fabrikanten
über die
praktischsten Grundsätze
mathematischer, physischer, chemischer und
technologischer Kenntnisse.

Anmerkung.

Die geometrische Proportion kommt am meisten im gemeinen Leben vor; die arithmethische gebraucht man vorzüglich zur Kenntniß einzelner künstlicher Zahlen, die in der Arithmetik und überhaupt in der Mathematik von grossem Nutzen sind, und die unter dem Namen der Logarithmen vorkommen, worüber auch in diesen Blättern das Nöthige an seinem Orte gesagt werden soll. Bis dahin wollen wir auch die nähere Anwendung der arithmetischen Proportionen aussetzen, und uns hier nur mit dem Gebrauche und der Anwendung der geometrischen befassen.

Aus dem, was oben vom geometrischen Verhältnisse gesagt worden, daß nämlich die zweyte Zahl

allemal aus der ersten, multiplicirt in den Quotienten oder Namen, Exponenten, entstehe, folgt auch, daß wenn man die erste und vierte Zahl mit einander multipliciret, einerlei Produkt herauskommt, als wenn man die zweyte und dritte Zahl multiplicirt.

Es sei z. B. folgende geometrische Proportion gegeben:

$$4 : 16 = 8 : 32.$$

Hier ist $4 \times 32 = 16 \times 8$.

Denn das zweyte Glied 16 besteht aus dem ersten, multiplicirt in den Exponenten 4; und das vierte ist gleich dem dritten multiplciirt in denselben Exponenten; also muß das Produkt des ersten und vierten einerlei seyn mit dem Produkte des zweyten und dritten Gliedes.

Auf diesen Satz gründet sich folgend Aufgabe:

Aufg. Zu dreyen Zahlen, die vierte geometrische Proportionalzahl zu finden.

Auflös. Multiplicire die zweyte mit der dritten Zahl, und dividire das Produkt durch die erste. Der Quotient ist die gesuchte vierte geometrische Proportionalzahl.

Man

Man soll z. B. zu folgenden drey Zahlen 12, 36 und 48 die vierte finden; so multiplicire man 36 mit 48, und dividire durch 12. Die Zahl, welche auf die Art herauskommt, ist 144.

Nun ist 12 in 36 eben so oft enthalten, als 48 in 144; folglich muß 144 die rechte Zahl seyn.

Dies Verfahren heißt die Regula de tri.

Die nähere Anwendung dieser Regul soll in einer der nächstfolgenden Stücke gezeigt werden.

Allgemeine Untersuchung der Körper; physikalische und chemische Kenntnisse der rohen Stoffe, (Materialien) und deren Verwandlung in Kunstprodukte.

Ausser der Ausdehnung, die, wie wir im Vorigen gesehen haben, jedem Körper zukömmt, werden wir bey einer nähern Untersuchung derselben, noch folgende Erscheinungen gewahr.

Der körperliche Raum ist mit Etwas angefüllet, das wir Materie nennen, und welche verhindert,

daß nicht noch etwas anders, ausser dem Körper, denselben Raum einnehmen kann. Wir begreifen diese Erscheinung unter dem Namen der **Undurchdringlichkeit.** Von dieser Erscheinung überführt uns kein anderer Sinn als der, **des Gefühls.**

Wäre der begrenzte Raum ganz mit Materie angefüllt, oder so, daß er in jedem Punkte undurchdringlich wäre, so würden wir eine Vorstellung von einem vollkommenen dichten Körper haben. Die Erfahrung überzeugt uns aber von dem Gegentheil.

Der Körper hat Zwischenräume (Poren) die mit einer andern Materie angefüllet sind. An einigen Körpern, z. B. am Schwamme, sehen wir diese Zwischenräume mit blossen Augen, an andern werden wir sie durch Vergrösserungsgläser gewahr.

Daraus folget also, daß die Körper eine verschiedene Dichtigkeit haben müssen. Je mehr Materie ein Körper in einem bestimmten Raum in sich schließt, desto dichter ist derselbe. Die Menge der Materie in einem bestimmten Raum, heißt die **Masse** des Körpers, und die Grösse des Raums sein **Umfang** oder **Inbegrif.**

Anmerk.

Anmerk. Von allen Körpern die wir kennen, ist die Platina, (ein Metall, welches wir erst seit 1748 kennen, und in Südamerika gefunden wird) am dichtesten. Auf diesem folgt das Gold, welches Metall der Goldschläger doch so dünne schlagen kann, daß das Licht grün dadurch erscheinet.

Zwey Körper, die einen gleichen Umfang haben, verhalten sich in ihren Dichtigkeiten, wie ihre Massen.

Haben sie einerley Massen, so verhalten sie sich in ihren Dichtigkeiten umgekehrt wie ihre Umfänge.

Um die Dichtigkeiten der Körper mit einander vergleichen zu können, muß man die Dichtigkeit eines andern Körpers zum Grunde legen oder zur Einheit annehmen. Daraus läßt sich alsdann die wahre Grösse des Körpers bestimmen.

Alle Körper sind theilbar. Dies folgt schon aus dem Begriffe der Ausdehnung und den Zwischenräumen eines Körpers. Wie weit diese Theilung geht, läßt sich nicht angeben. Ein geometrischer Körper ist bis ins Unendliche theilbar, weil man hier nur mit dem Raume zu thun hat, welches aber nicht der

Fall

Fall mit der Materie ist. Indessen geht diese Theilung bei einzelnen Körpern bis zum Erstaunen weit.

Unsere Goldschläger schlagen aus einer Goldstange von 18 Speciesdukaten am Gewichte, 4224 Blätter, wovon jedes $3\frac{1}{2}$ Zoll lang und breit ist. Nun wiegen 67 Dukaten 16 Loth, folglich 18 Dukaten = $4\frac{20}{67}$ Loth; also das Gewicht von einem Blatte = $\frac{3}{2908}$ Loth. Noch mehr läßt sich die Theilbarkeit der Körper durch das Drathziehen der edlen Metalle beweisen. Gold- und Silbertressen werden von dem Drathzieher und Plätter, aus sehr dünnen Faden dieser Metalle bereitet, so daß $\frac{1}{16}$ Loth des feinsten Silberdraths eine Länge von 173 Fuß 9 Zoll $7\frac{1}{5}$ Länge Rheinländisches Maas bekömmt. Und dieser Drath wird mit Goldblättern vergoldet, wo die Dicke der schwächsten Vergoldung $\frac{1}{175000}$ einer Linie beträgt.

1 Gran Karmin läßt sich in 921,600 merkliche Theile zertheilen. Auch die riechende Ausflüsse von Blumen, Moschus rc. rc. beweisen die große Theil-

barkeit

barkeit der Körper; dahin gehören auch verschiedene Auflösungen von Körpern.

Eine Masse, wie z. B. ganz reines Wasser, oder ein ganz reines Metall, ist auch in allen ihren Theilen der ganzen Masse gleichartig, sie weichen nur in der Größe von einander ab. Es giebt aber auch viele Körper, besonders Steine, deren Masse nicht gleichartig ist; sie besteht also vielmehr aus verschiedenen Körpern. Auch diejenigen Körper, die aus gleichartigen Theilen bestehen, können vermittelst der Chemie, in ungleichartige Theile zerlegt werden.

Die Körper lassen sich daher auf zweierlei Art theilen. Entweder **physisch**, wo auch die letzten Theile noch immer dem Ganzen ähnlich bleiben; oder **chemisch**, wo die Theile ganz ungleichartig sind. Man nennt diese letztern die **Bestandtheile, Grundstoffe** der Körper.

Wenn z. B. das Glas noch so klein zerstoßen oder zerschlagen wird, so bleiben die Theile noch immer Glas; allein die chemische Theilung geht hierin

viel

viel weiter. Denn sie zeigt, daß das Glas aus Kieselerde, oder Kieselsteinen und aus einem festen Laugensalze besteht. Diese Körper sind demnach die Bestandtheile des Glases. Eben so ist unser Schießpulver aus Salpeter, Schwefel und Kohlen zusammengesetzt; Zinnober aus Quecksilber und Schwefel; unsere gewöhnliche Seife aus Fett und einem Laugensalze (Pottasche); unser Küchensalz aus einem mineralischen Laugensalze und einer eigenthümlichen Säure (Kochsalzsäure); und Messing aus Gallmey und Kupfer rc. rc.

Einzelne von diesen Bestandtheilen können aufs neue zerlegt werden, z. B. der Schwefel, den wir so eben als ein Bestandtheil des Schießpulvers gesehen haben, besteht aus einer Säure und noch einem andern Stoffe. Diese beiden Theile lassen sich nicht weiter zerlegen, und führen daher den Namen: **Elemente.**

Um das Vorhergehende, und noch mehr das Folgende besser zu verstehen, mache man sich im Allgemeinen mit der Erklärung von folgenden rohen Produkten und den Eigenschaften derselben, bekannt.

Nr. 4.

Anleitung
zum
gemeinnützigen Unterricht
für
Handwerker, Künstler u. Fabrikanten
über die
praktischsten Grundsätze
mathematischer, physischer, chemischer und technologischer Kenntnisse.

Salz heißt ein Körper, der sich im Wasser leicht auflöset, und einen merklichen Geschmack auf der Zunge äussert.

Einige Salze lösen sich mehr in warmen als in kaltem Wasser auf; und einige erfordern zu ihrer Auflösung mehr Wasser als andere.

Aus ihrer Auflösung scheiden sich die meisten Salze, durchs Abdampfen, in regelmäßiger Gestalt, die Krystalle genannt werden.

Wegen des erwähnten Unterschiedes, daß sich einige Salze mehr in heißem als in kaltem Wasser auflösen, gewinnt man auch in Grossen, die Krystalle

auf zweierlei Art: entweder durch **Abkühlen** oder durch **Abdampfen**.

Das erste ist der Fall mit solchen Salzen, die nicht in beträchtlicher Menge von kaltem Wasser aufgelöset werden. Sie scheiden sich daher ab, wenn die heiße Auflösung des Salzes anfängt zu erkalten. Mit den andern Salzen würde dieses nicht der Fall seyn, weil das kalte Wasser es aufgelößt erhält. Daher muß man diese durch Abdampfen gewinnen. Zu der ersten Art gehöret der **Salpeter** und zur andern unser **Kochsalz**. Durch das Abkühlen gewinnt man weit größere Krystallen als durchs Abrauchen, welches man deutlich an Salpeter und Kochsalz sehen kann.

Wenn die Salze der ersten Art hinlänglich gesättiget oder eingekocht sind, (die Probe ist, ein wenig Lauge auf ein kaltes Eisen fallen zu lassen, wenn es krystallisirt, so ist die Auflösung gut, wo nicht, so muß sie noch mehr eingekocht werden) so stellt man sie in eignen Gefäßen, (Wachsgefässe) an einen kalten Ort zum Anschiessen hin. In grossen werden die Krystalle auf Horden zum Trocknen hingelegt, auch wohl mit Wasser abgewaschen. Das Flüßige welches

sich

sich von der Salzauflösung nicht einkochen läßt, heißt die **Mutterlauge, Salzlauge, Hecklauge,** und in dieser, stecken ausser dem Salze noch andere fremde Körper.

Viele Salze verlieren in der Hitze ihre Durchsichtigkeit; auch einige schon an der freyen Luft. Das heißt: sie verwittern.

Die vornehmsten Salze, deren Gewinnung und Verfertigung hier nach und nach abgehandelt werden soll, sind folgende: Kochsalz, Salpeter, Vitriole, Alaun und Borax; Salze, deren Kenntniß, Bereitung und Gebrauch, dem Künstler und Fabrikanten zu wissen sehr nützlich ist.

Allein diese Körper sind nicht mehr einfach, sondern zusammengesetzt, und durch die Kunst (Chemie) können wir sie in ihre Bestandtheile zerlegen.

Diese Bestandtheile machen die **Säuren** aus. Man theilt sie in **Mineralsäuren** und **Laugensalze** ein.

Die erstern haben alle einen sauren eigenthümlichen Geschmack, und färben verschiedene blaue

Pflan-

Pflanzensäfte (den Veilchensyrup und die Lackmustinctur) **roth**, und bei andern erhöhen sie die rothe Farbe.

Die Säuren sind die vornehmsten Auflösungsmittel der Körper, und daher von ausgebereitetem Nutzen.

Folgende sind die vornehmsten:

1) Die Vitriolsäure.

Man gewinnt sie aus grünem oder Eisenvitriol (ein metallisches Salz, das in der Folge näher erklärt werden soll) durch eine anhaltende Destillation; auch ziehen die Engländer dieselbe aus dem Schwefel, durch eine Vorrichtung, die noch nicht ganz bey uns bekannt ist. **Vitriolöl** ist die stärkste Säure, und wird am besten in Nordhausen verfertiget. Sie brennt und äzt in die Haut ein; ihre natürliche Farbe ist die weiße, die aber leicht in die braune übergeht, wenn sie mit brennbaren Dingen vermischt wird; Vitriolöl ist nochmal so schwer als Wasser, und friert auch weit langsamer. Setzt man zu einem Theile Vitriolöl, 3 oder 4 Theile destilirtes Wasser, so erhält man **Vitriolgeist.** Hiebey muß man aber nicht das Vitriolöl ins Wasser giessen, sondern umgekehrt, weil sonst alles zerspringen würde.

Gebrauch.

In der Färberey; sie lößt z. B. den Indigo vollkommen auf, und giebt eine schöne blaue Farbe. Vitriolsäure mit Wasser verdünnt, lößt das Eisen sehr lebhaft auf, und bei der Auflösung entwickelt sich ein Menge brennbare Luft. Auch Kalk und Zink wird von ihr sehr leicht aufgelöset. Der Apotheker benutzt sie zu vielen heilsamen Arzneymitteln. Alle mineralische Säuren wirken innerlich, in beträchtlicher Menge genommen, als ein sehr starkes Gift, und daher muß man bey ihrem Gebrauche ja behutsam seyn. Die besten Gegenmittel sind lauwarmes Wasser, welches häufig getrunken werden muß, Habergrüzschleim und frisches Mandelöl.

2) Salpetersäure, oder Scheidewasser.

Im Grossen gewinnt man diese Säure, durch eine Destillation aus dem Salpeter mit Thonerde vermischt. Diese gebraucht der Fabrikant und der Künstler. Sehr stark wird die Säure, wenn man sie mit Vitriolöl, oder auch nur mit Vitriol, destilirt. Sie erhält alsdann den Namen **rauchender Salpetergeist**, und hat eine rothgelbe Farbe, verändert aber diese, wenn sie mit Wasser vermischt

mischt wird; und wenn mehr als die Hälfte Wasser dazu kömmt, erhält sie eine weisse Farbe. Die concentrirte (starke) Salpetersäure ist beizend, und bringt auf der Haut gelbe Flecke hervor. Sie ist etwa $1\frac{1}{2}$ mal schwerer als Wasser, und verürsacht eine starke Kälte mit Eis und Schnee, mit dem Wasser aber erhitzt sie sich.

Gebrauch.

Rauchender Salpetergeist wird von Künstlern und Fabrikanten wenig oder gar nicht gebraucht. Hr. Prof. Gmelin, hat durch sehr genaue Versuche bestätigt, daß man Seide, weisse Landwolle und weisse Haare, keinesweges aber Baumwolle oder Leinwand, durch ein etwa viertelstündiges Einlegen in ein $1\frac{1}{5}$ schweres Scheidewasser bei der gewöhnlichen Luft im Sommer, und bis zu einem starken Grad der Erwärmung im Winter, innerhalb nicht metallischer, langsam in kreis bewegten Gefäßen, und durch nachheriges wiederholtes Durchziehen durch reines Wasser, schön und haltbar, auch gegen die Einwirkung von Urin, Essig und andern sauren Dingen ausdaurend gelb färben kann. — Auch gebraucht man das Scheidewasser zur Gelbbeizung verschiedener Hölzer.

zer. Gelbes Wachs wird durch die Salpetersäure gebleicht. Die Salpetersäure löset alle metallische Substanzen auf, ausgenommen Gold und Platina. Es dienet daher zur Scheidung des Goldes vom Silber; allein zu diesem Gebrauche muß das Scheidewasser rein und von einer bestimmten Stärke seyn. Die Stärke desselben läßt sich am besten durch ein reines feuervestes Laugensalz (gereinigtes Weinsteinsalz, oder auch gereinigte Pottasche) prüfen. Je mehr Laugensalz zur Sättigung nöthig ist, desto stärker ist das Scheidewasser. Seine Reinigkeit erforscht man gewöhnlich durch Eintröpfeln der Auflösung des Silbers in Salpetersäure; ist das Scheidewasser rein, so bleibt es so klar, als es zuvor war; führt es aber Vitriol- oder Kochsalzsäure bei sich, so wird es davon auf der Stelle milchig. Auf die Art kann auch der Silberarbeiter verfahren, um sein unreines Scheidewasser zu reinigen, wenn er gekörntes Silber nach und nach in dasselbe hineinwirft, und damit so lange anhält, bis er sieht, daß das Körnchen, so wie es sich auflößt, keine weisse Streifen mehr zieht, denn wartet, bis die Flüssigkeit ganz klar ist, und sie dann vorsichtig, von dem Bodensatze abgießt.

Ausser dem Gold- und Silberarbeiter gebraucht es auch noch der Färber zu seiner Scharlachcomposition, auch der Messingarbeiter und Kupferstecher; aber mit Salzgeist oder Kochsalz vermischt. Der Rothgiesser mit Vitriolsäure; zum Aezen versetzt man das Scheidewasser mit Silber, und zum Quickwasser, welches man zur Feuervergoldung gebraucht, mit Quecksilber; auch die Huthmacher, zum Abbeizen der Haare, gebrauchen die letztere Versetzung.

3) Kochsalzsäure.

Diese Säure gewinnt man entweder durch Vitriolöl, (welche aber mit Wasser verdünnt seyn muß, und das man auf gewöhnliches Kochsalz gießt,) oder auch durch getrockneten und fein gepulverten Thon, der von Eisentheilen frey sein muß, womit man den vierten Theil ausgetrocknetes Küchensalz vermengt. Jene heißt die concentrirte Kochsalzsäure, oder auch gewöhnlich rauchender Salzgeist, diese aber nur schlechtweg Kochsalzgeist. Der verkäufliche ist fast immer mit Eisentheile verunreinigt, und deswegen gelb von Farbe. Diese Säure ist $1\frac{15}{100}$ mal schwerer als Wasser.

Anleitung
zum
gemeinnützigen Unterricht
für
Handwerker, Künstler u. Fabrikanten
über die
praktischsten Grundsätze
mathematischer, physischer, chemischer und technologischer Kenntnisse.

Gebrauch.

In den Salmiakfabriken und in der Färberey; wird aber die Kochsalzsäure mit Salpetergeist, oder auch dieser mit Salmiak vermischt, so entsteht eine eigene Säure, die unter dem Namen **Königswasser** bekannt ist. Diese Säure ist von großem Nutzen in der Färberey, und ist das Auflösungsmittel des Goldes und der Platina; auch wird das Zinn und der Spiesglaskönig von dieser besser als von einer andern Säure aufgelöset. (Die Forts. in einem der nächsten St.)

Fortsetzung von der, Seite 19. abgebrochenen Materie.

Bey der Anwendung der Regula de tri muß man vorzüglich darauf Acht geben, daß Dinge, die einerlei

Namen führen, gegen einander in Verhältnis gesetzt werden, alsdann wird allemal die gesuchte Zahl, oder das vierte Glied, einerlei Benennung mit dem dritten Gliede bekommen.

Wenn z. B. 12 Arbeiter in einer Woche 72 Mk. verdienen, so werden 50 Arbeiter in eben der Zeit 300 Mk. verdienen. Um dieses Beispiel auszurechnen, so bringe man die Arbeiter in das erste Verhältnis, und das dritte Glied enthalte den Verdienst der ersten Arbeiter, so wird die vierte Zahl, wenn nämlich die zweyte mit der dritten multiplicirt, und durch die erste dividirt wird, den Verdienst der andern Arbeiter ausmachen.

Die Proportion kommt demnach folgendermaßen zu stehen:

12 Arbeiter : 50 Arbeiter = 72 Mk. : 300 Mk.

Denn $\frac{50 \times 72}{12} = 300$

Viele ordnen diesen Satz auch so:

12 Arb. : 72 Mk. = 50 Arb. : 300 Mk.

Die Antwort ist in beiden Proportionen dieselbe, weil es einerlei Produkt giebt, ob ich 72 mit 50, oder 50 mit 72 multiplicire; nur sind, in der letzten

Proportion die Verhältnisse nicht recht geordnet, da Sachen mit einander in Verhältnis gebracht worden sind, die nicht einerlei Namen führen.

Ein geometrisches Verhältnis ändert sich gar nicht, wenn man die Glieder desselben mit einerlei Zahl dividirt oder multiplicirt; also, wenn wir in unserer angenommenen Proportion die beiden Zahlen 12 und 50 durch 2 dividiren, so erhalten wir dafür 6 und 25; oder in eben derselben, aber anders geordneten Proportion, verwandeln sich die Zahlen 12 und 72 in 1 und 6; (wenn beide durch 6 getheilet werden) Zahlen, die einerlei Exponenten oder Namen haben, als die beiden ersten, folglich gleiche Verhältnisse machen. Durch ähnliche Einrichtungen, die man nicht vergessen muß, anzubringen, wird die Rechnung in vielen Fällen abgekürzt.

Oft kommt man aber auf Verhältnisse, wo die Zahlen nicht so gesezt werden können, als in dem angeführten Beispiele geschehen ist, sondern anders geordnet werden müssen. Denn man nehme an, daß die 12 Arbeiter eine Arbeit in 25 Tagen fertig machen können, so werden 50 Arbeiter diese in weniger Zeit zu Stande bringen.

Würde man die Proportion demnach so ansetzen, als wir die vorhergehende geordnet haben, so würde

die vierte Zahl zu groß ausfallen, weil offenbar mehr Arbeiter weniger Zeit gebrauchen; man muß also hier das Verhältniß umkehren, und 50 Arbeiter zum ersten Satze machen. Daher nennt man diese Regul die **verkehrte Regula de tri**; und sie unterscheidet sich von der ordentlichen besonders darin, daß die eine Grösse oder Zahl so zunimmt, wie die andere abnimmt. Unser Beispiel kommt demnach so zu stehen:

50 Arb. : 12 Arb. = 25 Tage zu der gesuchten Zeit.

Diese ist $= \frac{12 \times 25}{50} = 6$ Tage.

folglich können 50 Arbeiter das in 6 Tage verrichten, was 12 Arbeiter in 25 Tagen zu Stande bringen.

Auf das **je mehr** und **je weniger** kommt alles bei dem Ansatze einer solchen Frage an. Denn je mehr Zeit ich gebrauche, desto weniger Arbeiter habe ich nöthig.

Bisher haben wir uns mit Zahlen beschäftiget, die wir als gewisse ganze Zahlen betrachtet haben; allein, sehr häufig führt uns auch die Rechnung auf solche, die wir nicht mehr in diesem Sinne anneh-

meen können. Wenn wir z. B. in dieser geometrischen Proportion

$$4 : 16 = 8 : 32$$

Das erste Glied durch das zweite, oder das dritte durch das vierte dividiren, so wird unser Quotient, oder wie hier, unser Exponent, nicht mehr eine ganze, sondern eine gebrochene Zahl seyn.

Z. B. $\frac{4}{16}$ oder $\frac{8}{32}$

diese Zahlen müssen sich, weil sie zu einer Proportion gehören, völlig einander gleich seyn, denn sonst könnte

$$4 : 16 = 8 : 32.$$

Indessen wollen wir uns doch bemühen, diese Zahlen etwas genauer kennen zu lernen. Sie sind unter dem Namen der **Brüche** bekannt. Die Zahl, welche unter dem Striche steht, heißt der **Nenner** des Bruchs, weil er anzeigt, aus wie viel Theilen das Ganze besteht. Hingegen die Zahl, welche über dem Striche steht, zählt, so zu sagen, wie viel ich von diesen Theilen genommen habe, und hat daher auch den Namen **Zähler** bekommen. Der bezeichnete Bruch ($\frac{4}{16}$) wird durch **vier Sechszehntel** ausgesprochen.

Wenn der Zähler einerlei ist mit dem Nenner, so ist klar, daß der Bruch dem Ganzen gleich ist. Ist aber der Zähler grösser als der Nenner, so enthält

der

der Bruch mehr als ein Ganzes in sich. Z. B. $\frac{15}{6}$. Dieser Bruch besteht aus zwei Ganzen und noch drei Sechstel, welche Art von Brüchen man auch wohl, zum Unterschiede der vorigen, uneigentliche Brüche zu nennen pflegt. Durch diese Benennung wollen wir sie auch in der Folge von den erstern, die man eigentliche nennt, unterscheiden. Ein uneigentlicher Bruch läßt sich leicht auf Ganze bringen, wenn man nur den Zähler durch den Nenner dividirt. Was von der Division übrig bleibt, ist der Zähler eines Bruchs, wovon der Theiler der Nenner ist. Wenn ich $\frac{100}{12}$ eines Fusses habe, so ist dieser Bruch $= 8\frac{4}{12}$ Fuß.

Umgekehrt läßt sich also eine ganze Zahl mit einem angehängten Bruche auf einen uneigentlichen Bruch zurück bringen, wenn man die ganze Zahl mit dem Nenner des angehängten Bruchs multiplicirt, und zu dem Produkte desselben den Zähler addirt, zum Nenner aber den Nenner des angehängten Bruchs setzt. Z. B. $6\frac{7}{8}$ Ruthe ist $= \frac{55}{8}$ Ruthe.

Um den Leser in den Stand zu setzen, die Bruchrechnung völlig zu verstehen, so muß sich derselbe vorzüglich mit folgenden Sätzen bekannt machen:

Der

Der Bruch wird allemal grösser, wenn entweder der Zähler multiplicirt, oder der Nenner dividirt wird. Im ersten Falle mus aber der Nenner, und im zweiten der Zähler weder multiplicirt noch dividirt werden.

Wenn ich den Zähler von $\frac{1}{12}$, zwey, drey, viermal, rc. grösser mache, das heißt, multiplicire, so erhalte ich $\frac{2}{12}$, $\frac{3}{12}$, oder $\frac{4}{12}$, Brüche, die offenbar 2, 3 und viermal grösser sind, als $\frac{4}{12}$. Denn die Eintheilung des Ganzen bleibt unveränderlich, und statt ich vorhin nur ein Theil von demselben genommen habe, nehme ich jetzt doppelt, drei- oder viermal so viel Theile. Eben dies gilt auch für die Division des Nenners. Denn besteht das Ganze aus 6 Theile, und ich nehme einen davon, so muß ich einen nochmal so grossen Bruch haben, als wenn das Ganze aus 12 Theilen besteht, und ich nur einen davon genommen hätte.

Vermöge dieses Satzes sind wir nun im Stande, jeden Bruch mit einer ganzen Zahl zu multipliciren. Habe ich z. B. $\frac{7}{8}$ Zoll, und ich soll diese mit 50 multipliciren, so brauche ich den Zähler nur 50mal grösser zu machen. Folglich ist das Produkt $= \frac{350}{8}$ Zoll $= 43\frac{6}{8}$ Zoll. Eben so muß man auch verfahren, wenn man wissen will, wie viel Zolle $\frac{5}{6}$ eines Fusses betragen. Hier multiplicire man den Zähler mit 12, (weil 12 Zoll = 1 Fuß) so ergiebt sich $\frac{60}{6}$ Zoll = 10 Zoll. Mit uneigentlichen Brüchen verfährt man auf eben die Art. Z. B. $3\frac{3}{4} \times 100 = \frac{15}{4}$ $\frac{1500}{4} = 375$.

Ein

Ein Bruch wird mit einer ganzen Zahl dividiret, wenn entweder der Zähler dividirt, oder der Nenner multiplicirt wird. Auch hierbei muß man weder den Nenner, wie im erstern Falle, noch den Zähler, wie im zweiten, durchaus nicht verändern. Gesetzt, ich soll den Bruch $\frac{3}{4}$ mit 3 dividiren, so kann dies entweder so geschehen, daß ich dreymal wenigere Theile nehme, oder daß ich auch das Ganze in dreymal mehr Theile theile, als der Bruch vorhin Theile hatte. Dreymal wenigere Theile nehmen, heißt doch wohl nichts anders, als den Zähler des Bruchs durch 3 dividiren, und das Ganze in dreymal mehr Theile theilen, heißt nichts anders, als den Nenner des Bruchs durch 3 multipliciren. So erhalte ich also $\frac{1}{4}$ oder $\frac{3}{12}$; zwey Brüche, die sich völlig einander gleich sind.

Eben so $5\frac{3}{8} : 16 = \frac{43}{8} \times 16 = \frac{43}{128}$.

Ein Bruch bleibt sich völlig gleich, so bald der Zähler und der Nenner mit einerlei Zahl multiplicirt oder auch dividirt wird. Dieser Satz folgt aus den beyden vorhergehenden. Denn wenn ich den Zähler des Bruchs mit einer Zahl allein multiplicire, so wird der Bruch um diese Zahl mal grösser; multiplicire ich aber auch den Nenner mit eben dieser Zahl, so wird der Bruch um eben diese Zahl mal kleiner; mithin muß er sich gleich bleiben; und eben dies ist auch der Fall, wenn Zähler und Nenner durch einerlei Zahl dividirt wird.

Z. B. $\frac{3 \times 4}{4 \times 4} = \frac{12}{16}$ $\frac{12 : 4}{16 : 4} = \frac{3}{4}$.

Nr. 6.

Anleitung
zum
gemeinnützigen Unterricht
für
Handwerker, Künstler u. Fabrikanten
über die
praktischsten Grundsätze
mathematischer, physischer, chemischer und technologischer Kenntnisse.

Durch diese drei Sätze werden wir im Stande sein, Brüche zu addiren, subtrahiren, multipliciren und zu dividiren. Denn man nehme an, wir sollen $\frac{3}{4}$ und $\frac{5}{6}$ addiren, so würde dies keine Schwierigkeit haben, wenn beide Brüche einerlei Namen führten; man brauchte alsdann nur die Zähler derselben zu addiren, und die Summe derselben würde die Summe der beiden Brüche ausmachen. Allein, unsere Brüche haben verschiedene Benennung, mithin können wir nicht 3 und 5 zusammenlegen: damit aber beide Brüche einerlei Nenner bekommen, so multiplicire man sowol den Zähler als den Nenner des ersten Bruchs, ($\frac{3}{4}$) mit dem Nenner (6) des andern, und diesen mit dem Nenner (4) des erstern, so bleiben beide Brüche sich nicht nur gleich, sondern werden auch einerlei Namen bekommen. Denn

$$\frac{3 \times 6}{4 \times 6} = \frac{18}{24}; \text{ und } \frac{5 \times 4}{6 \times 4} = \frac{20}{24}.$$

Die Summe von beiden ist also $= \frac{18 + 20}{24} = \frac{38}{24} = 1\frac{14}{24} = 1\frac{7}{12}$. Diesen letzten Bruch ($\frac{7}{12}$) erhält man durch die Divisio des Zählers und des Nenners mit zwei; weil der Bruch sich völlig gleich bleibt, wenn Zähler und Nenner durch einerlei Zahl dividirt wird, wie wir vorhin bewiesen haben. Dies Verfahren heißt: Brüche **abbreviren** oder **abkürzen**. Die Zahl, wodurch dieses geschieht, heißt der **gemeinschaftliche Theiler**.

(Siehe hierüber weitläuftiger, mein Handbuch der theoretisch- und praktischen Arithmetik, ꝛc. Hamb. 790.)

Um den Unterschied zweier Brüche von verschiedenen Nennern zu finden, bringe man sie vorher auf einerlei Benennung, wie bei der Additio gezeigt worden ist, und subtrahire alsdann ihre Zähler. Ihr Unterschied ist der Unterschied der Brüche. Wenn ich z. B. den Unterschied zwischen $\frac{7}{8}$ und $\frac{5}{6}$ wissen will, so multiplicire ich jeden Bruchszähler und Nenner durch des andern Bruchs Nenner, und erhalte alsdann zwei Brüche, die einerlei Namen oder Nenner haben. So ist

$$\frac{7 \times 6}{8 \times 6} = \frac{42}{48} \text{ und } \frac{5 \times 8}{6 \times 8} = \frac{40}{48}$$

Nachdem

Nachdem dieses geschehen ist, brauche ich nur 40 von 42 abzunehmen; und ich behalte also $\frac{2}{48} = \frac{1}{24}$; weil der Bruch $\frac{2}{48}$ sich durch 2 theilen läßt.

(Siehe mein Handbuch der theor. und praktischen Arithm. Seite 28.)

Brüche addiren und zu subtrahiren, werden viele sagen, geht an, und läßt sich noch wohl begreifen; aber Brüche mit einander zu multipliciren und zu dividiren, das ist schwer! und besonders können wir nicht verstehen, warum zwei eigentliche Brüche, wenn sie mit einander multiplicirt werden, einen kleinern Bruch geben, als die Brüche selbst sind, woraus das Produkt entstanden ist? Daß dieses würklich so sei, so nehme man an, es soll $\frac{1}{2}$ mit $\frac{1}{4}$ multiplicirt werden. Multiplicirt man $\frac{1}{2}$ mit **Eins**, oder einem Ganzen, so bleibt das, was herauskommt, beständig $\frac{1}{2}$. Ich soll aber nicht mit 1, sondern mit $\frac{1}{4}$, oder dem vierten Theil von dem Ganzen, multipliciren; folglich muß das erste Produkt ($\frac{1}{2}$) viermal zu groß werden. Um einen Bruch aber viermal kleiner zu machen, brauche ich, wie wir vorhin gesehen haben, den Nenner desselben nur mit 4 zu multipliciren. Unser Produkt wird demnach $= \frac{3}{8}$ werden. $\frac{1}{2}$ mit $\frac{1}{4}$ zu multipliciren, heißt also weiter nichts, als den vierten Theil von $\frac{1}{2}$ nehmen. Aus diesem Grunde muß das Produkt nothwendig kleiner werden, als einer der Factoren.

 Soll

Soll ich $\frac{1}{2}$, statt $\frac{1}{4}$ mit $\frac{3}{4}$ multipliciren, so muß das Produkt nochmal so groß werden als das vorhergehende, und dies erhält man durch die Multiplicatio des Zählers. Um also Brüche mit einander zu multipliciren, **multiplicire man Zähler mit Zähler, und Nenner mit Nenner,** z. B. $\frac{5}{6} \times \frac{7}{8} = \frac{35}{48}$; $2\frac{3}{4} \times 5\frac{5}{7} = \frac{11}{4} \times \frac{40}{7} = \frac{440}{28} = 15\frac{5}{7}$.

Um zwei Brüche mit einander zu dividiren, so multiplicire man den **Dividend** mit dem **umgekehrten Divisor,** das Produkt ist der gesuchte Quotient. $\frac{3}{4} : \frac{5}{8}$ heißt $\frac{3}{4}$ multiplicirt mit $\frac{8}{5} = \frac{24}{20} = 1\frac{1}{5}$.

Würden beide Brüche, die man mit einander theilen soll, einerlei Nenner haben, so brauchte man nur die beiden Zähler mit einander zu dividiren. Wenn ich z. B. frage, wie vielmal ist $\frac{3}{12}$ in $\frac{9}{12}$ enthalten, so ist dies doch wohl eben so viel, als wenn ich fragte, wie oft läßt sich 3 in 9 dividiren; und kein Mensch wird daran zweifeln, daß 3 in 9 dreimal enthalten ist; eben so wenig auch daran, daß $\frac{3}{12}$ in $\frac{9}{12}$ sich dreimal theilen läßt. Mit $\frac{3}{4}$ und $\frac{5}{8}$ geht dies aber nicht an, weil die beiden Nenner verschieden sind. Man bringe sie daher nach dem vorhergehenden auf einerlei Benennung, so wird man die Wahrheit von der eben angeführten Regul bestätiget finden.

Denn

Denn $\frac{3 \times 8}{4 \times 8} = \frac{24}{32}$; und $\frac{5 \times 4}{8 \times 4} = \frac{20}{32}$ also $\frac{24}{32} : \frac{20}{32}$ geht $\frac{24}{20}$stel mal an. Kehrt man daher den Theiler oder Divisor um, das heißt: macht man aus $\frac{5}{8}$, $\frac{8}{5}$, und multiplicirt damit $\frac{3}{4}$, so erhält man ebenfalls $\frac{24}{20} = 1\frac{4}{20} = 1\frac{1}{5}$

Eben so verfährt man mit uneigentlichen Brüchen. z. B. $5\frac{3}{4} : 2\frac{2}{3} = \frac{23}{4} \times \frac{3}{8} = \frac{69}{32} = 2\frac{5}{32}$.

Dies ist alles, was ich in diesen Blättern über die gewöhnliche Bruchrechnung habe sagen können. Wer mehr darüber zu wissen verlangt, den muß ich auf mein Handbuch der theor. und praktischen Arithmetik verweisen.

Ausser diesen Brüchen giebt es noch andere, die besonders in allen mathematischen Rechnungen von vielem Nutzen sind, und deren Kenntniß wir in der Folge gar nicht entbehren können. Sie unterscheiden sich von den gewöhnlichen vorzüglich darin, daß das Ganze entweder aus 10, oder 100, oder 1000 Theilen u. s. w. besteht. Daher heissen sie auch **Decimal- oder zehntheilige Brüche.** Selbst unsere gewöhnliche Zahlen sind nach dieser Ordnung zusammengesetzt. Denn eine Zahl, die aus verschiedenen Ziefern besteht, von der weiß man doch, daß die erste Ziefer, die am weitesten zur rechten Hand steht, zehnmal kleiner ist als die, welche um eine Stelle nach der linken Hand zu, weiter steht, und diese wieder

um

um zehmal kleiner wie die dritte, u. s. w. Daher kommt auch die Eintheilung der gewöhnlichen Zahlen in Einer, Zehner, Hunderter, u. s. w. Schreibt man z. B. 534 hin, so ist die Ziefer 4 in dieser Ordnung zehnmal kleiner als die Ziefer 3, und diese wieder zehnmal kleiner als die Ziefer 5. Nun nehme man an, daß auf der Einer noch eine andere Ziefer folgt, so müßte dieselbe zehnmal kleiner seyn als die Einer selbst, offenbar also Ein Zehntel; und die darauf folgende wieder zehnmal kleiner, folglich ein Hundertel, u. s. w.

Dies wären demnach Brüche, die immer um zehnmal kleiner werden. Es lassen sich daher diese Art Brüche als ganze Zahlen ansehen, wenn man selbige nur von den ganzen Zahlen durch ein Comma, (,) oder ein Punkt (.) absondert. So würde z. B. 5,345 so ausgesprochen werden müssen: 5 Ganze, drei Zehntel, 4 Hundertel und 5 Tausendtel. Besteht der Bruch aus keinem Ganzen, so setzt man in die Stelle derselben, eine Null. Z. B. 0,25 heißt 0 Ganze, 2 Zehntel und 5 Hundertel, oder welches einerlei ist, 25 Hundertel.

In der gewöhnlichen Bruchrechnung habe ich gezeigt, wie man verfahren müsse, einen Bruch in Theile von einem gewissen Ganzen aufzulösen, nämlich den Zähler des Bruchs mit den Theilen, woraus das Ganze besteht, zu multipliciren, und das Produkt durch den Nenner zu theilen. So ist z. B.

$\frac{5}{6}$ eines Fusses = 10 Zoll, wenn der Fuß zu 12 Zoll angenommen wird. Will man daher einen Bruch in Zehn- Hundert- Tausendtheile auflösen, so verfahre man gerade so, als wenn man den Bruch in 12 oder 16 Theile auflösen will. Nun ist doch offenbar leichter, eine Zahl mit 10, 100 oder 1000 zu multipliciren als mit 12, 16, oder 48, u. s. w. Multiplicirt man also den Zähler eines Bruchs mit 10, oder 100, oder 1000, und dividirt durch den Nenner, so hat man einen Quotienten, der aus 10, 100, oder 1000 Theile besteht; also ein Dezimalbruch. So ist z. B. $\frac{3}{4} = 0,75$, denn 3×100, und durch 4 getheilt, giebt $\frac{75}{100} = 0,75$. So läßt sich also auf eine sehr leichte Art jeder Bruch in einen zehntheiligen Bruch verwandeln.

Oft kommt man bei der Verwandlung der Brüche auf solche, die sich nicht genau durch zehntheilige Brüche darstellen lassen. Allein dies hindert nicht, um keinen Gebrauch von diesen Brüchen machen zu können, weil man sich dem Werthe desselben so weit nähern kann, als man nur immer Lust hat. Von der Art ist der Bruch $\frac{5}{6}$. Verwandelt man denselben in einen Dezimalbruch, so erhält man 0,833333 .... u. s. w. Bedeutet der Bruch, $\frac{5}{6}$ eines Fusses, so sieht man leicht, daß er schon scharf genug gefunden worden ist, wenn man denselben bis auf die vierte Dezimalstelle berechnet hat. Er ist nur um $\frac{2}{10000}$ oder um $\frac{1}{5000}$ zu klein. Welche Kleinigkeit ist dies

aber in Rücksicht eines ganzen Fusses! Und so ist es auch mit ähnlichen.

Dezimal- oder zehntheilige Brüche addiren oder zu subtrahiren, verfährt man gerade so, als man bei ganzen Zahlen zu thun gewohnt ist. Man addirt die Zehntel zu den Zehnteln, Hundert zu den Hunderteln, u. s. w. Eben ist dies der Fall bei der Subtraction.

Z. B.	5,6704209	6,07325
	7,8009672	4,93864
	Summe = 13,4713881	Differ. = 1,08561.

Auch bei der Multiplicatio verfährt man gerade so, als wenn man ganze Zahlen mit einander multipliciren soll; nur von dem Produkte schneide man so viele Stellen von der rechten zur linken Hand ab, als die Summe der Decimalstellen in den Factoren ausmacht. — Und das Dividiren geschieht auf eben die Art, als bei ganzen Zahlen. Von dem Quotienten müssen aber so viele Ziefern von der rechten zur linken Hand abgeschnitten werden, als der Unterschied der Decimalstellen von dem Dividend und Divisor beträgt. Folgende Beispiele werden das Verfahren noch mehr erläutern.

Nr. 7.

Anleitung
zum
gemeinnützigen Unterricht
für
Handwerker, Künstler u. Fabrikanten
über die
praktischsten Grundsätze
mathematischer, physischer, chemischer und technologischer Kenntnisse.

Multiplicationsbeispiel.

$$\begin{array}{r} 2{,}345 \\ 5{,}274 \\ \hline 9380 \\ 16415 \\ 4690 \\ 11725 \\ \hline 12{,}367530 \end{array}$$

Der eine Factor $2{,}345 = 2\frac{345}{1000}$; der andere $5{,}274 = 5\frac{274}{1000}$.

Multiplicirt man nun nach der gewöhnlichen Bruchrechnung $2\frac{345}{1000}$ mit $5\frac{274}{1000}$, so ist das Produkt $= \frac{12367530}{1000000} = 12\frac{367530}{1000000} =$ 12,367530.

Divisionsbeispiel.

25,64) 16,3452 (63 = 0,63
15,384

9612
7692

1920

Hier muß man von dem Quotienten 2 Zahlen von der rechten zur linken Hand abschneiden, weil der Dividend 4, der Divisor aber 2 Dezimalstellen hat, folglich enthält derselbe nur Brüche.

Einerlei Quotienten wird man bekommen, wenn die beiden Decimalbrüche auf ordentliche Brüche gebracht werden.

Denn $16\frac{3452}{10000} : 25\frac{64}{100} = \frac{163452}{10000} \times \frac{100}{2564}$
$= \frac{16345200}{25640000} = \frac{163452}{256400} = 0{,}63 \ldots$

Die bis jetzt erläuterten arithmetischen Wahrheiten schienen mir zur Ausführung meines Zwecks durchaus nothwendig zu seyn, um dadurch meine Leser in den Stand zu setzen, geometrische Sätze, die ich nun nach und nach erklären werde, ohne Anstoß zu verstehen.

Ich muß daher meine Leser bitten, dasjenige wieder nachzusehen, was ich gleich im Anfange dieser Blätter von Seite 10 bis 13 über geometrische Grösse und Ausdehnung gesagt habe.

Wenn im bürgerlichen Leben der Fus in 12 Zolle, in der Geometrie aber derselbe in 10 Zolle eingetheilet wird,

wird, wie ich Seite 12 angemerkt habe, so werden sich beide Fusmassen, wenn beide gleich groß angenommen werden, in Ansehung der Eintheilung wie 12 : 10 = 6 : 5 verhalten; oder 6 zwölftheilige Zolle, ꝛc. sind gleich 5 zehntheilige; oder 1 geometrischer Zoll ist = $1\frac{1}{5}$ = 1, 2 zwölftheiligem Maaße.

Nach diesem Verhältnisse läßt sich also das eine Fusmaaß leicht auf das andere bringen.

Da die Grösse des Fusmasses so sehr verschieden ist, und in den meisten Ländern in Ansehung der Grösse von einander abweicht, man auch nicht allemal Gelegenheit hat, sich das Fusmaaß von jedem Lande anzuschaffen, so muß man durch eine genaue Vergleichung derselben gegen einander, diesen Mangel auf eine andere Art zu ersetzen suchen.

Zu dieser Vergleichung hat man in der Mathematik und der Naturlehre den französischen Fuß angenommen. Dieser wird in 12 Zolle, der Zoll in 12 Linien, und jede Linie in zehn gleiche Theile eingetheilet, so daß der Fus aus 1440 zehntheiligen oder aus 14400 hunderttheiligen Linien besteht.

Von diesen gleichen Theilen gehen auf den

Hamburger Fuß	12700	Calenberger Fus	12916
Amsterdammer	12570	Dänischen	14034
Berliner	13730	Danziger	12715
Braunschweiger	12650	Frankfurther	12700
Bremer	12820	Hannöverschen	12953
Breßlauer	12600	Holsteiner	13376

Königs-

Königsberger	13640	Rostocker	12820
Leipziger	12520	Rußischen	23856
Londner	13511,54	Schwedischen	13159
Lübecker	12870	Stettiner	12530
Mannheimer	12865	Strasburger	12820,8
Mecklenburger	12890	Ulmer	12953
Nürnberger	13467	Wiener	14011,7
Rheinländischen	13913	Würtemberger	12780
Rigaischen	12160	Zürcher	13300

Nach dieser kleinen Tabelle lassen sich die Fusmaassen verschiedener Länder und Städte mit einander auf folgende Art vergleichen:

Wenn ich z. B. aus der Tabelle sehe, daß der Hamburger Fus aus 12700 Theile des französischen Fusses bestehe, und auf den Rheinländischen 13913 derselben gehen, so müssen sich beide Fusmaassen gegen einander umgekehrt wie diese Zahlen verhalten. Das heißt: 13913 Hamb. Fus = 12700 Rheinl. Wollte ich wissen, wie viel 50 Rheinl. Fus Hamb. machen, so müßte ich so rechnen:

13913 Hamb. Fus : 12700 Rl. = 50 F. H.?
Die vierte Zahl ist = 45, 64 = 45′ 7″ 8, 16‴
zwölftheiliges Maaß.

Ich müßte den Satz umkehren, wenn ich Rheinländische auf Hamburger Fusse bringen wollte.

Wenn ich in einer Linie etliche Punkte nach Gefallen annehme, und diese Punkte liegen alle nach einerlei Richtung, so heißt die Linie eine gerade.

Liegen

Liegen aber zwei oder mehrere Punkte in der Linie nicht mehr nach einerlei Richtung, so kann die Linie auch nicht mehr eine gerade heissen; und ändert sich gar die Richtung alle Augenblick, so muß eine krumme Linie entstehen.

Eine Fläche ist in der Länge und Breite ausgedehnet. Kann man eine gerade Linie so in die Fläche legen, daß ihre beiden Endpunkte ganz in dieselbe fallen, so erhält man dadurch eine Vorstellung von einer geraden Ebene.

Wenn nun zwei gerade Linien AC und BC, (Fig. 1.) welche in

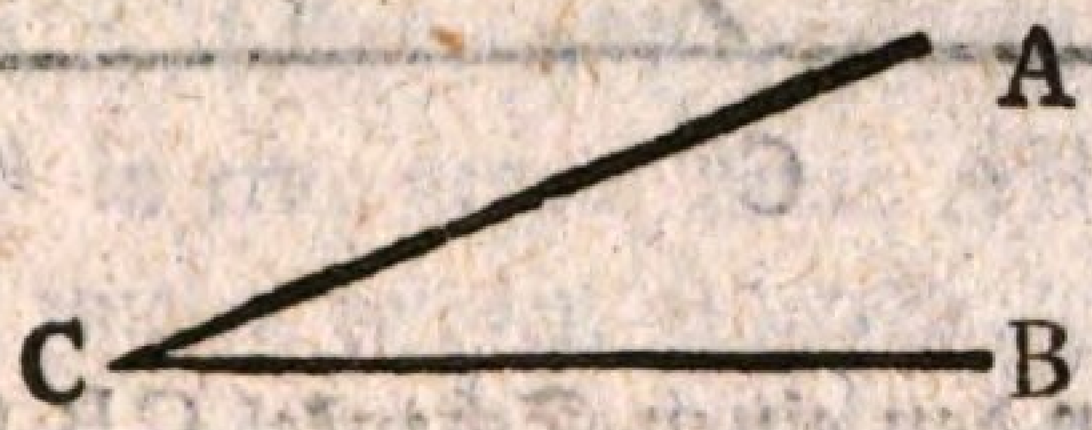


Fig. 1.

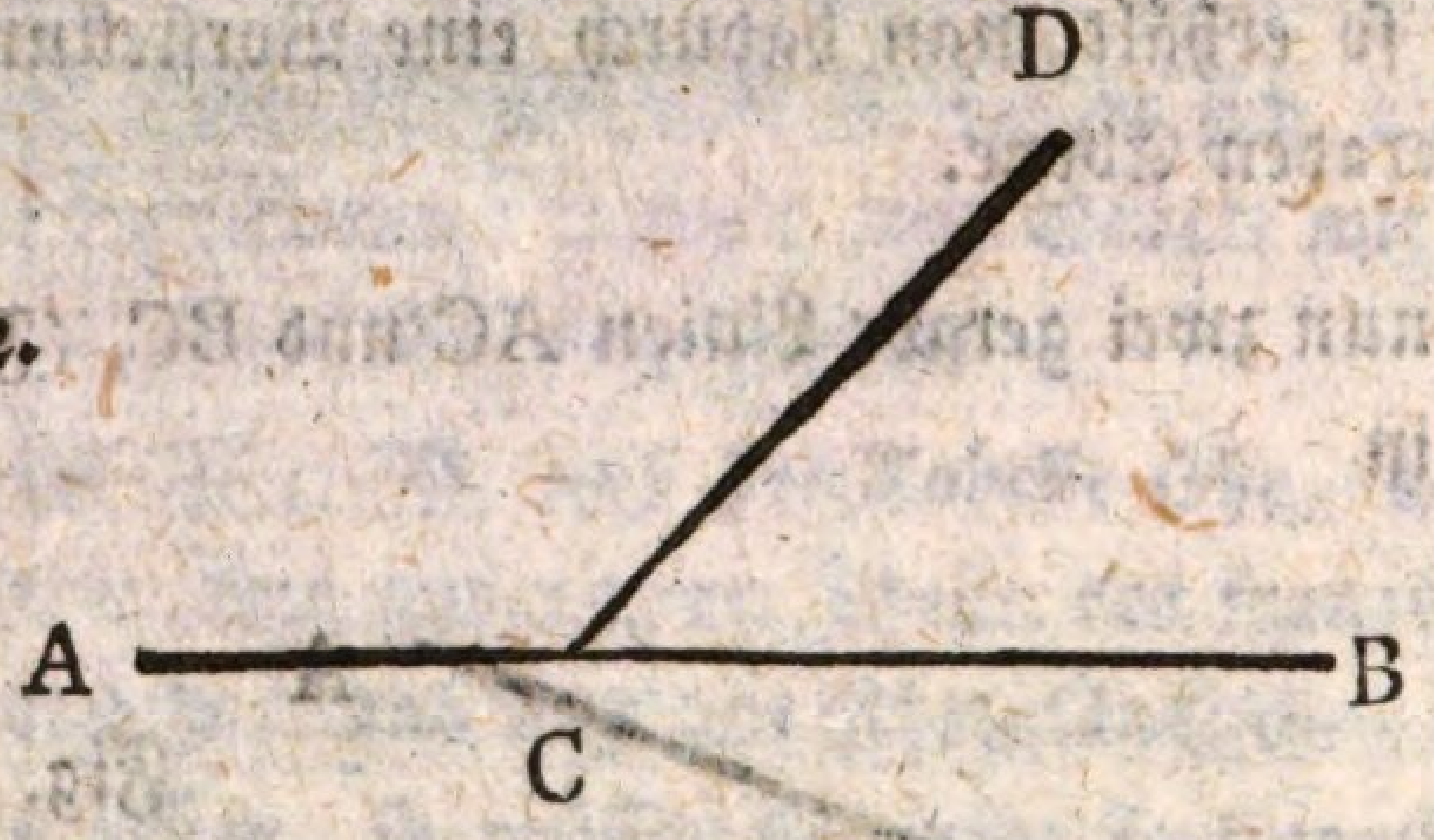
einer Ebene liegen, in den Punkt C zusammenkommen, so machen beide in diesem Punkte einen geradlinigten Winkel. (∠) Die beiden Linien AC und BC heissen die Schenkel desselben. Gewöhnlich bezeichnet man den Winkel mit dreien Buchstaben, wovon der mittlere jedesmal den Winkel andeutet. So macht in unserer Figur die Linie AC mit der Linie BC den Winkel A CB.

Zieht man zwei Linien in einer Ebene, die eben den Winkel mit einander machen, als AC mit BC, so werden beide gleich groß seyn, und sind sie gleich groß,

groß, so werden sich auch beide, wenn der eine auf den andern gelegt wird, **decken.** Alle gerade Linien und Winkel, die gleiche Größe haben, werden sich also decken.

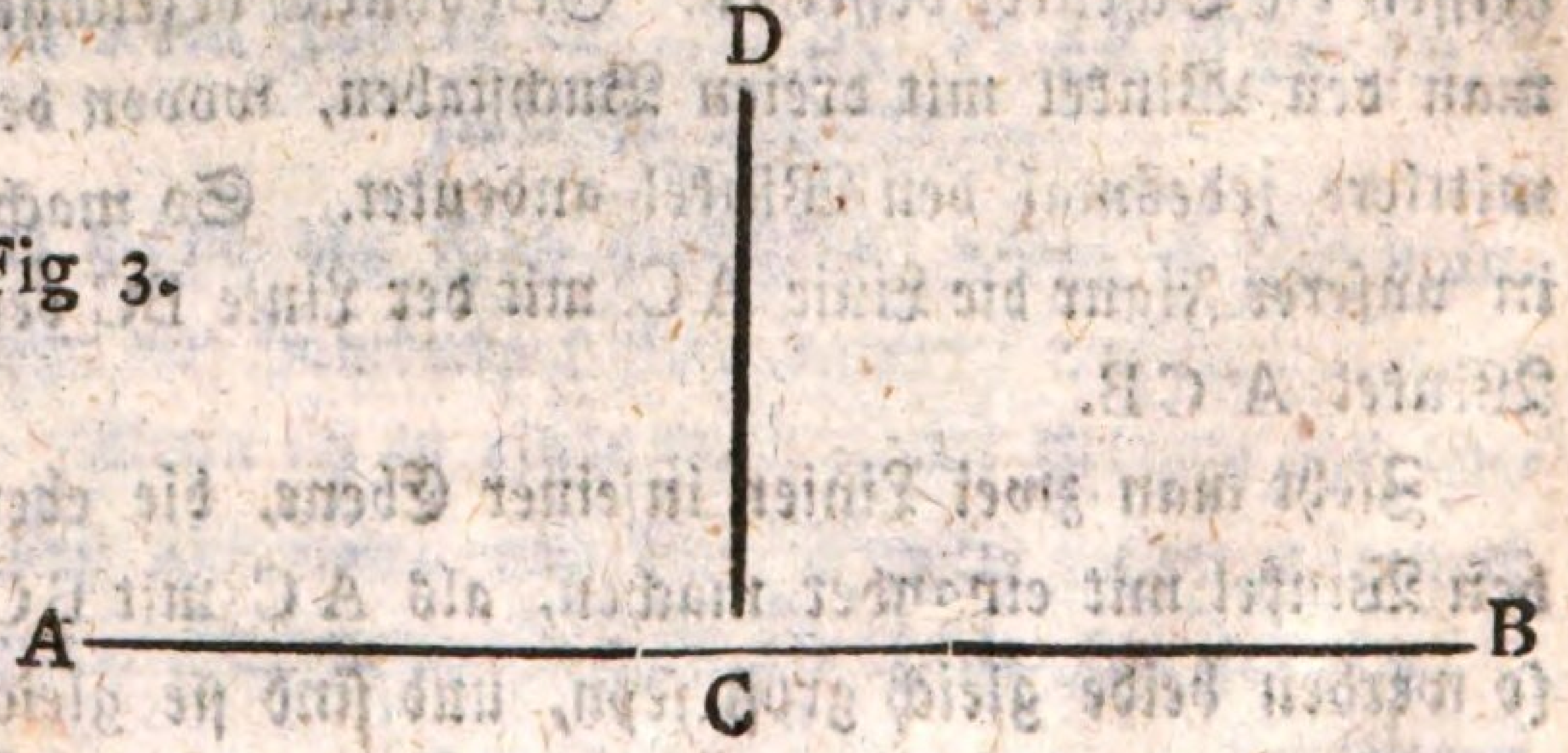
Anmerk. Die Neigung, oder die Größe des Winkels, hängt nicht von der Größe der Schenkel, sondern von der Lage derselben ab.

Fig. 2.



Verlängert man den einen Schenkel CB des Winkels DCB, (Fig. 2.) so, daß auf der andern Seite gleichfalls ein Winkel ACD entsteht; so heißt dieser ein Nebenwinkel von dem Winkel DCB.

Fig 3.



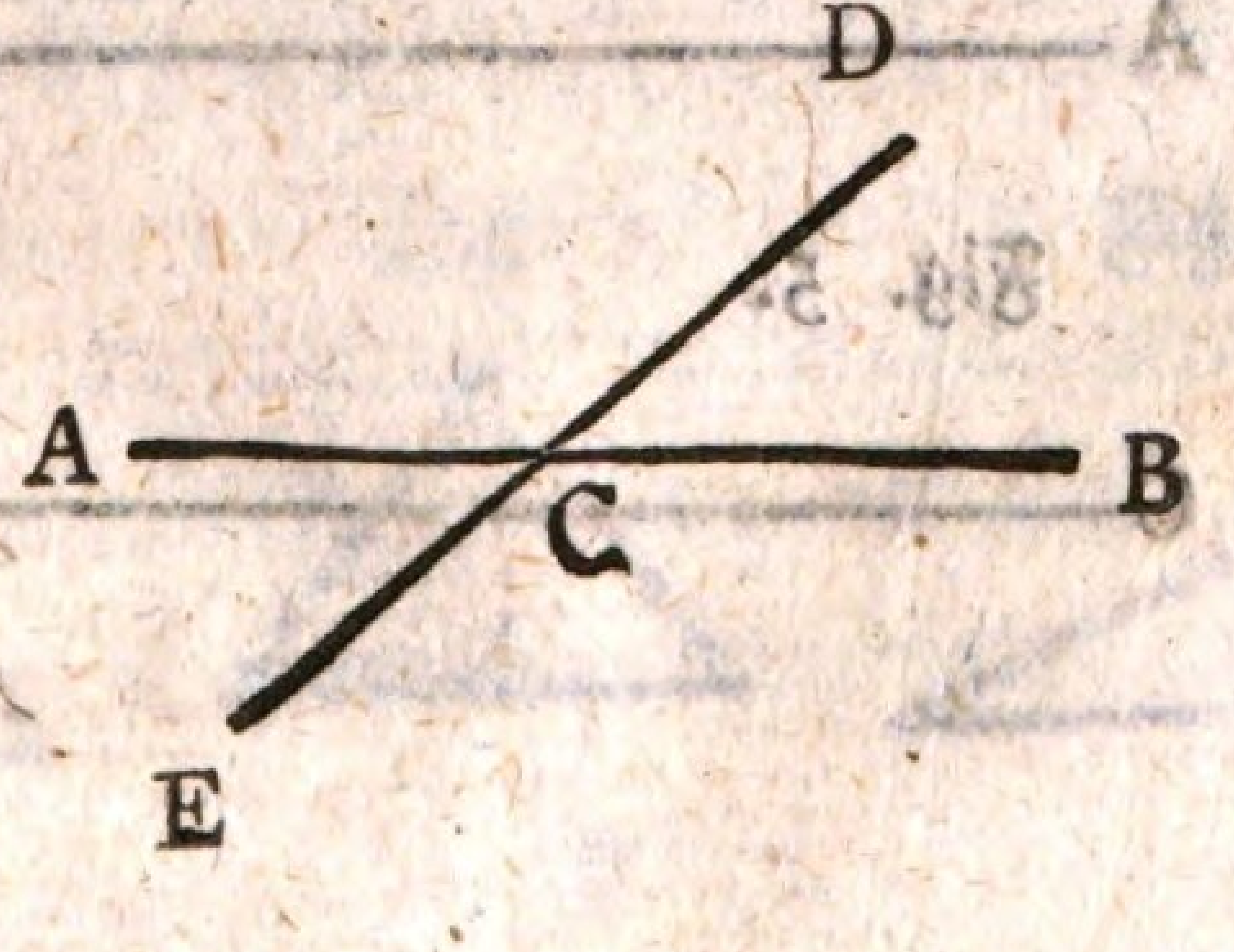
Wenn

Wenn eine Linie so auf einer andern steht, daß die Winkel zu beiden Seiten der Linie gleich groß sind, so steht sie gerade, senkrecht, perpendicular, vertical, auf der andern, und die Winkel heissen **rechte**. So steht in der Figur die Linie DC auf AB perpendicular, und der Winkel DCB = DCA = R (R bedeutet hier die Größe des rechten Winkels.)

Ist der Winkel größer (>) als ein Rechter, wie DCA in der vorigen Figur, so heißt er ein **Stumpfer**; ist er aber kleiner (<) als ein Rechter, wie DCB in eben der Figur, so heißt er ein **spitzer Winkel**.

Zwei Winkel, die einen gemeinschaftlichen Schenkel CD (Fig. 2.) haben, und wenn die beiden andern AC und CB in eine gerade Linie AB fallen, so sind beide allemal zweien rechten Winkeln gleich. Der Satz ist für sich klar, wenn die eine Linie auf der andern perpendicular steht, wie in Fig. 3 der Fall ist. Wenn aber wie in der 2ten Fig. der eine Winkel spitz, und der andere stumpf ist, so ist der spitze um eben so viel kleiner, als der stumpfe größer ist als ein Rechter, folglich beide zweien Rechten gleich.

Fig. 4.



Wenn

Wenn ACD + DCB = 2R, und DC nach C zu, verlängert wird, so entstehen auch auf der andern Seite ACE und ECB zwey Nebenwinkel; aber auch DCB und BCE, wie auch DCA und ACE sind ebenfalls Nebenwinkel, die also alle gleich groß sind. Daraus folget aber, daß ACD = BCE und DCB = ACE.

Zwei Winkel, als ACD und BCE, die einerlei Spitze haben, heissen Scheitelwinkel, die immer von gleicher Grösse sind. Von eben der Art sind auch die Winkel DCB und ACE.

Daraus folgt aber auch, daß alle Winkel, die um den Punkt C herumliegen, nicht mehr als 4 Rechte Winkel ausmachen können, weil ACD + DCB = 2R; und die beyden auf der andern Seite ACE + BCE auch zweien Rechten gleich sind; mithin die vier zusammen = 4R.

Es thut nichts, ob mehr oder weniger Linien aus dem Punkte C gezogen sind; denn mehr als 4R können sie nie ausmachen.

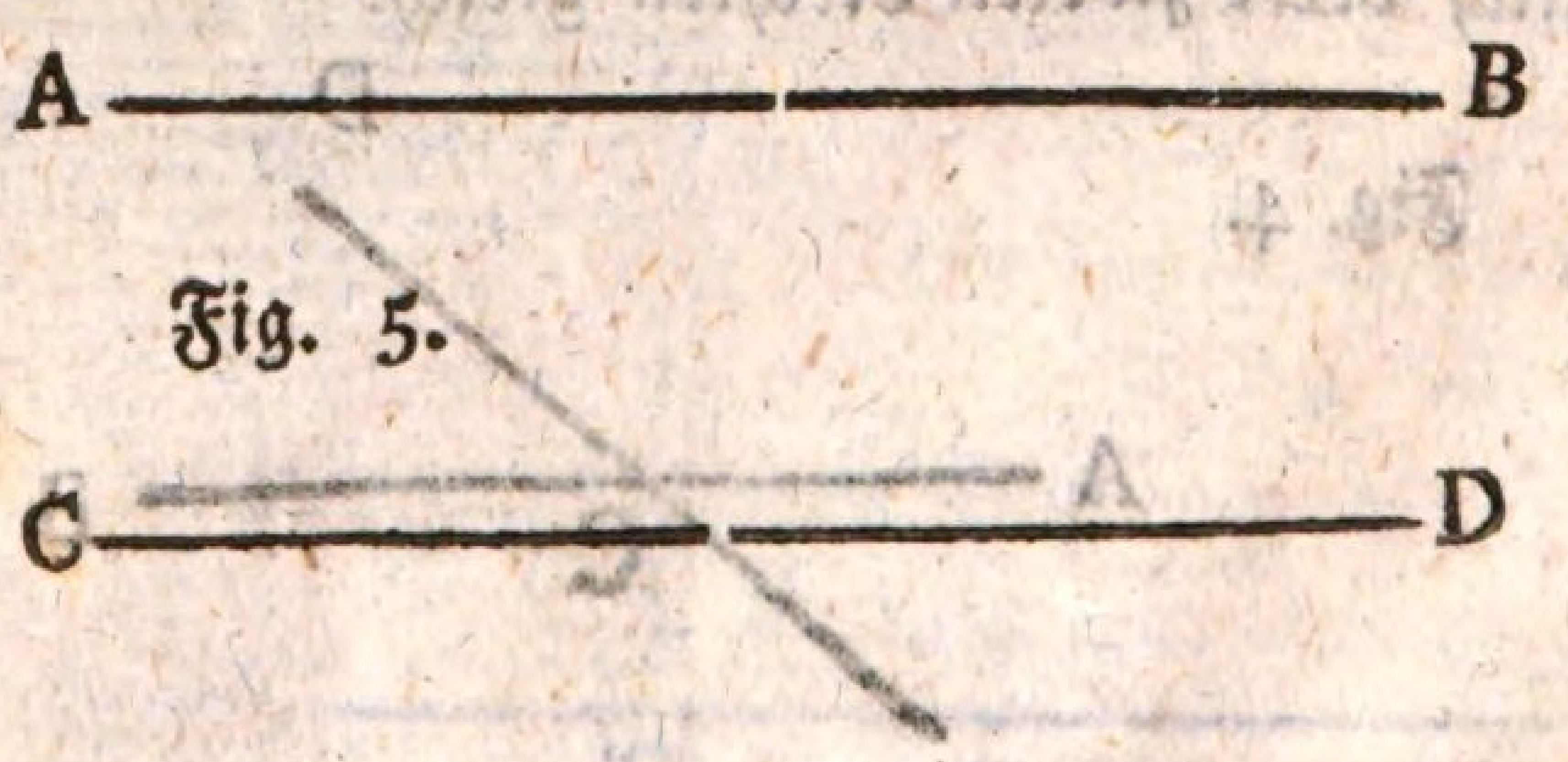


Fig. 5.

Nr. 8.

Anleitung
zum
gemeinnützigen Unterricht
für
Handwerker, Künstler u. Fabrikanten
über die
praktischsten Grundsätze
mathematischer, physischer, chemischer und technologischer Kenntnisse.

Wenn zwey Linien AB und CD, (Fig. 5.) die in einer Ebene liegen, weder auf der einen noch auf der andern Seite zusammenkommen, so heissen diese **parallel- oder gleichlaufende** Linien.

Eine Ebene, mit Linien begrenzt, heißt eine Figur. Die erste gradlinigte Figur ist das Dreyeck, welches entweder gleichseitig, wenn es aus drei gleichen Seiten, (Fig. 6.) oder gleichschenklicht, wenn es aus zwei gleichen Seiten, (Fig. 7.) oder auch ungleichseitig, (Fig. 8.) wenn es aus drei ungleichen Seiten besteht.

Fig. 6.

Fig. 7.

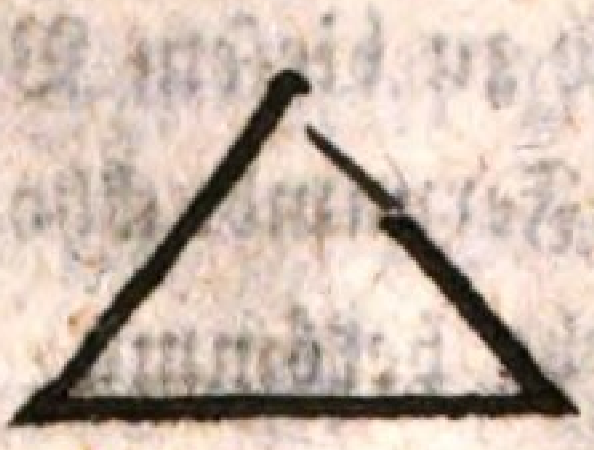
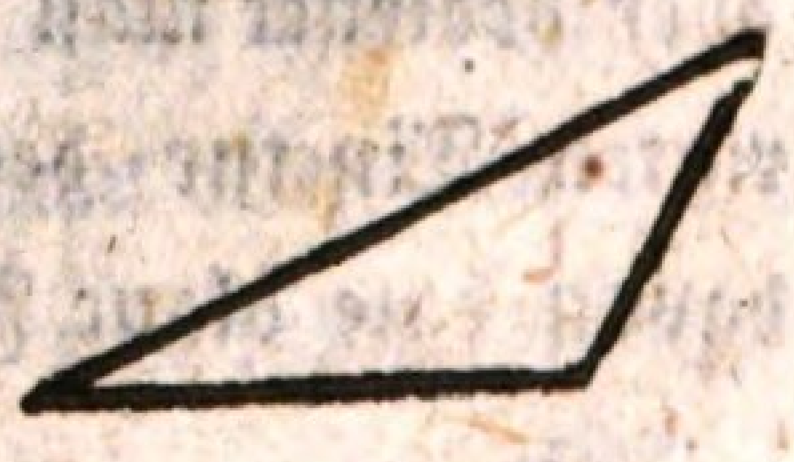


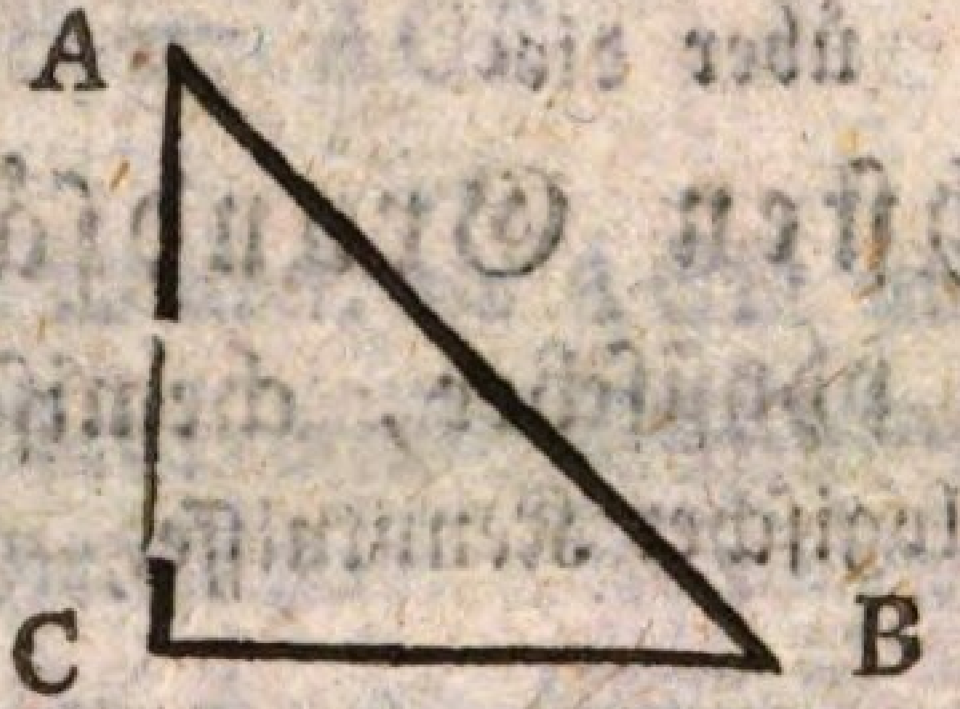
Fig. 8.



Das

Das Dreyeck heißt **rechtwinkligt**, wenn es einen rechten Winkel hat; (Fig. 9.) spitzwinkligt, wenn alle drey Winkel spitz sind, (Fig. 7) und stumpf winkligt, wenn einer von den Winkeln stumpf ist. (Fig. 8.)

Fig. 9.



Anmerk. In einem rechtwinkligten Dreyecke heißt die Seite AB, die dem rechten Winkel ACB gegenüber steht, die **Hypothenusa**, und die beiden andern Seiten AC und CB, die den rechten Winkel einschließen, die **Catheten.**

Die Laugensalze.

(Fortsetzung von Nr. 4. und 5. im Anfange.)

Alle haben einen eigenthümlichen scharfen und urinartigen Geschmack, sie erregen ein Brennen auf der Zunge, und verändern die blauen Pflanzen-Säfte, (den Veilchensyrup) in eine grüne, besser aber bedienet man sich zu diesem Versuche der wässerigten Tinctur des Fernambuckholzes, (*) welche davon eine blaue Farbe bekömmt.

Anm.

(*) Anmerk. Dies ist eine Art von Brasilienholz, es kommt aus der Gegend von Fernambucco in Brasilien, hat aber nicht eine so dunkelrothe Farbe, als das eigentliche Brasilienholz. Das Fernambucholz muß von mittelmäßigen Stücken, ohne Rinde, Bast und Fäulniß seyn, und wenn es gespalten wird, anfänglich mehr in das Gelbe, als in das Rothe zu fallen scheinen, an der Luft aber sich nach und nach in das Röthliche verwandeln; wobei es im Kauen eine liebliche Süßigkeit, fast wie Zucker, haben, und den Speichel geschwind färben muß. In der Färberey wird es zur rothen Farbe, die aber nicht dauernd oder ächt ist, gebraucht.)

Mit den Säuren brausen sie in ihrem gewöhnlichen (milden) Zustande lebhaft auf.

Man theilt diese Salze, die ebenfalls, wie die Mineralsäuren, eine große Auflösungskraft auf viele Körper besitzen, in Feuerbeständige und Flüchtige ein. Zu den erstern gehöret

1) das vegetabilische Laugensalz.
(Pflanzen-Alcali.)

Am meisten gewinnet man dieses Salz durch Auslaugen aus der Asche sehr vieler Pflanzen; das reinste aber aus dem Weinstein †, indem man denselben in einem Schmelztiegel in offenem Feuer so lange calci-

(✝ **Anmerk.** Weinstein ist ein Product, das sich durch die Gährung von dem Weine nach und nach abson-dert, und an die innern Wände der Fässer absetzet. Vom Geschmacke ist er säuerlich, und von Farbe entweder roth oder weis, nachdem er von rothem oder weissem Weine gewonnen ist. Je we-niger die Trauben in einem Lande völlig reif werden, desto mehr Weinstein findet man in den Fässern. Daher erhält man denselben sehr viel aus den Rheingegenden, aber auch aus Ungarn, Italien, Sicilien und Frankreich. Der Rhei-nische (aus der Gegend von Cölln, Mainz, Frankfurt am Main) ist schwer und dicht, aus-wendig weiß und inwendig rauh, und ist der beste, worauf in Ansehung der Güte der Unga-rische folgt. Der Weinstein wird vorzüglich in der Färberey, beim Schmelzen und Reinigen der Metalle, häufig in der Medicin gebraucht. In dem gewöhn-lichen Zustande ist der Weinstein sehr un-rein; und dies ist die Ursache, warum sich so wenig von ihm in kaltem Wasser auflösen läßt, im sie-denden löst er sich weit leichter auf. Durch die letztere Auflösung lassen sich die Unreinigkeiten desselben wegschaffen. Die Krystalle, welche man beym Erkalten der Auflösung gewinnet, heissen **Weinsteinkrystalle.** Die Salzrinde, welche beym Abrauchen der Flüßigkeit entsteht, und die abgenommen wird, ist der Weinstein-

rahm.

rahm. (cremor tartari.) Weinstein reinigt man vorzüglich bey Montpellier zu Clavisson, unter dem Zusatze einer magern Thonerde, und zu Venedig mit Eyweiß und etwas Asche.)

nirt, (geglühet) bis kein Rauch und Dampf mehr aufsteigt. Es bleibt alsdann ein weisses Salz zurück, das man durch Auslaugen mit Wasser, und durch Abrauchen, noch reiner machen kann. In diesem Zustande heißt dasselbe Weinsteinsalz. Allein eben dieses Salz steckt auch noch in der Asche von vielen andern Körpern aus dem Pflanzenreiche; nur nicht in solchen, die ein stark riechendes Salz haben. Z. B. Zwiebeln, Merrettig, und auch nicht in halb vermoderten Pflanzen. Je langsamer die Pflanzen verbrennen, desto mehr Salz führt die Asche bey sich. Je krüpplichter und wurmstichiger der Baum ist, desto mehr Salz enthält die Asche desselben. Wurmmehl liefert am meisten Laugensalz. Die Asche von Weinhefen und Weintrestern, die Asche von Farrenkraut, die Asche von Laubholz, weit mehr als die von Nadelholz, und unter jenen die Asche von Hainbüchen und Obstbäumen das meiste, weniger die Asche von Büchen, Ellern, Birken, Weiden, Ahorn, Eschen und Holunder, überhaupt dichtes und hartes Holz mehr, als loses und weiches.

Die

Die Zubereitung der Pottasche.

Diese wird vorzüglich aus der Holzasche, welche zuerst in kaltem Wasser eingeweicht, und alsdann mit heissem Wasser ausgelaugt, gewonnen. Ist die Lauge stark genug, so wird sie in eisernen oder kupfernen Pfannen eingesotten, anfangs bey mäßigem, nachher aber bey starkem Feuer, welches Einsieden so lange dauert, bis sie anfängt ganz hart zu werden. Auf die Art gewinnt man die gemeine, rohe, rothe Pottasche, die wegen der vielen Kohlen, Asche und andern fremden Stoffen, braun aussieht. Von diesen muß sie durch Ausglühen und beständigen Wenden in einem eigenen Ofen (Calciniröfen) gereiniget werden. Die braune und schwärzliche Farbe verändert sich alsdann in die weisse. Auch in diesem Zustande ist die Pottasche noch mit vielen andern Salzen verunreiniget, und befreyt man sie davon, so ist sie eben so rein als Weinsteinsalz. Während des Ausglühen setzen einige betrügerischer Weise Sand hinzu, der sich mit dem Salze vollkommen vermischt. Dieser Betrug ist zu entdecken, wenn man zu der concentrirten klaren Auflösung der Pottasche eine Säure setzt, da sich der Sand niederschlägt. — Wenn die Pottasche von dem Kühlheerd kommt, so muß sie gleich in dichte Tonnen fest eingepackt werden, weil sie an der freien Luft zerfließen würde. Dies

ist

ist eine Eigenschaft, welche jedes vegetabilisches Laugensalz an sich hat. Die meiste Pottasche kömmt jetzt aus Polen, Preußen, Litthauen, Rußland, Deutschland und Ungarn. Von der Pottasche die aus der Ostsee kömmt, hält man die Danziger für die beste, die Königsberger für die Mittelsorte, und die aus Riga für die schlechteste.

Eine sehr gute Pottasche ist die, welche über Triest kömmt. Sie ist sehr weiß, hat schöne starke sechsseitige Krystalle, auf der Zunge einen sehr brennenden Geschmack, und wird in Deutschland, England und Frankreich überall gesucht.

Ausser den schon erwähnten Eigenschaften des vegetabilischen Laugensalzes, besitzt es noch folgende: 1) Es läßt sich zwar zu einem trocknen weißen Salze, aber nicht zu Krystallen darstellen. 2) Es zieht die Feuchtigkeiten aus der Luft an sich, und zerfließt zu einer durchsichtigen klaren Flüßigkeit. (Weinsteinöl) 3) Es schmelzt bei einem stärkern Feuer, und ist 4) feuerbeständig.

2) Das mineralische Laugensalz, oder Mineralalkali.

Dieses Salz, welches sich von dem vorigen vorzüglich darinn unterscheidet, daß es nicht so brennend

und

und scharf ist als das vegetabilische; daß es, im trocknen Zustande, nicht an der Luft zerfließt, sondern in einen weißen Staub zerfällt. Aus der Auflösung im Wasser, läßt es sich durch Abrauchen und Abkühlen in sechsseitigen Krystallen darstellen, die in der Hitze wieder in ihren eigenen Wasser zergehen. Es ist ebenfalls wie das vorige **feuerbeständig**. Das mineralische Laugensalz trift man schon ziemlich rein in der Natur an, z. B. in Ungarn, in Aegypten, in Syrien, in Persien, in Ostindien und China, auch bei uns an einigen Wänden, und in verschiedenen mineralischen Wässern. Auch im Mineralreiche ist es mit sehr vielen Körpern verbunden. Am meisten aber gewinnet man es durch Verbrennen einiger am Ufer des Meeres wachsenden Pflanzen. Dahin gehöret vorzüglich die **Sode** oder **Soude**.

Die Verfertigung der Sode.

Man bereitet diese Asche (nicht Salz) vorzüglich in Spanien, auch im südlichen Theile von Frankreich aus Pflanzen, die am Meeresstrande, entweder wild wachsen, oder auch eigentlich dazu gebauet werden. Besonders aus einer Pflanze, die den Namen Salsola Kali, auch **Barille** heißt, welche jährlich gesäet wird, und ohngefähr 4 Zoll hoch wächst. (Von dem Worte Kali kommt die Benennung des Laugensalzes, **Alkali**.)

Nr. 9.

Anleitung
zum
gemeinnützigen Unterricht
für
Handwerker, Künstler u. Fabrikanten
über die
praktischsten Grundsätze
mathematischer, physischer, chemischer und technologischer Kenntnisse.

Fortsetzung der Geometrie.

Unter den vierseitigen Figuren bemerken wir vorzüglich das **Quadrat** oder das reguläre Viereck. (Fig. 10.) Es besteht aus vier gleichen Seiten und vier rechten Winkeln.

Nach dieser Figur werden, wie wir in der Folge sehen werden, alle Flächen ausgemessen; und stellt man sich ein Quadrat von 1 Fuß lang und 1 Fuß breit vor, so erlangt man durch diese Vorstellung, den Begriff von einem Quadratfusse. Eine Figur die aus vier gleichen Seiten besteht, und worin die gegenüberliegenden Winkeln einander gleich sind, heißt ein **verschobenes Viereck** (Rhombus) (Fig. 11.) Sind die gegenüberstehenden Seiten in einer vierseitigen Figur einander gleich, und die Winkel alle rechte,

so heißt dieselbe ein **Rechteck** oder Rectangel. (Fig. 12.) Sind aber nur die einander gegenüber liegenden Winkeln und Seiten sich gleich, so heißt die Figur ein **verschobenes Viereck**, (Rhomboides) (Fig. 13.) Aller dieser erwähnten Figuren begreift man auch unter dem allgemeinen Namen der **Parallelogrammen**, weil die gegenüberliegenden Seiten in allen diesen Figuren mit einander parallel (#) sind.

Fig. 10.

Fig. 11.

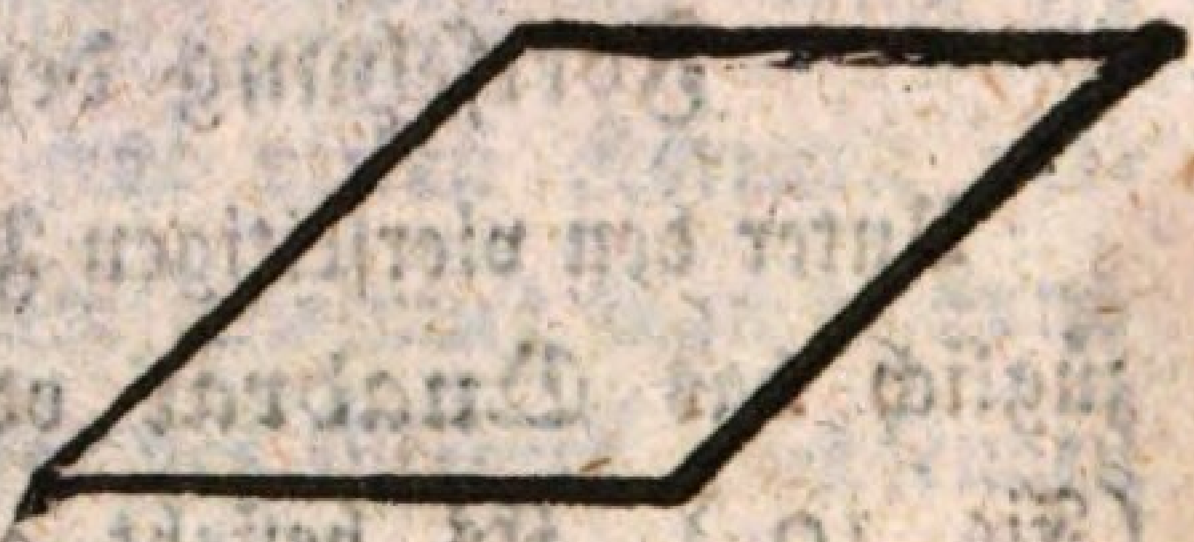


Fig. 12.

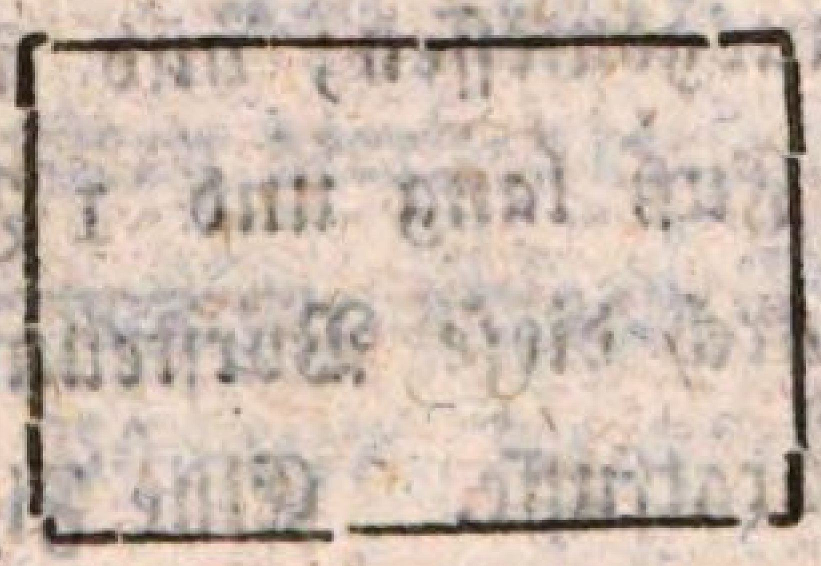


Fig. 13.

Eine vierseitige Figur, die aus vier ungleichen Seiten und Winkeln besteht, heißt ein **Trapezium**. (Fig. 14.) Zwey Seiten können auch in einer solchen Figur mit einander parallel seyn.

Alle übrige geradlinigte Figuren, die mehr als vier Seiten haben, begreift man unter dem Namen der **Vielseitigen** (Vielecke, Polygone.) Sind die Seiten und Winkel alle gleich groß, so heißt das Vieleck **regulär**; (Fig. 15.) sind sie aber ungleich, so heißt dasselbe **irregulär**. (Fig. 16.)

Fig. 14.

Fig. 15.

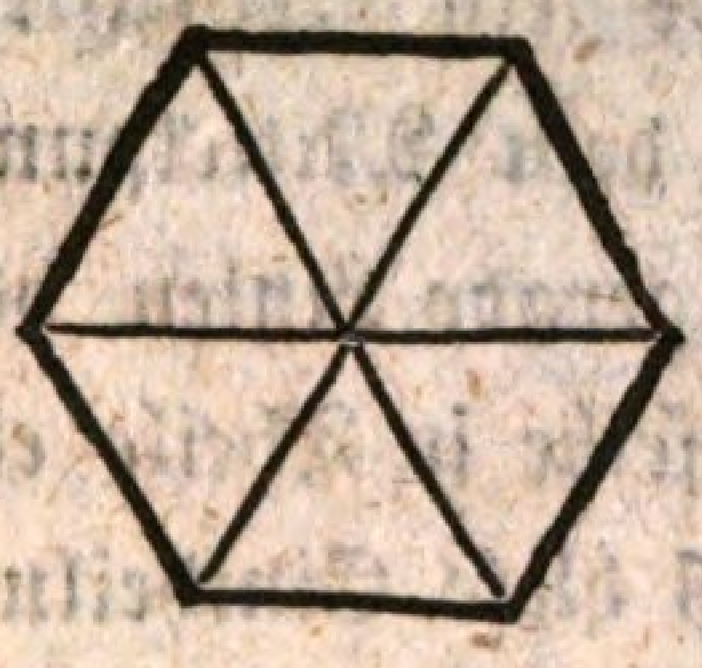


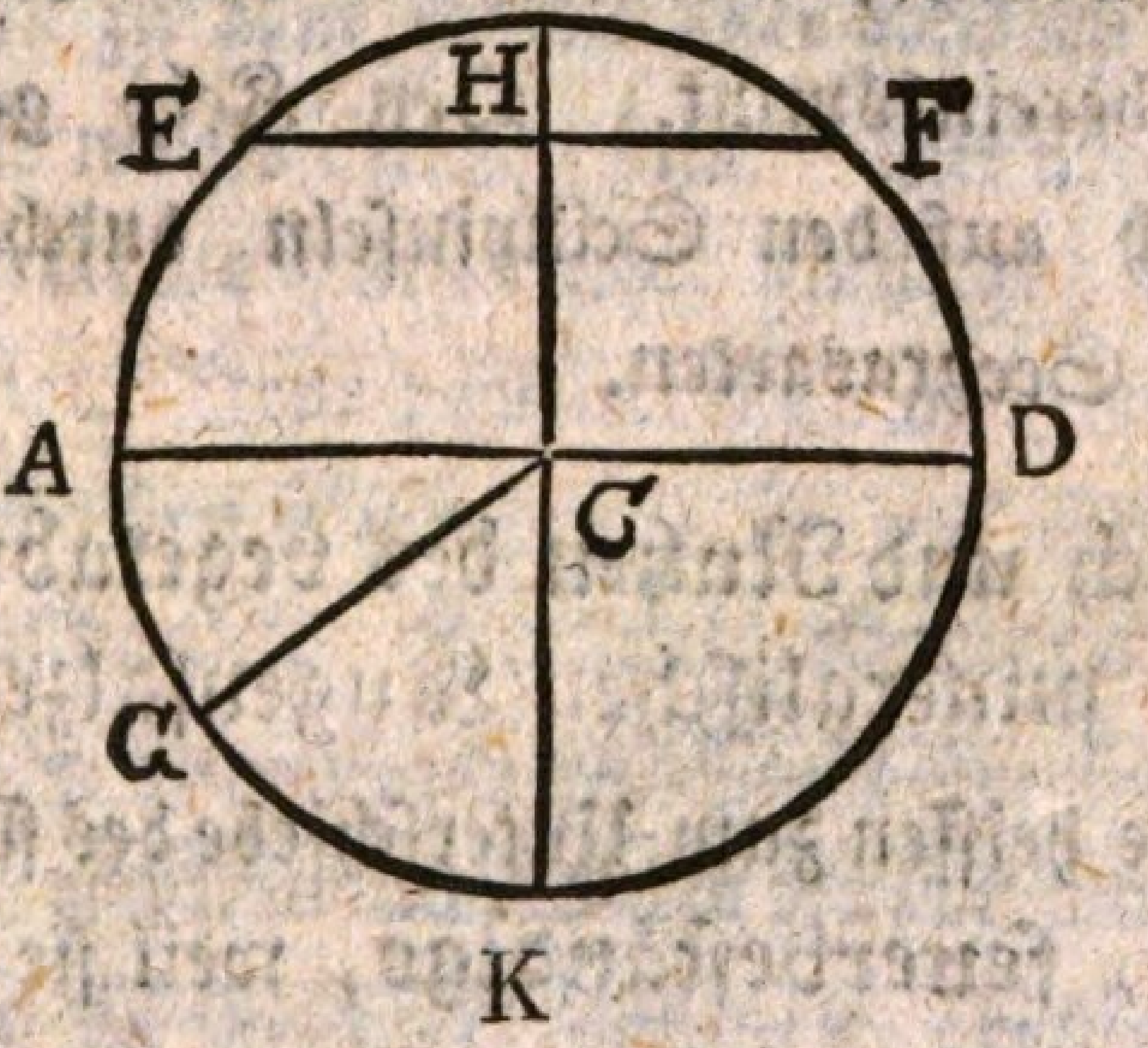
Fig. 16.

Wenn sich eine gerade Linie AC (Fig. 17.) um den Punct C bewegt, so beschreibt sie eine krumme Linie, welche die **Kreislinie** heißt. Den Raum, den diese Linie einschließt, heißt die **Kreisfläche** und die krumme Linie selbst, heißt der **Umfang** (Peripherie) des Kreises. Die Linie AC, wodurch die Kreislinie beschrieben worden, heißt der **Halbmesser**, oder Radius des Kreises; C der **Mittelpunct** desselben. Alle Puncte im Umfange des Kreises liegen gleichweit ab von dem Mittelpuncte. Eine gerade Linie AD von einem Puncte des Umfanges

durch den Mittelpunct gezogen bis zu einem andern der Peripherie, heißt der **Durchmesser** (Diameter) des Kreises. Jede andere Linie wie EF, die nicht durch den Mittelpunct des Kreises geht, führt den Namen **Sehne**, oder Chordae. Ein Theil von dem Umfange der Kreislinie, wie AE, heißt allgemein ein **Bogen**. Ein Stück der Kreisfläche, wie ACG, welches von dem Bogen AG und zweyen Halbmessern AC und CG begränzt wird, heißt ein **Ausschnitt** (Sector) des Kreises. Ist hingegen das Stück von einer Sehne EF. und einem Bogen EHF eingeschlossen, so heißt dasselbe ein **Abschnitt** (Segment.) Zieht man aus dem Mittelpuncte nach dem Umfange des Kreises gerade Linien oder Halbmesser, so wird dadurch derselbe in Theile eingetheilet. Man sieht leicht, daß diese Eintheilung an sich willkührlich ist. Indessen hat man doch schon lange den Umfang in 360 gleiche Theile eingetheilet. Diese Theile führen den Namen **Grade**; jeden Grad hat man wieder in 60 Theile, die **Minuten** heissen, und diese wiederum in 60 Theile, die **Sekunden** genannt werden, eingetheilet. Grade, Minuten und Sekunden, bezeichnet man eben so, wie Ruthen, Fuß und Zolle. So wird z. B. ein Bogen von funfzig Grad, sechs Minuten und vier Sekunden so bezeichnet: $50° \quad 6' \quad 4''$.

Zieht man durch den Mittelpunct C, einen Durchmesser

messer, HK, der zu beiden Seiten des Durchmessers AD, rechte Winkel macht, so theilen beide Durchmesser den Kreis in vier gleiche Theile oder **Quadranten**. Der vierte Theil von dem Umfange des Kreises enthält also 90°; und da nun die Linie HC mit der Linie CD einen rechten Winkel HCD macht, so ist daher die Eintheilung des rechten Winkels in 90 Grade entstanden. Was wir also bis jetzt R genannt haben, wollen wir in der Folge durch 90° angeben. Ein stumpfer Winkel ist demnach größer, und ein spitzer kleiner als 90°. Alle Winkel werden aus dem Mittelpunct der Kreislinie gemessen.



Fortsetzung von Verfertigung der Sode.

Wenn diese, oder noch andere hieher gehörige Pflanzen ihren völligen Wuchs erreicht haben, so rauft man sie aus, trocknet sie, und verbrennt sie auf einem Rost. Die Asche fließt beim Brennen wie geschmolzen Glas, in die darunter befindlichen Gruben, und wird völlig hart, dabei salzig und scharf

von

von Geschmack, und bläuligtgrau von Farbe, doch haben die schlechten Sorten eine dunklere Farbe. Je weniger die Soude an der Luft feucht wird; jemehr klare Krystallen anschießen, wenn man sie im Wasser auflößt, die Auflösung durchseihet, abdampft, und in die Kälte setzt, desto besser ist sie. Diejenige, welche in Valencia (einer ansehnlichen Stadt in Spanien) bereitet wird, und unter dem Namen der **Alikantischen Sode** in der Handlung vorkömmt, ist von allen die beste. Eine schlechtere Sorte ist die **Sode de Varech**, die man hauptsächlich in der **Normandie** durch das Verbrennen einiger Seegräser gewinnet, und die mit dem **Kelp** der Engländer übereinkömmt. Den Kelp gewinnet man vorzüglich auf den Scillyinseln durchs Einäschern mehrerer Seegrasarten.

Gebrauch und Nutzen des vegetabilischen und mineralischen Laugensalzes.

Beyde heissen zum Unterschiede des flüchtigen Laugensalzes, **feuerbeständige**, weil sie sich im Feuer nicht verflüchtigen lassen. Sie werden auf sehr viele und verschiedene Art im gemeinen Leben in Zusammensetzung anderer Produkte benutzt und angewendet. Selbst die Asche, ohne Auslaugen des Salzes, gebraucht man zum Bleichen und Waschen der Leinewand, und als Zusatz zu der Bereitung des Salpeters und zu der Verfertigung des Glases, wovon unten

umständ-

umständlicher gehandelt werden soll. Hier wollen wir nur erst den Gebrauch des Laugensalzes bey der Verfertigung der Seife zeigen.

Unter Seife versteht man ein Körper, der aus Fett (✝) und einem **Laugensalze** zusammengesetzt ist, und in diesem Zustande in Wasser und auch in Weingeist vollkommen zerlegt werden kann.

✝ **Anm.** Fett heißt ein jeder Körper, der in Wasser unauflöslich ist, mit einer Flamme brennt, und durch Hülfe eines Dochtes die Flamme ernährt, während des Brennens aber Ruß absetzt. Man gewinnt es entweder aus dem Thier- oder Pflanzenreiche. Zu dem erstern gehöret Talg (Unschlitt) Butter ꝛc. zu dem andern aber gehören die Oele, wovon die meisten flüßig sind. Die Oele werden in **wesentliche** (ätherische, flüchtige) und **fette** eingetheilet. Jene destillirt man mehrentheils aus stark riechenden Pflanzen, z. B. aus Anies, Pomeranzenschaalen, Kümmel, Kamillen, Zimmet (Canehl) Zitronenschaalen, Wacholder, Lavendel ꝛc. diese aber gewinnt man durch Auspressen, welches auf eignen Mühlen (Oelmühlen) geschieht, deren Einrichtung und Zusammensetzung der Theile, in der Mechanik gezeigt werden soll. Von den letztern oder fetten Oelen wird hier nur die Rede seyn. Im reinsten Zustande haben sie einen gelinden und milden Geschmack; einige derselben trocknen an der Luft ein, wie das Leinöl, Nußöl, Mohnöl, ꝛc. andere aber bleiben beständig schmie-

rig, als Baumöl, Buchöl, Senföl, Rübsaamenöl, ꝛc. Zum Sieden erfordern sie sämmtlich einen großen Grad von Hitze, (600° Fahrenh.) und sind alle leichter als Wasser. Die frischen völlig reifen Saamen werden von ihren harten Schaalen gereiniget, dann gestampft, und in der Oellade ausgepreßt. Das erste Oel, was auf die Art gewonnen wird, heißt **Jungfernöl**, und ist besser als dasjenige, welches man erhält, wenn die Saamen zum zweitenmale wieder ausgepreßt werden. Wegen der mit ausgepreßten schleimigten Theile, sind die frischen Oele trübe, und die sich erst in wohlgereinigten Gefäßen abklären müssen. Die fetten Oele werden entweder durchs Alter, oder durch eine Gährung, oder auch durch Erhitzung, **ranzigt**; das heißt, sie bekommen einen scharfen brennenden Geschmack und üblen Geruch. Will man daher die Oele frisch behalten, so muß man das Ranzigtwerden auf folgende Art zu verhindern suchen. Die Gefäße müssen sorgfältig gereiniget und in kühlen Kellern aufgehoben werden. Ein Zusatz von Obstsaft und ein auf dem Boden des Gefäßes hingelegter Schwamm, der mit einem Breyhe von Alaunauflösung und kalkiger Erde angefüllet ist, dienet, um die verlohrne feste Luft zu ersetzen. Auch kann man den Abgang des Schleimes durch etwas in Oel zerriebenen Zucker ersetzen. Dies Mittel kann aber nur anfangs gebraucht werden, weil es sonst mehr der Gährung befördert als hinderlich ist.

Nr. 10.

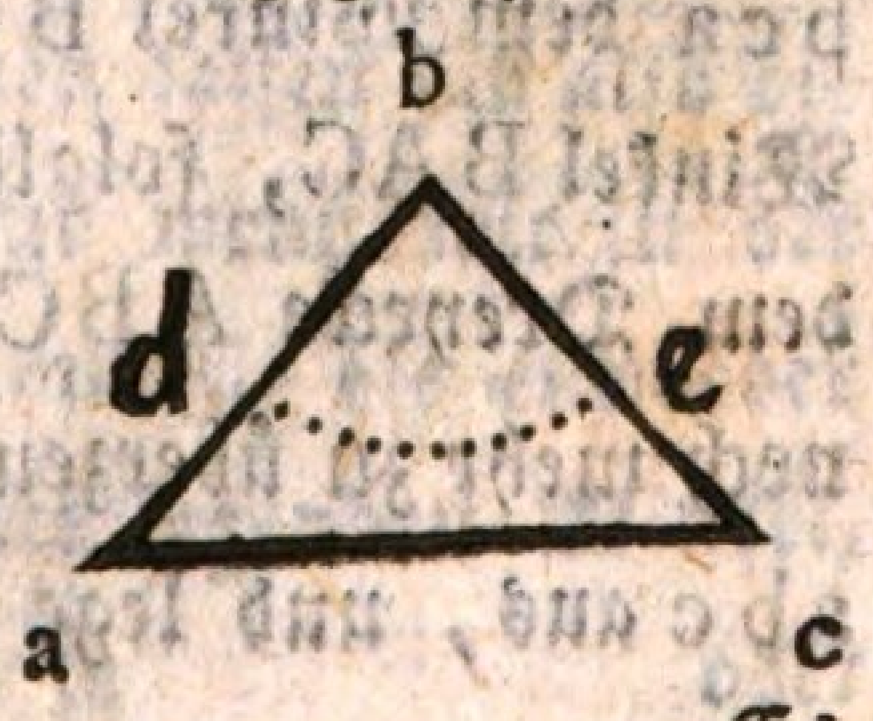
Anleitung
zum
gemeinnützigen Unterricht
für
Handwerker, Künstler u. Fabrikanten
über die
praktischsten Grundsätze
mathematischer, physischer, chemischer und
technologischer Kenntnisse.

Von den
geradlinigten Dreyecken überhaupt.

Bey jedem Dreyecke kommen drey Seiten, und eben so viel Winkel vor. Allein diese sechs Stücke hat man nicht nöthig, um ein Dreyeck zu zeichnen, das eben so groß seyn soll, als ein anderes. Man braucht nur den Versuch mit dreyen von diesen Stücken zu machen, (nur muß unter diesen eine Seite gegeben seyn) so wird man im Stande seyn, ein Dreyeck zu zeichnen, das eben die Größe hat als ein gegebnes.

Fig. 18.

Fig. 19.



Es sey z. B. das Dreyeck ABC (Fig. 18.) gegeben. Wir sollen nun ein Dreyeck zeichnen, in welchem die sechs Stücke eben so groß sind, als in dem gegebenen. Man ziehe nach Belieben eine gerade Linie ab (Fig. 19.) und mache sie der Linie AB gleich. An diese Linie setze man den Winkel abc, und gebe ihm eben die Größe, als ABC hat. Um dieses zu thun, braucht man nur aus der Spitze des Winkels ABC, mit einer willkührlichen Oefnung des Zirkels, einen Bogen DE zu beschreiben, und mit eben dieser Oefnung, oder mit demselben Halbmesser aus dem Winkel abc ebenfalls einen Bogen de, und denselben eben so groß machen, als DE ist. Denn die beiden Cirkel, welche mit einerlei Halbmesser beschrieben, sind sich völlig einander gleich; also werden auch die gleichen Stücke von ihrem Umfange sich gleich seyn. Nun ziehe man durch b und e die gerade Linie bc, und mache sie der BC gleich, so wird, wenn man a und c mit einer geraden Linie zusammenhängt, das Dreyeck abc entstehen, das dem Dreyecke ABC völlig gleich ist. Das heißt: die Seite ac wird der Seite AC, und der Winkel bca dem Winkel BCA, und der Winkel bac dem Winkel BAC, folglich auch das ganze Dreyeck abc dem Dreyecke ABC gleich seyn. Um sich davon noch mehr zu überzeugen, so schneide man das Dreyeck abc aus, und lege es über das Dreyeck ABC, so wer-

werden sich beyde ganz genau decken. Aber nun wissen wir, daß alle Größen, die sich einander decken, gleich groß sind.

Bey diesem gleich großen Dreyecke haben wir aber weiter nichts angenommen, als die beiden Seiten ab und bc, nebst dem Winkel abc; Stücke, die eben so groß sind, als AB, BC und ABC in dem gegebenen Dreyecke ABC. Wenn wir also zwey Dreyecke haben, worin **zwey Seiten, und einen zwischenliegenden Winkel in beiden gleich groß sind, so können wir gewiß schließen, daß beide Dreyecke sich einander völlig gleich seyn, oder decken werden.**

Eben dies ist auch der Fall mit zweyen Dreyecken, **wenn beide eine gleiche Seite haben,** (AC=ac) **und zwei gleiche Winkel** (BAC=bac; BCA=bca) **die an der gleichen Seite anliegen.**

Eben so leicht kann man auch beweisen, daß zwei Dreyecke gleich groß sind, **wenn die drei Seiten in dem einen eben so groß als in dem andern sind.** Nach diesen dreyen Sätzen lassen sich also die gleichen Dreyecke beurtheilen; und wenn wir in der Folge auf ein Paar Dreyecke kommen, die entweder zwei Seiten und einen zwischenliegenden Winkel,

 oder

oder eine Seite mit zweien anliegenden Winkeln, oder auch drey gleiche Seiten haben, so werden wir allemal schließen, daß sie gleich groß sind.

Aus den beiden ersten Sätzen kann man auch leicht zeigen, daß in einem gleichschenkligten Dreyecke die Winkel an der dritten Seite (Grundlinie) sich gleich sind, und umgekehrt; daß wenn in einem Dreyecke zwei gleiche Winkel sind, daß alsdann das Dreyeck gleichschenkligt sei. In einem gleichseitigen Dreyecke werden demnach auch die Winkel sich gleich seyn.

Folgende Aufgaben gründen sich auf die drey erwähnten Sätze.

Fig. 20.

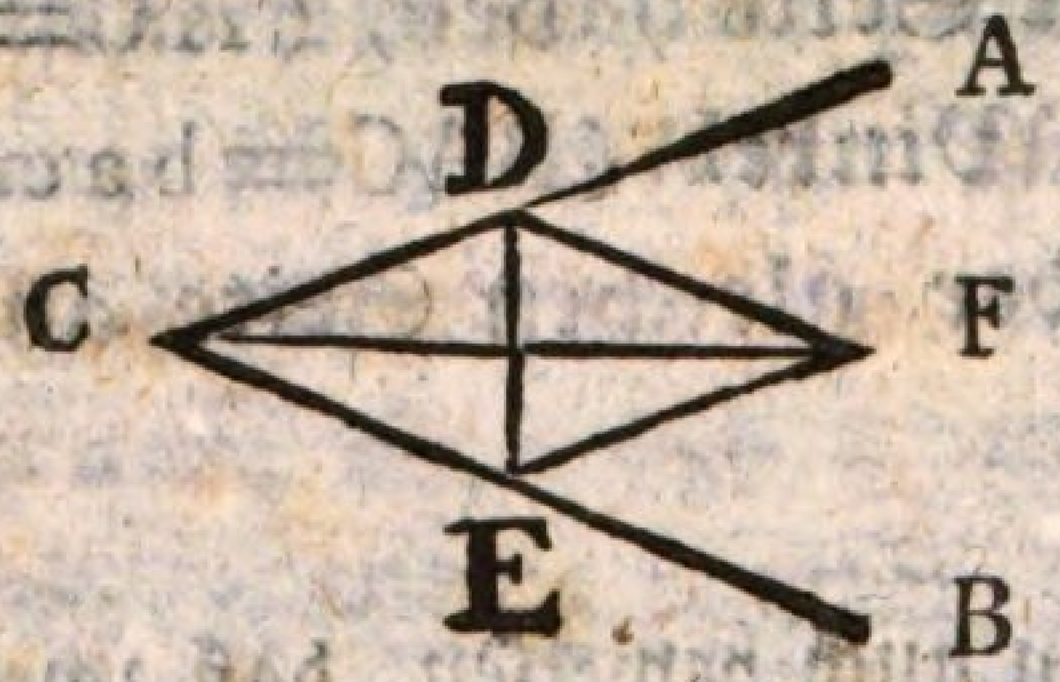


Fig. 21.

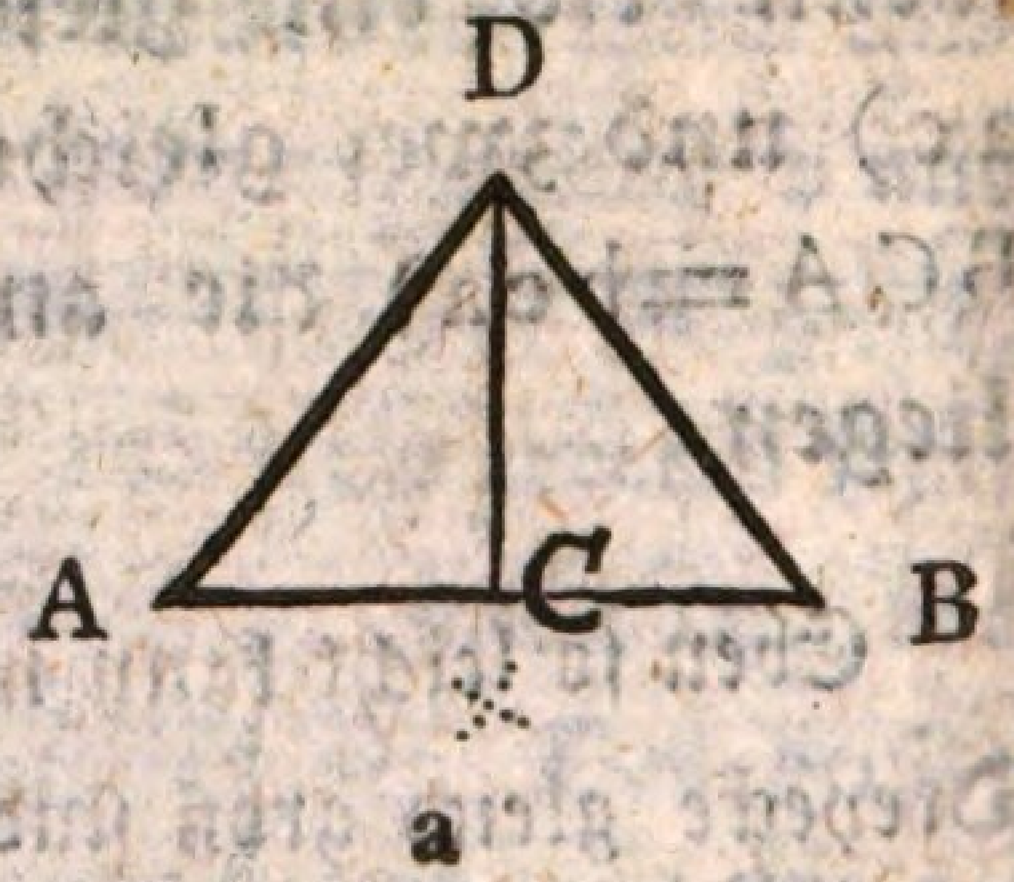
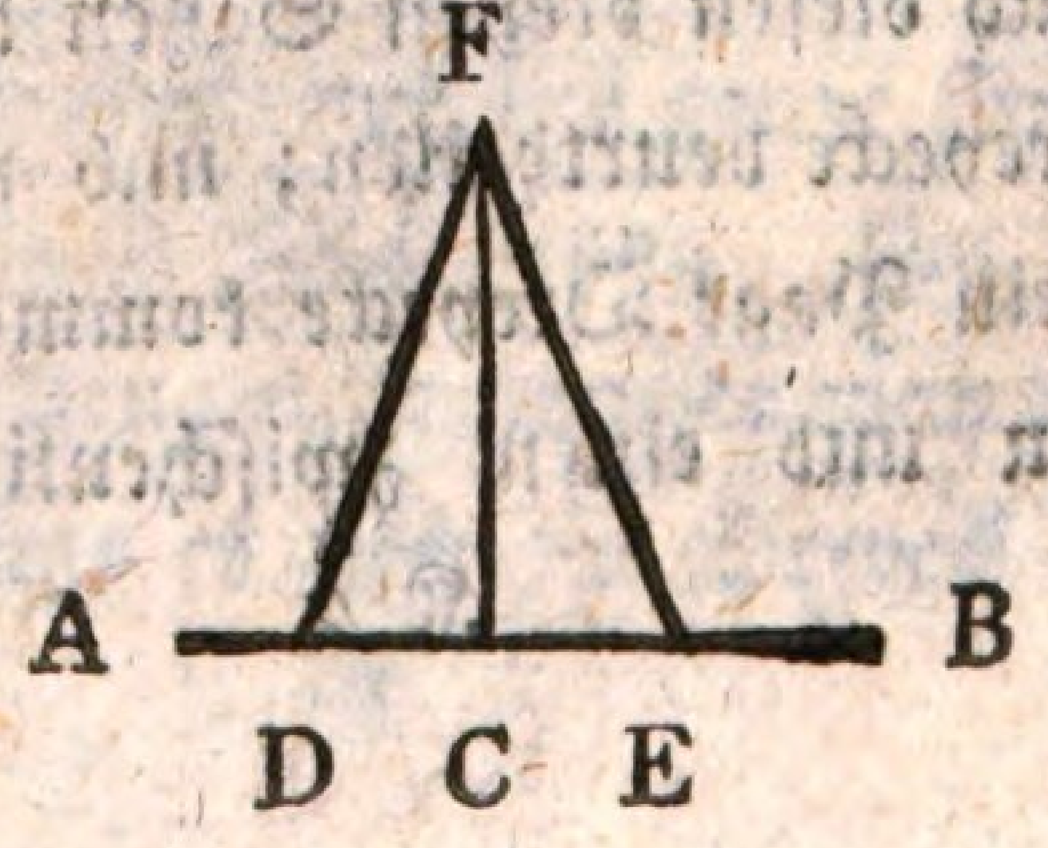


Fig. 22.



Auf-

Aufgabe. Einen gegebenen geradlinigten Winkel ACB, in die Hälfte zu theilen.

Auflösung. Auf CA und CB (Fig. 20.) nehme man CD = CE; ziehe DE, und beschreibe über diese das gleichschenkligte Dreyeck DFE, (welches geschieht, wenn man aus den Endpuncten D und E der geraden Linie DE, mit einerlei Halbmesser ein paar Bogen beschreibt, die sich in F schneiden, und dann von D und E nach F gerade Linien DF und EF zieht) von F nach C ziehe man die gerade Linie FC, so halbirt diese den gegebenen Winkel ACB.

Um sich davon zu überzeugen, daß ACF = FCB = $\frac{1}{2}$ ACB sei, braucht man nur die beiden Dreyecke CDF und CEF mit einander zu vergleichen, und man wird finden, daß die Seiten in beiden gleich groß sind. Also müssen auch die Winkel sich gleich seyn.

Aufgabe. Eine gegebene gerade Linie AB (Fig. 21.) in zwei gleiche Theile zu theilen.

Auflösung. Ueber AB beschreibe man das gleichschenkligte Dreyeck ADB. Halbire den Winkel ADB. Die Linie Da, welche dieses thut, halbirt auch AB in C.

Den

Den Grund oder den Beweis davon, findet man in den beiden gleichen Dreyecken ADC und DCB.

Aufgabe. Auf einer unbegrenzten Linie AB, (Fig. 22.) aus einem gegebenen Puncte C in der Linie, eine senkrechte, oder Perpendicularlinie aufzurichten.

Auflösung Aus dem gegebenen Puncte C nehme man zu beiden Seiten desselben, die gleichen Entfernungen CD und CE. Ueber DE beschreibe man das gleichschenkligte Dreyeck DFE, und ziehe FC, so wird diese die Perpendicularlinie seyn.

Dies erhellet daher, weil die beiden Dreyecke CFD und FCE drei gleiche Seiten haben. Folglich ist FCE = FCD = R = 90°

Fig. 23.

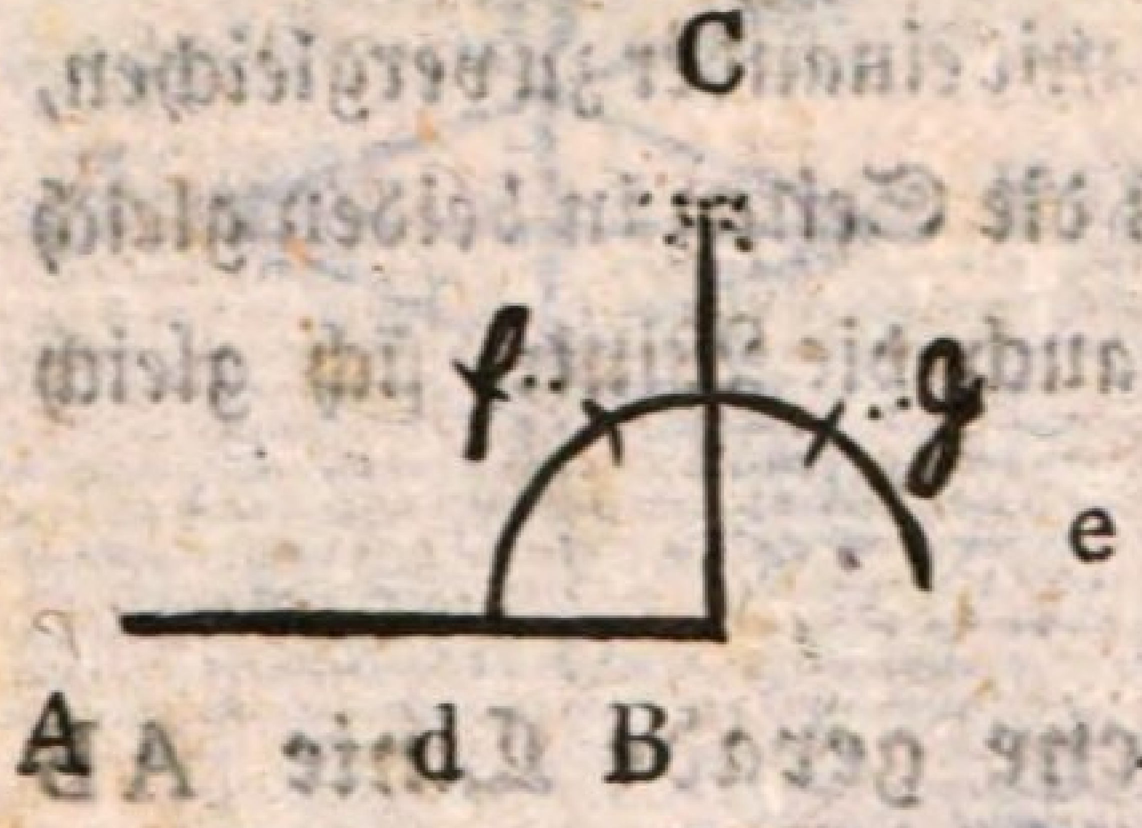


Fig. 24.

Fig. 25.

Soll

Soll man aus dem Endpuncte B ((Fig. 23.) einer geraden Linie AB, eine senkrechte Linie aufrichten, so beschreibe man mit einem beliebigen Halbmesser Bd einen Bogen de, trage auf denselben zweimal den Halbmesser in f und g. Aus diesen beiden Puncten beschreibe man mit einem willkührlichen Halbmesser, ein paar Bogen, die sich in C schneiden. Von C nach B ziehe die gerade Linie CB, so wird diese auf AB in B senkrecht stehen.

Aufgabe. Aus einem gegebenen Puncte C, (Fig. 24.) welcher ausserhalb der unbegrenzten Linie AB liegt, eine Perpendicularlinie auf AB herabzulassen.

Auflösung. Aus C beschreibe man mit dem Halbmesser CD den Kreisbogen DE. (Denn es läßt sich mit jeder Linie einen Kreis beschreiben.) Ueber DE beschreibe das gleichschenkligte Dreyeck DGE. Durch die beiden Puncte G und C ziehe die Linie GF, so wird CF auf AB aus C, vertikal oder lothrecht fallen.

Zieht man die Linien DC, DG, GE und CE, so entstehen gleiche Dreyecke, woraus sich leicht zeigen läßt, daß DFG=GFE = 90° sey.

Aus

Aus diesen Aufgaben folget auch: „daß diejenige Linie, welche einen gegebenen Winkel in die Hälfte theilet, auch die Linie DE halbiret, und zugleich auf derselben senkrecht stehe, und daß aus einem gegebenen Puncte in der Linie, nur eine einzige Perpendicularlinie gezogen werden kann.

Wenn eine Seite (welche es auch sei, dies gilt hier gleichviel,) von einem gradlinigten Dreyecke verlängert wird, so entsteht jedesmal ein Winkel außerhalb dem Dreyecke, der größer ist, als einer der beiden innern ihm entgegengesezten Winkel im Dreyecke. So ist z. B. der Winkel BCD im Dreyecke CAB (Fig. 25.) größer als ABC, oder auch größer als BAC. Von diesem Satze giebt die Geometrie leicht den Grund an. Denn man hat nur nöthig die Linie BC zu halbiren, alsdann durch A und F die Linie A E zu ziehen, und FE = AF zu machen, so entstehen zwey Dreyecke, (wenn man vorher die Linie EC gezogen hat,) die sich völlig einander gleich sind, weil die Winkel B F A und E F C Verticalwinkel sind. Folglich ist der Winkel B C E = A B C, also B C D viel grösser als A B C. Eben dieses kann man auch von dem Winkel B A C beweisen, daß er nemlich kleiner sei als B C D.

Nr. 11.

Anleitung
zum
gemeinnützigen Unterricht
für
Handwerker, Künstler u. Fabrikanten
über die
praktischsten Grundsätze
mathematischer, physischer, chemischer und
technologischer Kenntnisse.

Fortsetzung des vorigen Stücks.

Aus diesem Satze folget aber auch, daß zwei Winkel zusammengenommen, in einem geradlinigten Dreyecke, jedesmal kleiner sein müssen, als 2 R oder 180°. Denn wollte man dieses nicht zugeben, so könnte man nur zeigen, daß BCD + BCA = 180°, weil es Nebenwinkel sind. Nun kann doch aber ABC und ACB nicht so groß sein als 180°; denn sonst müßte der Winkel ABC einerlei Grösse mit dem Winkel BCD haben, welches aber, wie vorhin gezeigt, nicht angeht. Also sind zwey Winkel zusammengenommen, in einem geradlinigten Dreyecke allemal kleiner als 2 R oder 180°

Aus diesem Satze folget aber auch, daß in jedem geradlinigten Dreyecke, der grössere Winkel der grössern Seite gegenüber steht, und umgekehrt; die grössere Seite steht dem grössern Winkel gegenüber.

Fig. 26.

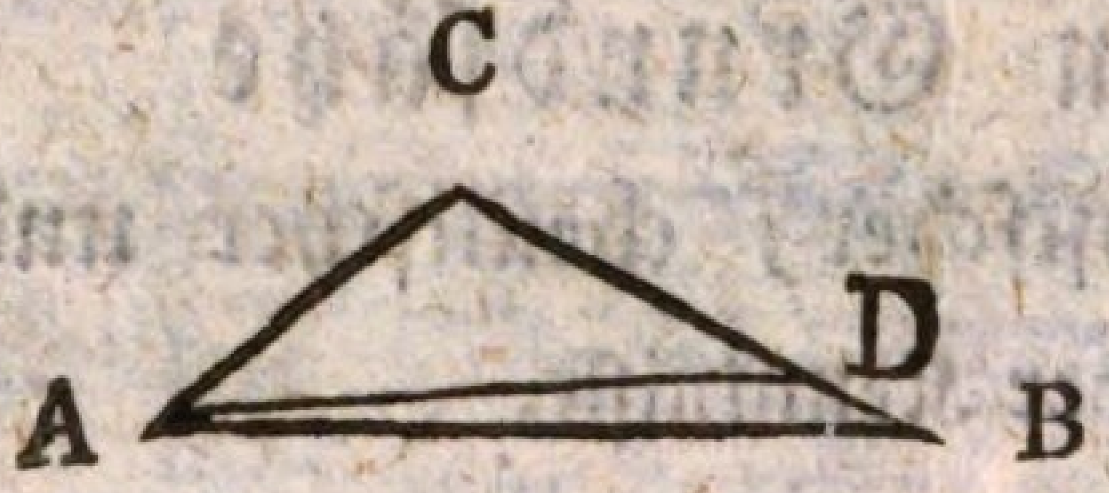


Fig. 27.

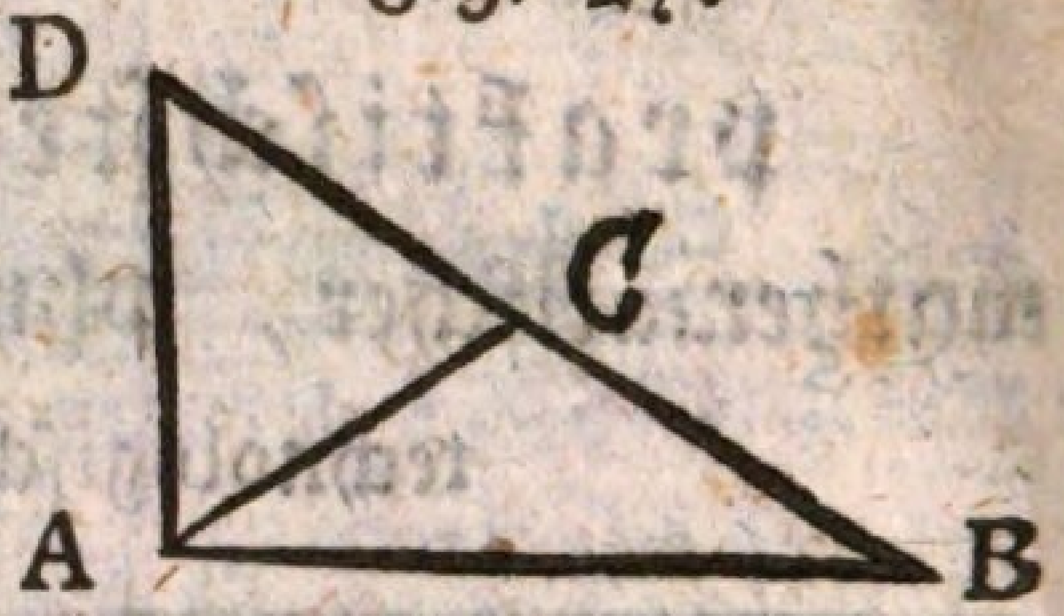
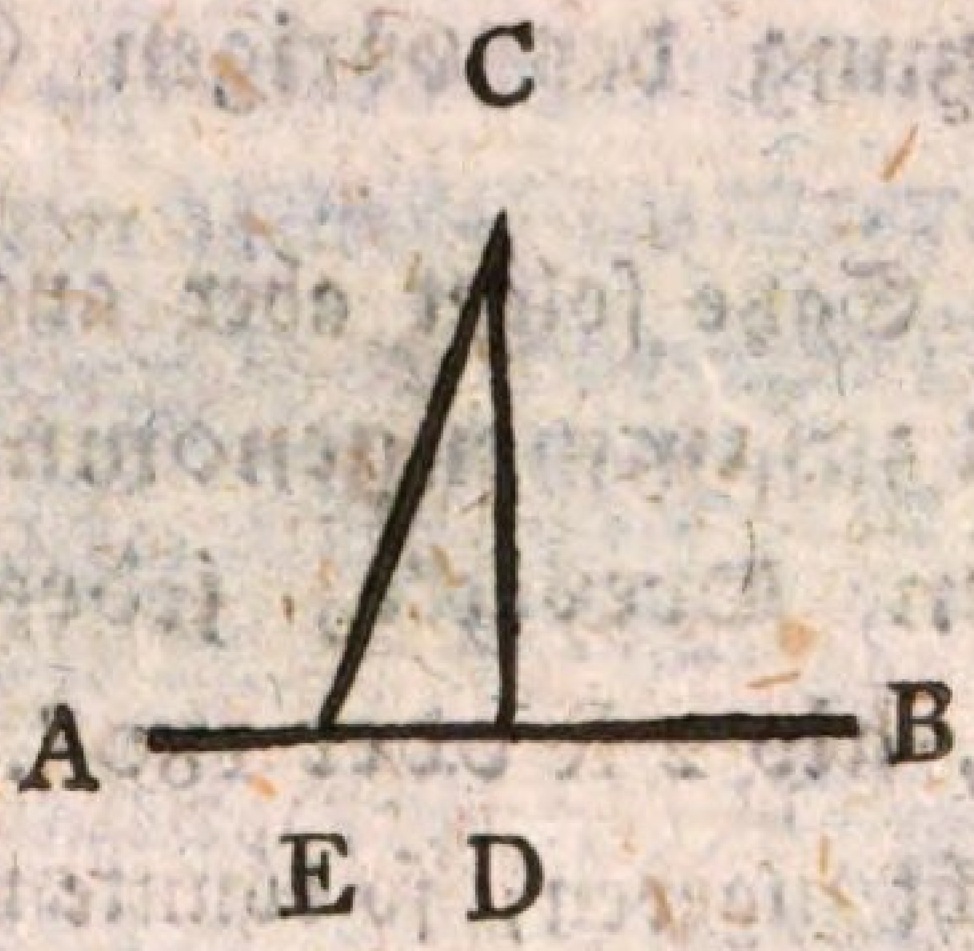


Fig. 28.



Von der Wahrheit der ersten Behauptung kann man sich leicht überzeugen, wenn man nur die 26 Figur ansehen will. Denn, um zu beweisen, daß der Winkel $CAB > CBA$ sei, braucht man nur die Seite CA auf CB zutragen, so daß $CD = CA$ wird, und AD zuziehen, so ist doch das Dreyeck CAD offenbar ein gleichschenkligtes; also $CAD = CDA$. Dieser letztere Winkel ist aber, nach dem vorigen

Satze,

Satze, grösser als C B A, folglich muß C A B doch wohl grösser seyn als C B A. — Eben so leicht kann man den Satz von der grössern Seite zeigen.

Hieraus folget auch wieder, **daß in jedem geradlinigten Dreyecke zwei Seiten allemal grösser sind als die dritte.**

Um jemand davon zu überführen, so kann man ihm sagen, er soll eine von den beiden Seiten verlängern, wie in unserer 27 Figur mit der Seite CB geschehen ist; und auf die verlängerte Seite C B, die andere Seite C A = C D tragen, und hierauf die Linie D A ziehen, so wird der Winkel D A B > A B D; folglich D B, das ist BC + CD = BC + CA > AB.

Die kürzeste Linie, die man aus einem gegebenen Puncte C, nach einer Linie A B ziehen kann, ist die Perpendicular-Linie CD. (Fig. 28.)

Denn jede andere Linie C E, sie mag C D noch so nahe liegen als sie will, wird grösser seyn als das Perpendicul; weil der Winkel CED < CDE, folglich C E > C D.

Ehe wir die übrigen Eigenschaften der geradlinigten Dreyecken näher auseinander setzen, müssen wir uns vorher, vorzüglich mit den Eigenschaften der Parallel-

rallellinien bekannt zu machen suchen. Parallel, sind ein paar Linien, wie wir gleich anfangs bemerkt haben, wenn sie von beiden Seiten verlängert, nicht zusammenstossen.

Wenn nun ein paar gerade Linien A B **und** C D (Fig. 29), **die in einer Ebene liegen, von einer dritten** E F **in** G **und** H **geschnitten werden, von der Art sind, daß** 1) **die Winkel** B G H **und** D H G = 2 R = 180°; **oder** 2) **daß der Winkel** E G B = E H D; **oder** 3) **daß der Winkel** A G H = G H D: **so sind beide Linien** A B **und** C D **mit einander parallel.**

Fig. 29.

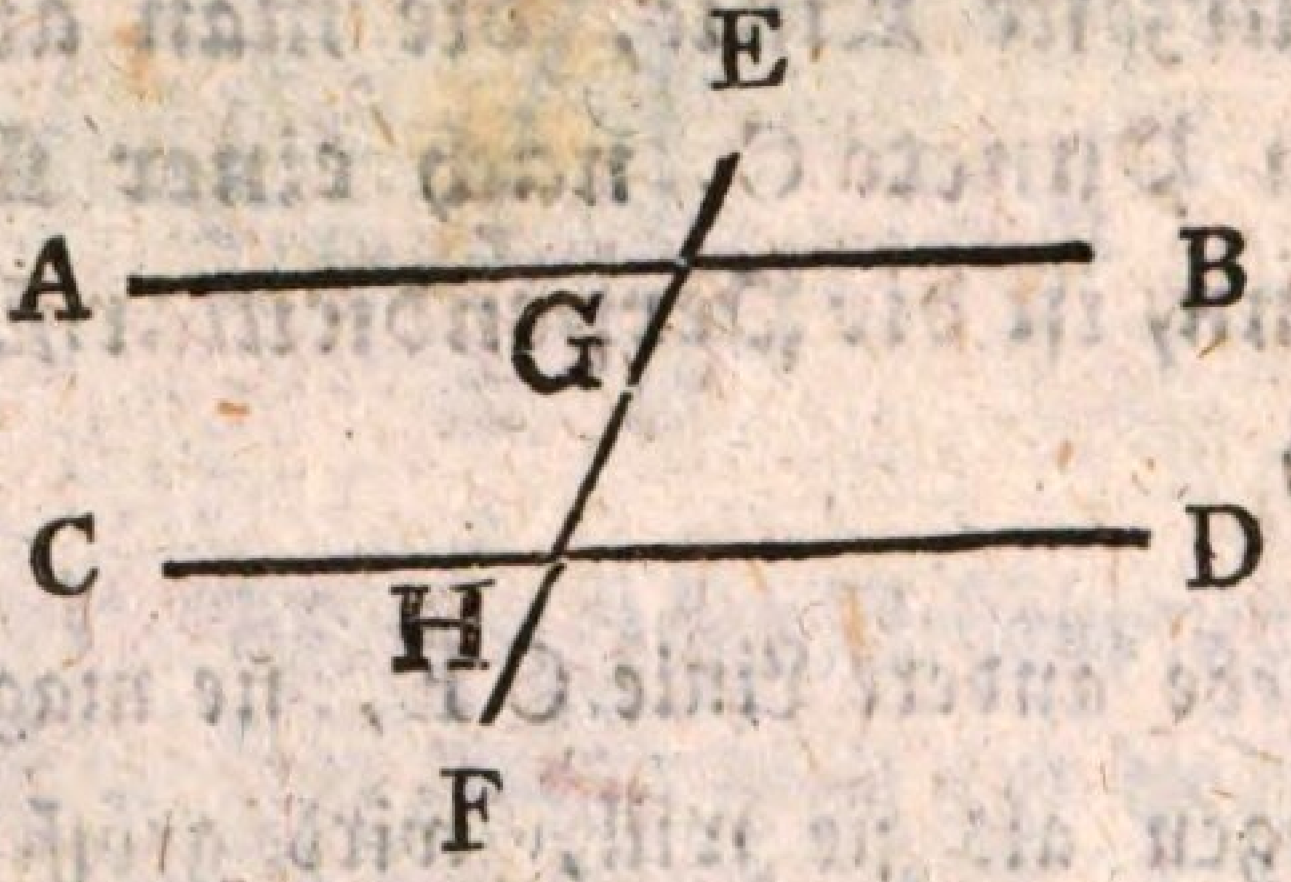
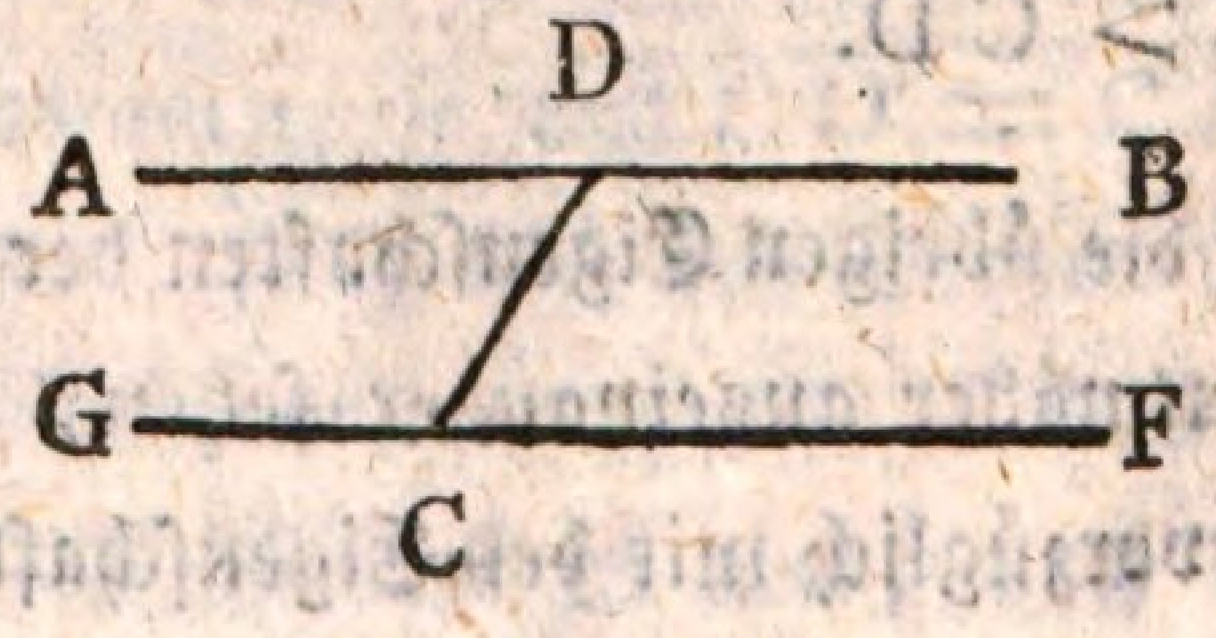


Fig. 30.



Wenn die beiden Linien G B und H D von dieser Seite zusammenkommen, so wird nothwendig ein Dreyeck entstehen, in welchem zwey Winkel B G H und D H G so groß sind als 180° = 2 R. Dies ist aber, wie wir im vorhergehenden gezeigt haben, von keinem geradlinigten Dreyecke möglich; und da wir hier annehmen, daß die beiden Winkel B G H und D H G (welche man die innern entgegengesetzten Winkel nennt) gerade 180° ausmachen, so ist das Zusammenkommen von dieser Seite nicht möglich. Eben so wenig können A G und C H zusammenstossen. Denn A G und G B, wie C H und H D, liegen in einer geraden Linie A B und C D; also ist B G H + A G H = 2 R = G H D + G H C mithin alle vier Winkel = 4 R. Nimmt man davon die beyden B G H und D H G, welche zweyen Rechten gleich sind, weg, so bleiben A G H + G H C nach, welche eben die Grösse haben als B G H und D H G. Folglich kommen auch die Linien von dieser Seite nicht zusammen. Sie sind daher parallel. Wenn E G B = G H D, so ist E G B + B G H = 2 R = B G H + D H G. Und wenn A G H = G H D, so ist A G H + B G H = 2 R = B G H + D H G. Diese beiden letztern Winkel heissen **Wechselwinkel**; und E G B heißt der äussere, der dem innern ent-

gegen-

gegengesetzten G H D gleich ist. Auf diesen Satz gründet sich folgende Aufgabe: **Zu einer Linie A B, (Fig. 30) aus einem Punkte C, eine andere G F parallel zu ziehen.**

Auflösung. Aus dem gegebenen Punkte C, ziehe man nach A B die gerade Linie C D, und setze an C den Winkel D C F = A D C, und ziehe G F, so ist diese parallel mit A B.

Wenn eine gerade Linie D C (Fig. 31) mit einer andern geraden Linie A E, denselben Winkel D C E macht, den eine andere B A mit dieser Linie A E einschließt, so geht D C mit B A parallel. Es ist gar nicht möglich, daß die Linie C D mit A B zusammenkommen kann, weil sonst gleich grosse Winkel sich nicht einander decken würden. Verlängern wir nun die geraden Linien D C, B A und auch A E, so kann auch A G und C F nicht zusammenkommen, weil A C F = D C E, und B A C = H A G; folglich H A G = A C F.

Ferner ist B A C = A C F; denn A C F = D C E; und B A C + D C A = 2 R, weil D C E + D C A = 2 R.

Fig. 31.

Fig. 31.

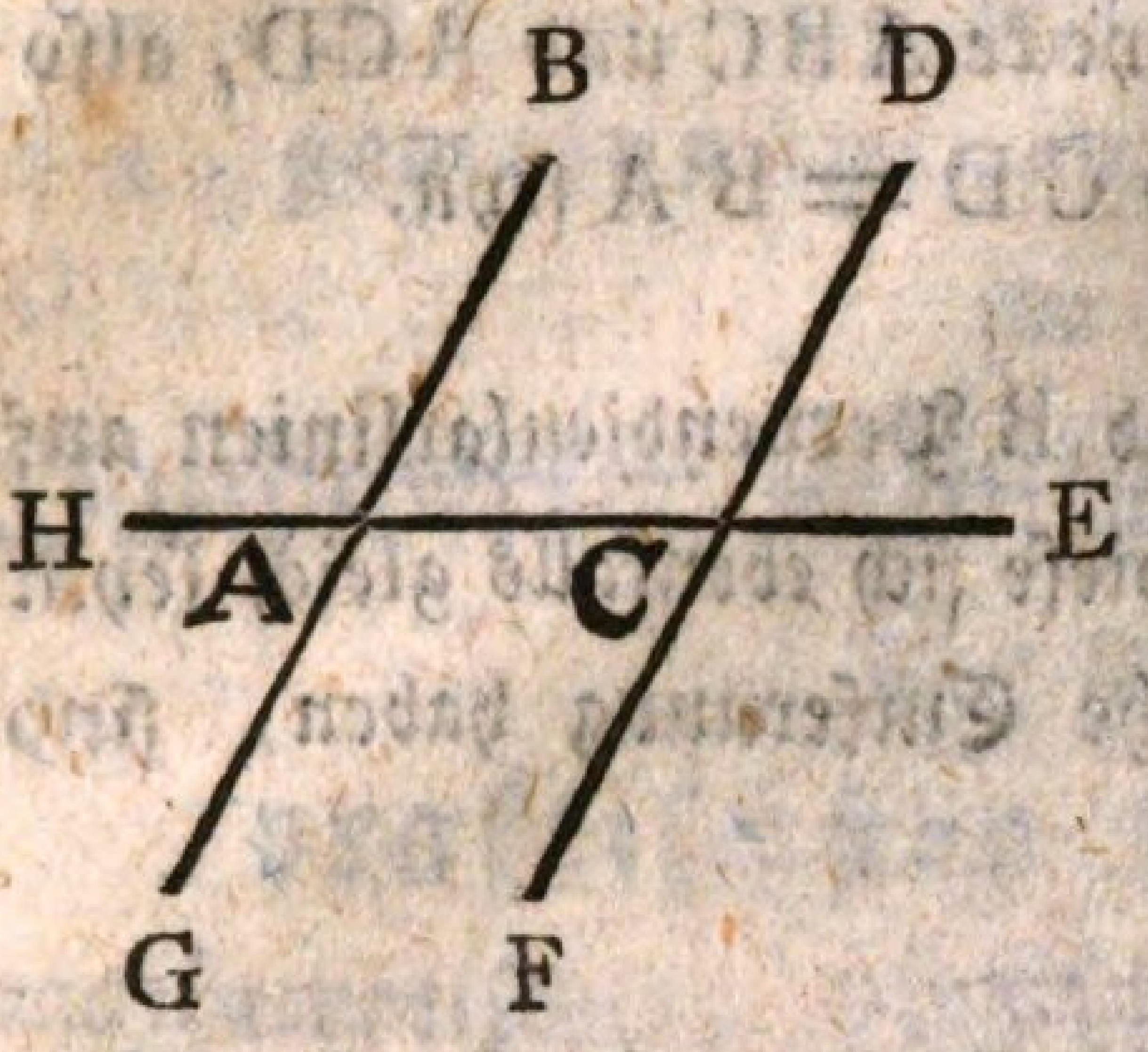
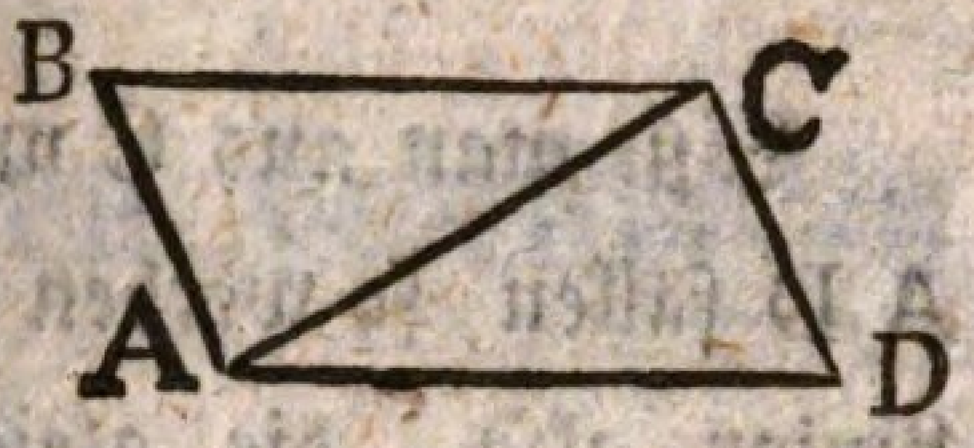


Fig. 32.



Wenn demnach zwey Linien B G und D F mit einander parallel gehen, und von einer dritten H E durchschnitten werden, so müssen die beiden innern entgegengesetzten Winkel B A C + D C A = 2 R; und der äussere Winkel D C E dem innern entgegengesetzten B A E, und die beiden Wechselwinkel B A C und A C F einander gleich seyn.

Durch einen Punct läßt sich mit einer gegebenen Linie nur eine Linie parallel ziehen.

Parallelen zwischen Parallelen, wie B C und A D, nebst A B und C D, (Fig. 32) sind sich einander gleich.

Um dieses zu zeigen, ziehe man die Linie A C, so ist der Winkel A C B = C A D, und B A C = A C D,

A C D; die Linie A C ist aber eine gemeinschaftliche Seite für die beiden Dreyecke A B C und A C D, also muß B C = A D, und C D = B A seyn.

Läßt man aus C und B Perpendicularlinien auf A D fallen, so werden diese sich ebenfalls gleich seyn. Linien also, die gleiche Entfernung haben, sind parallel.

Eine Figur, wie A B C D, heißt eine Parallelogramm; und die Linie, welche von A nach C gezogen, oder auch von B nach D geht, heißt eine Diagonallinie, die jedes Parallelogramm in zwey gleiche Dreyecke A B C und A C D theilet.

Aufgabe. Aus zwey Linien A D und D C, ein Parallelogramm zu beschreiben.

Auflösung. Setze die beiden Linien A D und D C unter einem beliebigen Winkel A D C zusammen, und ziehe A C. Ueber A C beschreibe man aus C mit A D einen Bogen, und aus A mit C D einen andern Bogen, die sich beide in B schneiden. Ziehe hierauf B C und A B, so ist A B C D das gesuchte Parallelogram.

Nr. 12.

Anleitung
zum
gemeinnützigen Unterricht
für
Handwerker, Künstler u. Fabrikanten
über die
praktischsten Grundsätze
mathematischer, physischer, chemischer und
technologischer Kenntnisse.

Fortsetzung des vorigen Stücks.

Wenn man das, was wir so eben von den Eigenschaften der Parallellinien gesagt haben, gehörig verstanden, so wird man auch leicht zeigen können, daß die Summe der drey Winkel in jedem geradlinigten Dreyecke, nicht mehr und nicht weniger, als 180° oder 2 R ausmachen können.

Fig. 33.

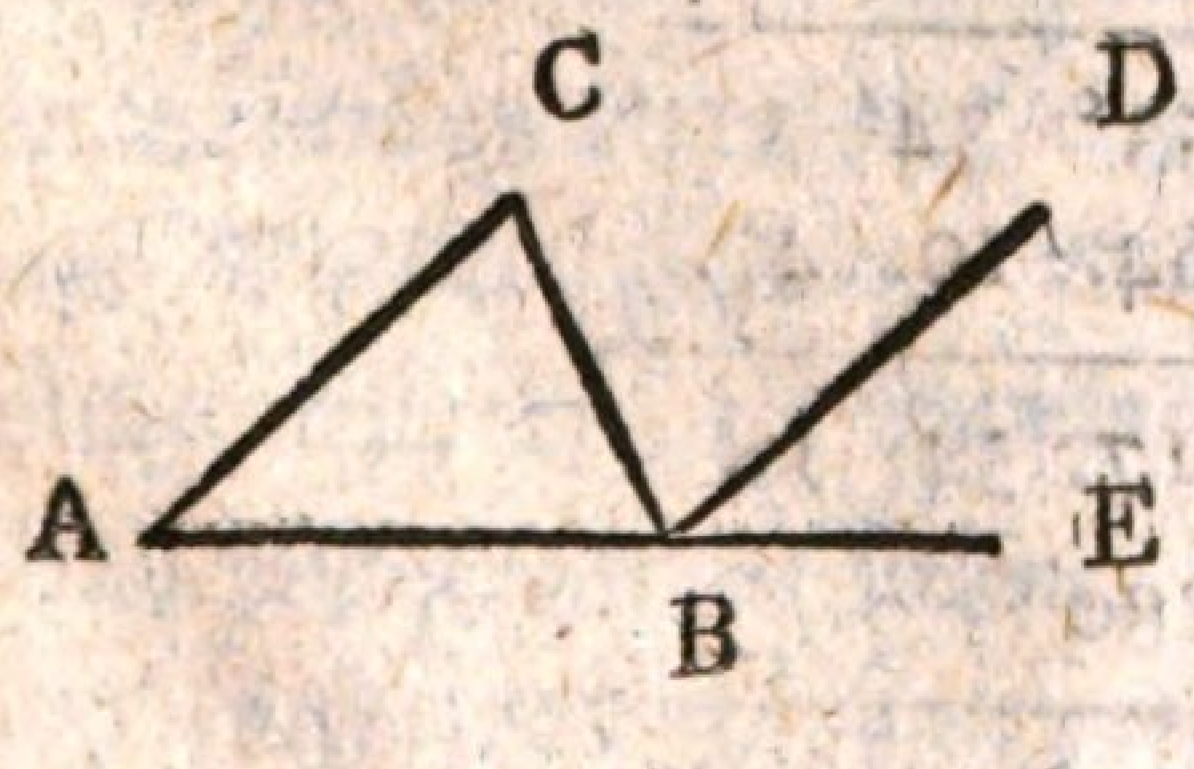
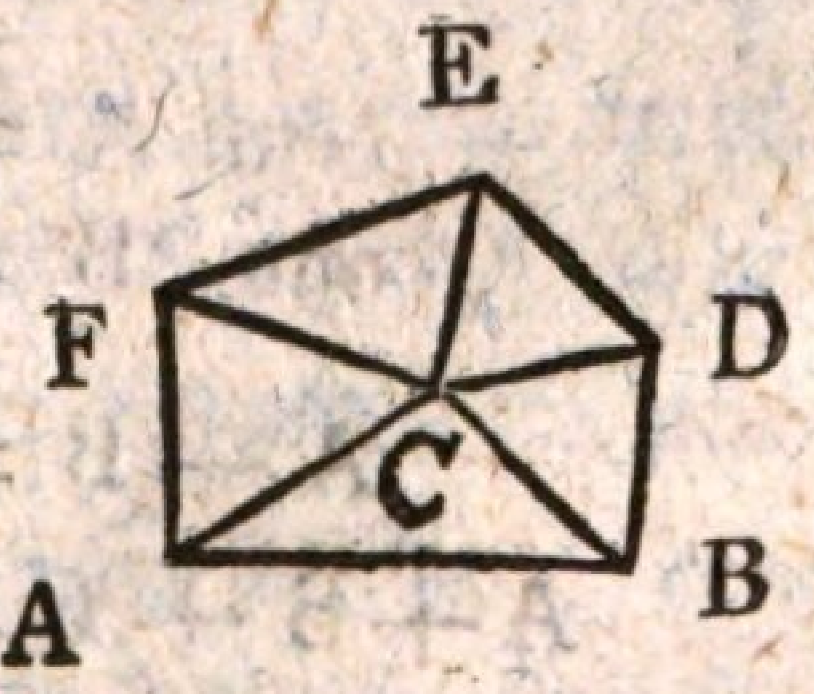


Fig. 34.



Um zu beweisen, daß die drey Winkel CAB, ACB und ABC (Fig. 33.) = 180° sind, verlängere man nach Gefallen AB, und ziehe aus B mit AC die Linie BD parallel, so ist CBD = ACB, und DBE = BAC. Wenn man also zu CBD und DBE, den Winkel im Dreyecke CBA addiret, so ist CBD + DBE + CBA = CBA + ACB + CAB. Die Summe der drey ersten Winkel machen 180°, also auch die drey Winkel im Dreyecke, weil sie von einerlei Grösse mit den drey ersten sind. — Da der Winkel CBD = ACB, und DBE = CAB, so ist CBD + DBE = ACB + CAB. Aber CBD + DBE = CBE, also CBE, oder der äußere Winkel im geradlinigten Dreyecke, ist jedesmal so groß, als die beiden innern ihm entgegengesezten im Dreyecke.

Wenn demnach zwey Winkel in geradlinigtem Dreyecke gegeben sind, so läßt sich der dritte finden, wenn man die Summe der beyden von 180° abziehet. Es sei z. B. der Winkel A = 53° 34′ 31″, B = 64° 19′ 47″; so ist der Winkel

C = 62° 5′ 42″

denn A = 53° 34′ 31″
und B = 64. 19. 47.

A + B = 117. 54. 18
A + B + C = 180°

also C = 62° 5′ 42″

Wenn

Wenn das Dreyeck ein rechtwinkligtes ist, so braucht man nur den andern Winkel von 90° zu subtrahiren, weil der rechte Winkel für sich 90° beträgt. Gesetzt also, der eine Winkel wäre = 60° 55′ 4″, so ist der andere 29° 4′ 56″. Ist das Dreyeck gleichseitig, so ist jeder Winkel = 60°; und ist ein rechtwinkligtes Dreyeck zugleich gleichschenkligt, so sind die beiden Winkel an der dritten Seite sich gleich, oder jeder von ihnen ist = 45°.

Aufgabe. Die Summe aller Winkel in jedem Vielecke zu finden.

Auflösung. Innerhalb der vielseitigen Figur nehme man ein Punct C (Fig. 34.) nach Gefallen an, und ziehe aus demselben nach den Winkeln der Figur gerade Linien, als FC, CE, CD, CB und CA; so entstehen so viel geradlinigte Dreyecke CFE, CED u. s. w. als die Figur Seiten hat.

Die Summe der drey Winkel in jedem Dreyecke ist = 180°; also machen die fünf Dreyecke zusammen = 5 × 180° = 900°. Von jedem Dreyecke liegt aber ein Winkel an der Spitze C desselben, der nicht mehr zum Vielecke gehöret. Aus dem Vorhergehenden wissen wir, daß die Summe aller Winkel, die um einen Punct herum liegen, 4 Rechte Winkel, oder 360° betragen. Nimmt man demnach von den so

eben gefundenen 900°, 4 R oder 360° ab, so bleibt die Summe aller Winkel im Vielecke übrig. In unserm Beispiele also 540°. Vier rechte Winkel, oder 360°, ist gerade die Summe der Winkel für zwey Dreyecke. Die Summe der Winkel im Vielecke ergiebt sich demnach ebenfalls, wenn man von den Dreyecken allemal zwey derselben abzieht, und diesen Unterschied mit 180° multipliciret; oder, welches einerlei ist, man multiplicire die Summe der Seiten weniger zwey, mit 180°, so giebt das Product die Summe der Winkel im Vielecke. Für ein Neuneck wird demnach die Summe der Winkel $= (9-2) \times 180° = 7 \times 180° = 1260°$ betragen. Ist das Vieleck regulär, so sind sich die Seiten und Winkel gleich; und die Größe eines jeden Winkels ergiebt sich, wenn man die Summe der Winkel mit der Anzah der Seiten dividiret. So ist z. B. die Grösse dieses Winkels im regulären Fünfecke $\frac{540°}{5} = 108°$. Dieser Winkel heißt der **Vieleckwinkel** oder **Polygonwinkel**. Ist dieser bekannt, so läßt sich, mit Hülfe eines **Transporteur**, jedes reguläres Vieleck leicht entwerfen.

Der Transporteur ist ein Instrument, das aus einem halben Cirkel, gewöhnlich aus Meßingbleche, besteht, und dazu dienet, die Größe der Winkel auf dem Papiere auszumessen, und auch, an eine Linie, einen

einen gegebenen Winkel aufs Papier, aufzutragen. Zu dem Ende muß der Halbkreis des Instruments genau in 180 gleiche Theile eingetheilet werden. Durch Halbiren läßt sich jeder Theil in halbe Grade theilen. Will man nun dieses Instrument gebrauchen, so lege man den Mittelpunct desselben an den Scheitel des gegebenen Winkels, so daß der Halbmesser des Transporteurs, den einen Schenkel des Winkels genau deckt, so wird der andere Schenkel die Größe des Winkels auf dem Umfange des Instruments abschneiden.

(Fortsetzung der Anmerkung von Seite 171.)

Gebrauch und Nutzen der bekannten fetten Oele.

Das Baumöl wird aus den Früchten (Oliven) des europäischen Oelbaums ausgepreßt. Dieser Baum wächst vorzüglich in Portugal, Spanien, im südlichen Theile von Frankreich, in Italien, u. s. w. Er ist selten über 8 Fuß hoch, und er hat ein dichtes, festes, gut geadertes und gelbes Holz, welches weder der Fäulniß noch dem Wurmstiche unterworfen seyn soll, und nimmt eine vortrefliche Politur an. Die Früchte müssen vollkommen reif seyn, wenn sie ein gutes Oel liefern sollen. Denn unreife Oliven geben ein äußerst scharfes und bitteres Oel. Einige halten das weißgelbliche Oel von Provence, andere das von St. Remo im Genuesischen, und noch andere das

von

von Lucca für das beste. Die schönsten Baumöle werden oft mit wohlfeilen und schlechten vermischt, vorzüglich mit Nuß- Mohnsaamen- ja sogar mit Lein- und Rübsaamenöl; solches Baumöl giebt, wenn es geschüttelt wird, viele Luftblasen, und da das ächte schon bey einer Kälte von 4° nach Reaumür gerinnt, gerinnt es nun erst bei 10 *bis* 15°. Um den schlechten Oelen das Unannehmliche zu benehmen, läßt man sie eine Zeitlang in bleyernen Gefäßen stehen, und vermischt sie erst alsdann mit dem Baumöle. Diese Mischung ist aber für die Gesundheit äußerst nachtheilig. Man vermischt sie auch wol mit Bleykalken, als Bleyweiß, ꝛc. die aber durch eine arsenikalische Schwefelleber entdeckt werden können.

Das Mandelöl gewinnt man durch Auspressen aus den Kernen des gemeinen Mandelbaums. Von Geschmack ist es etwas bitter. Es wird zu wohlriechenden Seifen und in der Medicin gebraucht.

Rübsaamenöl, aus Rübesaamen, ist von einem unangenehmen herben Geschmack, der durch Bleykalke gemildert, aber eben dadurch der Gesundheit sehr nachtheilig wird. Unschädlich wird dasselbe, wenn das Herbe, durch ein Stück saures Brod, verbessert wird. Im Ganzen wird es mehr zum Brennen und zur Bearbeitung der Wolle, zur Seife als zu Speisen gebraucht.

Buchöl,

Buchöl, wird aus den bekannten Buchecker ge- schlagen. Geruch und Geschmack sind lieblich. Abgeschälte Bucheckern geben ein sehr weisses, helles Oel. Beym Brennen giebt es wenig Geruch von sich. Es gefriert nicht so leicht als Baumöl; und in irdenen Gefäßen hält es sich Jahre lang.

Zu den Oelen, die weit eher ranzigt, dicke und trocken werden, als die vorigen, die überdies einen großen Grad von Kälte widerstehen, ohne zu gefrieren, gehören vorzüglich folgende:

Leinöl, wird aus dem Leinsaamen geschlagen. Die Kuchen, welche nach dem Auspressen zurückbleiben, geben ein gutes Winterfutter für das Rindvieh. Das meiste Leinöl kommt aus Holland. Es dienet zum Brennen, zu Mahler- und Druckfarben, und wird auch in einigen Ländern gegessen.

Das Nußöl, hat einen angenehmen Geschmack, wenn es aus trockenen reifen Wallnüssen gepreßt wird. Es wird zum Brennen, zur Mahlerey, zur Medicin und zu Speisen gebraucht.

Hanföl wird aus dem Hanfsaamen geschlagen. Man gebraucht es zum Seifensieden, zum Brennen und auf den Apotheken.

Mohn- oder Maagsaamenöl. Es wird kalt und warm geschlagen. Das erste ist fetter als Baumöl, und wird zu Speisen gebraucht. Das andere

andere dienet zum Brennen, und es setzt weniger Ruß ab als Rüb- Lein- und Baumöl.

Aller dieser erwähnten Oele gewinnt man durch Auspressen aus dem Pflanzenreiche. Allein man erhält auch noch ein sehr brauchbares Oel aus dem Thierreiche, das unter dem Namen **Fischöl**, oder **Thran** bekannt ist. Dieses Oel wird aus dem Specke oder dem Fette der Wallfische, Seehunde, Wallrosse, Heeringe, ꝛc. ausgekocht. Dies geschieht in kupfernen Pfannen, die eine Weite von 10 bis 12 Fuß haben, und die in der Mitte etwas tiefer sind, als am Rande, in deren jede 5 Fässer Speck hineingehen, der darinnen ausgelassen wird, wenn zuvor eine halbe Tonne Wasser hineingegossen worden, damit der Speck nicht anbrenne, weswegen er auch von zweyen Männer über dem Feuer beständig umgerühret wird. Wenn der Speck zwey oder drey Stunden gekocht hat, daß der Thran völlig zergangen ist, so schöpft man solchen mit großen kupfernen Löffeln aus der Pfanne in viereckige Tröge, die obenher mit einem Gitter vermacht sind, wodurch der Thran in die Tröge hinein läuft, und die ausgekochten Rinken von dem Wallfischspecke auf dem Gitter beliegen bleiben, welche in Hanf- oder Leinsaamenfässer geschlagen und zum Leimsieden verkauft werden. Von diesem Troge wird der Thran in einen andern gelassen, der mit $\frac{2}{3}$ Wasser angefüllet ist.

Anleitung
zum
gemeinnützigen Unterricht
für
Handwerker, Künstler u. Fabrikanten
über die
praktischsten Grundsätze
mathematischer, physischer, chemischer und technologischer Kenntnisse.

(Fortsetzung der Anmerkung von Seite 96.)

Gebrauch und Nutzen der bekannten fetten Oele.

In diesem kühlt er sich ab. Aus diesem Troge leitet man ihn noch in einen dritten. Hier sinkt das Dicke oder die Grundsuppe (**Prutt**) auf den Grund, und man zapfet alsdann den Thran in Fässer, welche mit neuen Reifen verwahret, und sobald sie voll sind, werden sie mit einem hölzernen Spunde zugeschlagen, und als Kaufmannswaare verkauft. Folgende Arten kommen gewöhnlich in der Handlung vor: 1) **Der weiße Wallfischthran**, wird von Weißgerbern, Corduanmachern und andern Lederarbeitern zur Bereitung des Leders gebraucht. 2) **Der Seehund- oder Robbenthran**, größtentheils zum Brennen, er hat eine gelbbraune Farbe. 3) **Der Fischleber- oder Heeringsthran**, kömmt

Bayerische Staatsbibliothek MÜNCHEN

aus Gothenburg und andern Schwedischen Städten zu uns, und wird am meisten zum Seifensieden benutzt. 4) Der **schwarze** oder **dicke Hefenthran**, am meisten zu Wagenschmiere. Die Engländer bereiten 5) aus der Leber des Stockfisches einen Thran, den sie vorzüglich bei der Bereitung des Leders benutzen.

Ausser dem Thran gewinnet man auch noch eine Fettigkeit aus dem Kopfe des Pottfisches, welche den Namen **Wallrath** führet. Der eigentliche Wallrath ist eine weisse, trockne, brüchige, weiche, aus halb durchsichtigen Schuppen bestehende Masse, und mit vielem flüßigen Fette vermischt, aus welchem die Engländer ein Oel gewinnen, welches zum Brennen gebraucht wird. Mit den alkalischen Salzen giebt er eine Seife. Am meisten benutzt man ihn aber als Zusatz zu den Wachskerzen.

Zu den schmierigten Oelen läßt sich auch auf eine gewisse Art das **Wachs** rechnen, welches die Bienen aus den Staubbeuteln der Blumen sammlen, und sich auch aus einigen Pflanzen ziehen läßt. Das Wachs hat wenig Geruch noch Geschmack, lößt sich nicht im Wasser auf, es besitzt eine grössere Zähigkeit als die fetten Oele, und unterscheidet sich vorzüglich dadurch von ihnen, daß es nicht ranzigt wird.

Die gelbe Farbe des Wachses rühret wahrscheinlich von dem Blumenstaub her, und muß daher durch Luft, Sonne und Wasser ausgezogen werden; und aus diesem Grunde muß das Wachs gebleicht werden. Selbst auf die Lage der Bleiche kommt

sehr

sehr vieles an; sie muß dem Winde nicht so sehr ausgesetzt seyn, nicht viel Schatten und auch keinen Mangel an gutem Wasser haben. Damit nun die Luft und die Sonne gehörig wirke, so muß man dem Körper eine so grosse Oberfläche als möglich geben. Zu dem Ende wird das Wachs, vermittelst einer eignen Maschine, gekörnet, welches etwa auf folgende Art geschieht: In einem kupfernen stark verzinnten Kessel, von der Gestalt eines abgeköpften Kessels und ganz mit Mauerwerk umgeben, wird das Wachs in reinem Brunnenwasser geschmolzen. Die Gefässe müssen alle verzinnt seyn, weil sonst das Kupfer das Wachs färben würde. Während des Schmelzens wird das Wachs im Kessel beständig gerührt, und ist es hinlänglich geschmolzen, so wird es aus dem Kessel mit dem Wasser durch einen Hahn abgezapft, und in eine niedriger stehende Wanne gelassen. In dieser Wanne steht das Wachs etwa zwey Stunden, und damit es nicht erkalte, wird die Wanne mit einer Decke zugedeckt. Das Wasser, womit das Wachs geschmolzen ist, sinkt mit allen Unreinigkeiten zu Boden. Aus dieser Wanne läuft das Wachs, durch einen erwärmten Durchschlag, in ein langes mit einer Reihe Löcher versehenes verzinntes Gefäß, unter welchem eine hölzerne Welle dergestalt angebracht ist, daß sie zur Hälfte in das kalte Wasser eintaucht, womit der darunter stehende lange Trog angefüllet ist. Wird der Hahn der Wanne geöfnet, und die Welle umgedrehet, so **bändert** sich das Wachs, und fällt in den Wasserkasten. So zubereitet bringt man es auf die Bleiche. Das Bleichen geschieht auf lange **Tafeln, Plane, Quarres,** die aber nur eine

 mäßige

mässige Breite haben, damit man bequem das Wachs, der Breite der Tafel nach, umlegen könne. Begossen wird es nur, wenn die Sonnenhitze gar zu stark ist. Die Tafeln sind mit Leinen bedeckt. Die meiste Zeit wird das Wachs zwei mal gebleichet. Nach dem zweyten Bleichen, wird es zusammengeschmolzen, und in verschiednen Formen gegossen

Das Bleichen kann nur zu einer solchen Jahrszeit vorgenommen werden, wenn die Wärme der Sonne im Zunehmen ist. Gewöhnlich vom May bis zum September.

Dies mag hier von der Bereitung des Wachses genug seyn. Wir wollen nur noch des Gebrauches der Oele, besonders der trocknen, bei der Zusammensetzung einzelner Farben und der Firnisse erwähnen, und damit diese lange Anmerkung beschliessen.

Ruß wird vorzüglich mit Oel angemacht, und *so* dient er z. B. als schwacher Firniß auf Eisen und andere Metalle. Dahin gehöret auch die Bereitung der **Buchdruckerfarbe**, welche aus Ruß und Leinöl besteht. Besser als Leinöl ist Rußöl, aber auch theurer, und wird daher seltner genommen. Weil die Farbe dick seyn muß, so wird das Oel, um es seiner überflüssigen Feuchtigkeit zu berauben, lange gekocht, welches in einem kupfernen Gefässe (Blase) geschieht, anfangs bei gelindem, und bei offenem Gefässe, nach und nach aber bei verstärktem Kohlenfeuer. So bald das Oel stark an zu sieden fängt, so wird es **abgeknöscht**, das heißt, ein Stück Brod so lange hineingehalten, bis solches völlig schwarz, einer Kohle gleich, gebrannt ist. Dieses reiniget das Leinöl unnd macht es klar. Nach zwei Stunden wird die Blase mit ihrem Deckel geschlossen, und damit das kochende Oel den Deckel nicht abwerffe,

muß

muß man denselben sorgfältig befestigen. Der Firniß muß so lange kochen, bis er anfängt dicke zu werden und strenge zu riechen. Einige Buchdrucker lassen ihn erst etwas kalt werden, ehe sie ihn mit dem Ruß vermischen, andere schütten eben solchen alsdenn hinein, wenn sich derselbe gerade so viel abgekühlet hat, daß der Ruß davon nicht mehr angezündet wird. Der Firniß wird zu dem Ende in ein Farbenfaß gegossen, und so viel Ruß hinzu gethan, daß er so steif als ein Brey wird. Die Farbe muß gut durchgearbeitet werden, weil sich sonst der Ruß nicht überall gleich verbreiten würde. Die Probe der Farbe ist die, daß nichts abfällt, wenn man etwas davon auf einen Span nimmt, und gegen den Boden kehrt.

Ferner giebt Leinöl mit $\frac{1}{4}$ Glötte, $\frac{1}{24}$ Geigenharz, $\frac{1}{12}$ Mennige und $\frac{1}{48}$ Terpenthien, ohne oder mit endlichem Anbrennen gekocht, den **Wachsleinwandfirniß**; und mit $\frac{1}{16}$ oder $\frac{1}{24}$ Terpenthien und $\frac{1}{3}$ oder $\frac{1}{2}$ Glötte gekocht, den Ueberstrich der **Wasserfesten Leinwand** und **Taffent**.

Ebenfalls erhält man einen schönen schwarzen Firniß auf Metall, wenn man schon gekochtes Oel mit Terpenthin und Beinschwarz, oder statt des letztern mit Kienruß anrührt.

Einen andern schönen Firniß auf Kupfer und Eisenblech erhält man, wenn man Animeharz (dieses Harz fließt im Herbst aus der Rinde des Baums Jataiba in Neuspanien, wo man sie durchbohret. Die guten und brauchbaren Körner sind gelbweiß und durchsichtig und auf dem Feuer wohlriechend.) in einem Gemenge aus Terpenthin- und Leinöl auflößt, diese Auflösung mit einem Pinsel zu mehreren malen aufträgt, zwischen jedem Auftragen bei mässiger Hitze trocknet, und nach dem Trocknen mit Bimsstein, (eine feinfaserige Steinart

von

von seidenartigen Glanze, spröde, zuweilen löcherig, und so leicht, daß sie auf dem Wasser schwimmt. Man findet ihn in der Nachbarschaft brennender oder längst verloschener Vulkane (feuerspeyender Berge) in grössern oder kleinern Stücken. Der Metallarbeiter bedient sich seiner beim Poliren am meisten.) und wenn genug Firniß aufgetragen ist, zuletzt mit Tripel (eine Thonerde, die sich mager und rauh anfühlt, übrigens weich, aber sich doch nicht im Wasser erweichen läßt. In erdiger Gestalt heißt sie Tripelerde oder englischer Tripel.) abreibt, mit Oelfarben bemahlt, noch einmal mit dem Firniß überzieht und noch einmal mit Oel abreibt. Dieser Firniß ist so vest, daß er Kohlen extragen kann.

Noch müßen wir hier anmerken, daß die Oele im Rücksicht der Zeit, bei einem gleichen Dochte, verschieden brennen. Frische Oele brennen weit geschwinder als alte. Eine gleiche Menge Leinöl brennt 8 Stunden mit einem starken Geruch, Rauch und Ruß, wenn Baumöl $10\frac{1}{2}$ Stunden, und Rübeöl (bei einem üblen Geruch und vielen Ruß) eben so lange, aber Hanföl 11 Stunden brennt.

Der Ruß der sich bei dem Brennen der Oele ansetzt, (Lampenruß) kanu zu Firnißen sehr gut gebraucht werden; denn so erhält man einen schönen schwarzen Firniß auf Holz oder Leder, wenn man es mit einer Auflösung des Gummilacks (Dies ist ein hartes, rothes durchsichtiges Harz, das zugleich zum Pflanzen- und Thierreiche gehöret, und aus Bengalen, Malabar und Pegu zu uns kömmt. Eine rothe geflügelte Ameise bauet ihr zelligtes Nest an einem Baum, legt hierin ihre Eier, und ehe hievon die Ameise auskricht, sprützt sie einen rothen Saft von sich, so den Gummilack seine rothe Farbe ertheilt. Bleibt dieses harzigte Wesen so,

so, wie es von den Bäumen abgenommen wird, so heißt es Holz- oder Stocklack; dieses reinigen die Indianer zuerst von den Holztheilen, zerstossen es, ziehen die Farbe mit warmen Wasser aus, färben damit, und verkaufen das übrige unter dem Namen **Gummilack in Körnern**. Sie kochen auch den Stocklack in Wasser aus, seihen ihn durch, und pressen ihn zwischen zweyen Marmorplatten zu dünnen Tafeln. Dieser Lack ist braun, und heißt **Schellack**. In Firnißen gebraucht man gewöhnlich diesen, weil sich der Stocklack sehr schwer von seinen Holztheilen reinigen läßt. Der beste Gummilack muß eine hohe Farbe haben, durchsichtig und hell seyn, über dem Feuer zerschmelzen und den Speichel roth färben. Will man ihn zu Firnißen gebrauchen, muß man denselben in warmes Wasser schütten, wodurch sein gummöses Wesen aufgelöset, und seine Farbe ausgezogen wird. Man läßt nach diesem das Harzigte trocknen, und löset es im Weingeist auf.) in höchst gereinigtem Weingeiste vermischt. Auch giebt der Ruß, wenn man ihn mit Leimwasser anrührt, eine Art Tusche, die auch als Wasserfarbe gebraucht wird. Die Chineser bereiten die ihrige aus dem Ruße des Rettichöls, die, wenn sie ächt ist, ganz fein, wie ein Saft, ist, und einen angenehmen balsamischen Geruch, und einen glänzenden, kupferrichen Bruch hat.

Wir haben im vorigen oft des Terpenthins erwähnet, und glauben daher, daß eine kurze Nachricht von der Gewinnung desselben hier an keinen unrechten Ort stehen wird. Er ist ein harzigter Saft, der entweder von selbst, oder durch künstliche Einschnitte aus dem Stamme und den Zweigen verschiedener Nadelbäume gewonnen wird. In der Handlung kommen viererley Arten desselben vor, nemlich

1) der **cyprische**, aus dem eigentlichen Terpenthinbaume, welcher für den besten gehalten wird. Er hat eine weißgelbliche Farbe, bisweilen durchsichtig, bald dick, bald weich, vom Geruche nicht unangenehm, und vom Geschmacke nur mässig scharf, und etwas bitter. 2) **Der Venetianische**, den man aus dem Lerchenbaume gewinnt, von Farbe ist er weißgelblich, und ist durchsichtig und flüssig; von einem harzigen, scharfen, aber doch nicht unangenehmen Geruche, und von einem scharfen bitterlichen Geschmacke. 3) der **Straßburger** aus dem weissen Tannenbaume; er ist weit flüßiger und durchsichtiger als der vorige, wird aber mit der Zeit dicker. Er hat einen citronartigen Geruch. 4) Der **gemeine Terpenthin**, aus den wilden Fichtenbäumen, ist zäher, dicker, undurchsichtiger, und im Geschmacke und Geruche unangenehmer als der vorige. Destilirt man den Terpenthin entweder mit Wasser, oder auch trocken, so gewinnt man nach der ersten Art, das weisse ätherische **Terpenthinöl** oder **Terpenthingeist**; nach der zweyten aber den Terpenthinbalsam, und das was in der Retorte zurückbleibt, ist das sogenannte **Geizenharz**. Im Weingeiste lößt sich der Terpenthin sehr leicht auf; mit Wasser verbindet er sich aber nicht anders als durch Eyerdottern, oder auch durch Zucker. Das Terpenthinöl löset den Kopal (Ein Harz, welches aus einem gewissen Baum in Westindien fließt; er ist hart, leicht, durchsichtig, und giebt, auf glühne Kohlen geworffen, einen angenehmen Geruch von sich. Der weisse ist der beste.) und den Wallrath auf. Die letztre Auflösung gerinnt, bei der geringsten Kälte in wenigen Minuten, zu einem glänzenden Eise. Terpenthinöl mit Lavendelöl versetzt, heißt **Spicköl**.

Nr. 14.

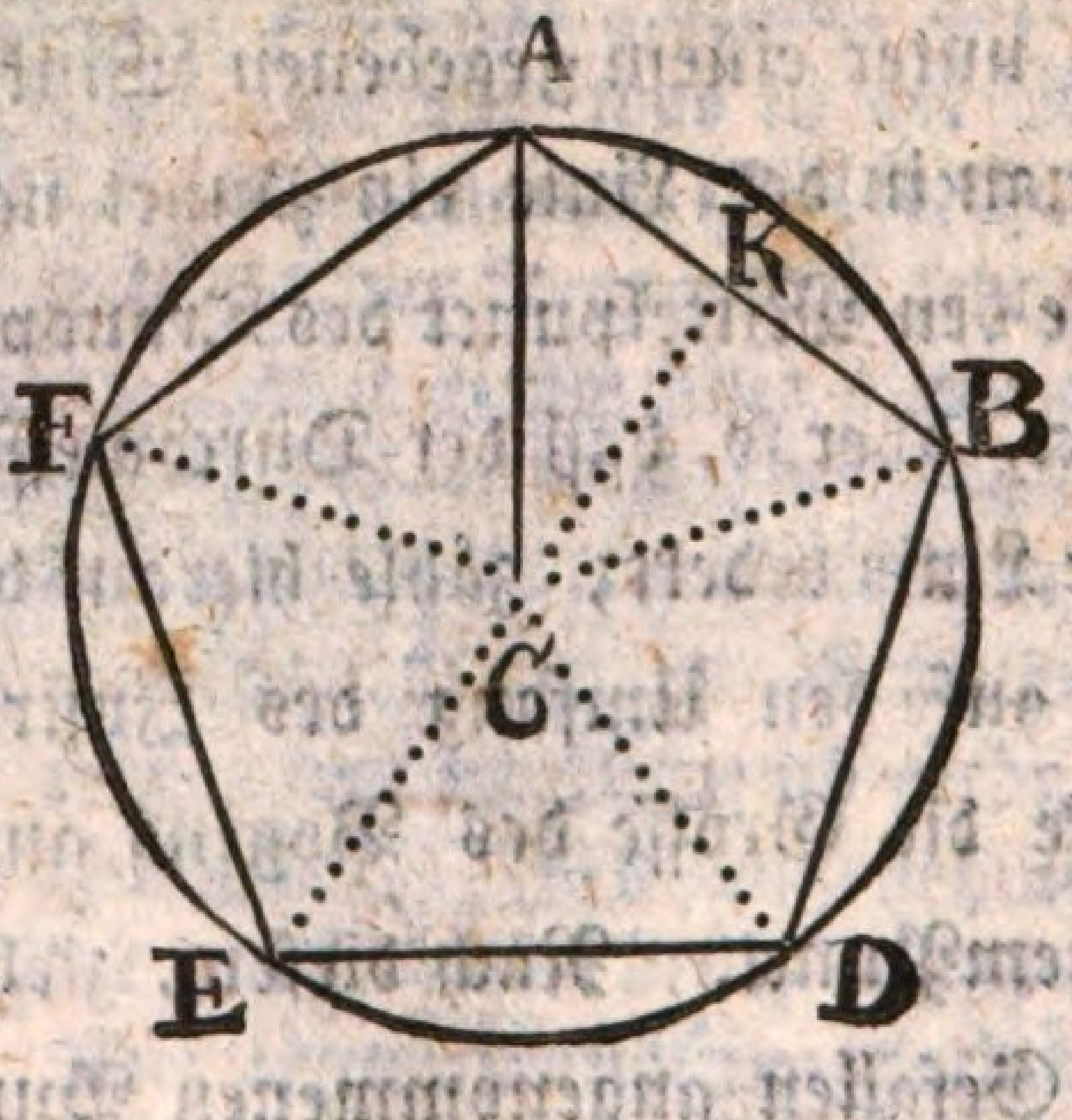
Anleitung
zum
gemeinnützigen Unterricht
für
Handwerker, Künstler u. Fabrikanten
über die
praktischsten Grundsätze
mathematischer, physischer, chemischer und technologischer Kenntnisse.

(Fortsetzung der Geometrie.)

Die Grade, welche dieser Bogen enthält, braucht man nur abzuzählen, so hat man die Größe des gesuchten Winkels. Soll man an eine Lienie, eine andere, unter einem gegebenen Winkel, ansetzen, so nehme man in der Linie ein Punct nach Gefallen an, und lege den Mittelpunct des Transporteurs auf diesen Punct, aber so, daß der Durchmesser desselben, die gegebene Linie bedekt; zähle hierauf die verlangten Grade auf den Umfang des Instruments ab, und bemerke die Grösse des Bogens auf dem Papier mit einem Punct. Nach diesem, ziehe aus dem ersten nach Gefallen angenommenen Puncte in der Linie, eine gerade Linie, so macht leztere mit der

gegebenen, den begehrten Winkel. Eine gar zu grosse Genauigkeit läßt sich, wie man leicht denken kann, von diesem Instrumente nicht erwarten, weil der Umfang des Halbkreises bei weitem nicht groß genug ist, um einen Grad in 8 oder 12 Theile eintheilen zu können. Man kann daher zufrieden sein, wenn man die Grösse eines Winkels bis auf einen halben Grad, durch den Transporteur bestimmet. Wir werden in der Folge noch Gelegenheit haben, von einem ähnlichen Werkzeuge, das Allgemeine mit beizubringen, wodurch sich die Winkel um viel genauer als mit diesem Werkzeuge auftragen lassen. Bei der Zeichnung der Vielecke, ist im ersten Anfange der Transporteur hinlänglich; und wenn es weiter nichts hilft,

Fig. 35.



so

so erlangt man doch dadurch eine gewisse Fertigkeit, Winkel aufs Papier aufzutragen, und allerlei Figuren darnach zu entwerfen.

Aufgabe. Ein reguläres Vieleck nach dem Polygonwinkel zu zeichnen.

Auflösung. Mit einem beliebigen Halbmesser beschreibe man einen Cirkel. Ziehe dazu den gehörigen Radius, und lege an den Endpunct desselben, den Mittelpunct des Transporteurs, zähle auf dem Umfange desselben den halben Polygonwinkel ab, und bemerke diesen auf dem Papiere mit einem Puncte. Von dem Endpuncte des Halbmessers, ziehe nach diesem Puncte eine gerade Linie, welche den Umfang des Cirkels, in einem gewissen Puncte schneiden wird. Die Grösse dieser Linie, ist die gesuchte Seite des Vielecks.

In unserer 35sten Figur ist an dem Puncte A, des Radius C A, der Winkel C A B = dem halben Polygonwinkel des regulären Fünfecks getragen, und dadurch die Seite A B gefunden worden.

Zieht man aus den Theilungspuncten A, B, D, E und F nach dem Mittelpuncte C, die Halbmesser AC, BC, DC rc. so entstehen 5 gleiche, gleichschenk-

ligte Dreyecke ACB, BCD u. s. w. Da die Dreyecke sich alle gleich sind, so ist auch der Winkel ACB = BCD = DCE = ECF = FCA. Ein solcher Winkel, heißt ein **Center- oder Mittelpunkswinkel**, dessen Grösse gefunden wird, **wenn man den Umfang des Kreises (360°) durch die Anzahl der Seiten dividiret.** So ist z. B. dieser Winkel im regulären Fünfecke $= \frac{360°}{5} =$ 72°; im regul. Sechsecke = 60°; und da der Polygonwinkel desselben = 120° also der halbe = 60° ist, so ist das Dreyeck im Sechsecke ein gleichseitiges, folglich die Seite des Sechsecks dem Halbmesser des Kreises gleich.

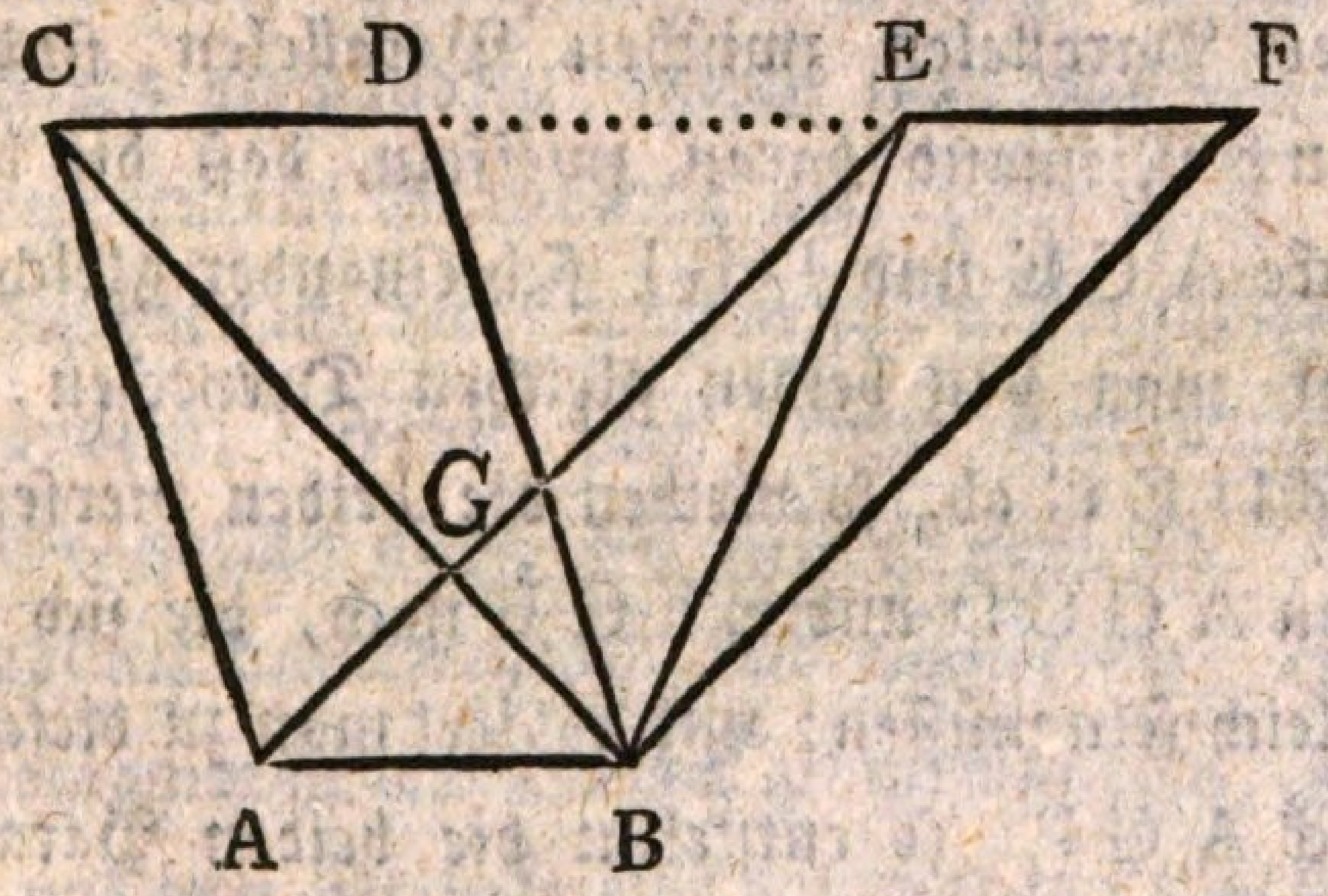
Nach dem Winkel am Mittelpuncte läßt sich eben so, als nach dem halben Polygonwinkel, jedes reguläres Vieleck zeichnen; nur muß man den Mittelpunct des Transportenrs, an den Mittelpunct des Kreises legen, übrigens aber eben so verfahren, wie bei der Art, nach dem Polygonwinkel ein Vieleck zu zeichnen gezeigt worden ist.

Nähere Untersuchung der Parallelogrammen, und der Dreyecke, nebst deren Verwandlungen.

Gleich zu Anfangs haben wir uns bemühet, allgemeine Eigenschaften, welche den gleichen Dreyecken zu-

zukommen, unsern Lesern, bekannt zu machen. Wir zeigten diese Gleichheit, in dem wir die Dreyecke auf einanderlegten, und der Erfolg davon war, daß die Grenze der einen Figur genau in die, der andern fiel, oder daß sich beide Figuren einander decken. Jetzt wollen wir die Gleichheit an Figuren zeigen, bei denen zwar der Fall, daß sie sich einander decken, nicht eintrift; dessen ohngeachtet, müssen beide doch gleich groß sein, oder einerlei Raum einnehmen. Dies trift genau ein, **wenn zwey Parallelogrammen ABCD und ABEF, (Fig. 36.) einerlei Grundlinie AB, und gleiche Höhe haben.**

Fig. 36.



Aus dem, was wir oben von den Parallellinien gesagt haben, folgt, daß Linien, die gleiche Entfernungen haben, mit einander parallel sind. Nun ist die Höhe bei einem Parallelogramm und bei einem gerad-

radlinigten Dreyecke, allemal eine lothrechte Linie aus dem Winkel, welcher der Grundlinie gegenüberliegt, auf die Grundlinie oder deren Verlängerung, herabgelassen. Also haben zwey Parallelogrammen, die zwischen zweien Parallelen liegen, einerlei Höhe.

Um sich von der Wahrheit dieses Satzes völlig zu überzeugen, so vergleiche man nur auf folgende Art, die beiden hier gezeichneten Parallelogrammen. Denn, da C F mit A B, und A C mit D B, wie auch A E mit B F parallel ist, so muß auch A B = C D = E F sein. Setzen wir daher zu C D = E F, die Linie D E, (denn gleiches zu gleichem addiret, giebt gleiches) so ist ohne Zweifel C E = D F. Und da A C = B D, und A E = B E, weil es Parallelen zwischen Parallelen sind, so wird auch Niemand daran zweifeln, daß die beiden Dreyecke A C E und D B F sich einander gleich sind. Nimmt man von beiden gleichen Dreyecken, das Dreyeck D E G ab, so bleiben die beiden vierseitigen Figuren A G C D und E F G B nach, die sich ebenfalls gleich sein müssen: und addiret man zu diesen das Dreyeck A G B, so entstehen die beiden Parallelogrammen A B C D und A B E F, die dem zu Folge, von einerlei Grösse sein müssen.

Was wir eben von den Parallelogrammen gezeigt haben, solches gilt auch **von zweyen Dreyecken, die einerlei Grundlinie und Höhe haben.**

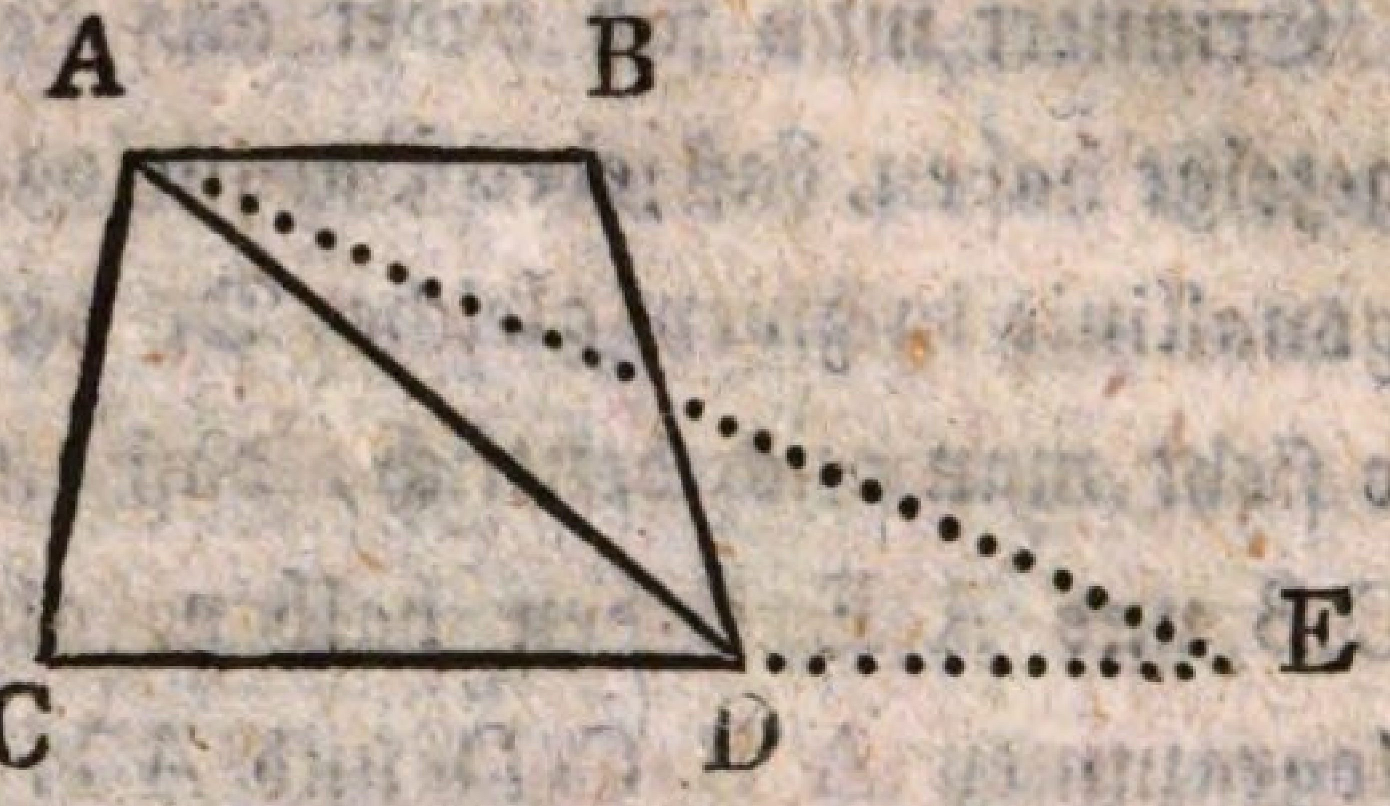
Wenn

Wenn man nur z. B. in der vorigen Figur, die beiden Dreyecke A C B und A E B mit einander vergleichen will, so wird man leicht finden, daß sie einerlei Grundlinie nemlich A B, und gleiche Höhe haben. Erinnert man sich dabei aus dem vorigen, daß wir gezeigt haben, daß jedes Parallelogramm durch die Diagonallinie in zwey gleiche Dreyecke getheilet wird, so sieht man auch deutlich, daß unsere Dreyecke A C B und A E B den halben, gleich grossen Parallelogrammen A B C D und A E F B, gleich sind; folglich müssen sie sich auch selbst gleich sein.

Mit Hülfe dieser beiden Sätze, läßt sich jedes schiefwinkligtes Parallelogramm in ein geradwinkligtes, und jedes schiefwinkligtes Dreyeck, in ein rechtwinkligtes verwandeln, wenn man nur den beiden Figuren einerlei Grundlinie und Höhe giebt. Auch läßt sich darnach, jedes Dreyeck in ein Parallelogramm verwandeln, wenn man dem Parallelogramm eine Grundlinie giebt, die halb so groß ist, als die Grundlinie des Dreyecks, und umgekehrt; ein Parallelogramm in ein Dreyeck zu verwandeln, braucht man nur dem Dreiecke eine nochmal so große Grundlinie und eben die Höhe zu geben, als das Parallelogramm hat. Darauf gründet sich auch folgende Aufgabe:

Ein schiefwinkligtes Viereck, wovon aber zwey Seiten mit einander parallel gehen, in ein Dreyeck zu verwandeln.

Fig. 37.



Es sei z. B. das Viereck A B C D (Fig. 37) gegeben, worinn A B $\#$ C D ist. Ziehe die Linie A D, so wird die Figur in zwey Dreyecke A C D und A B D getheilet. Verlängere C D und mache D E = A B. Ziehe hierauf A E, so ist das △ A C E = A B C D. Denn die beiden Dreyecke A B D und A D E sind sich gleich, weil sie einerley Grundlinie (AB = DE,) und gleiche Höhe haben.

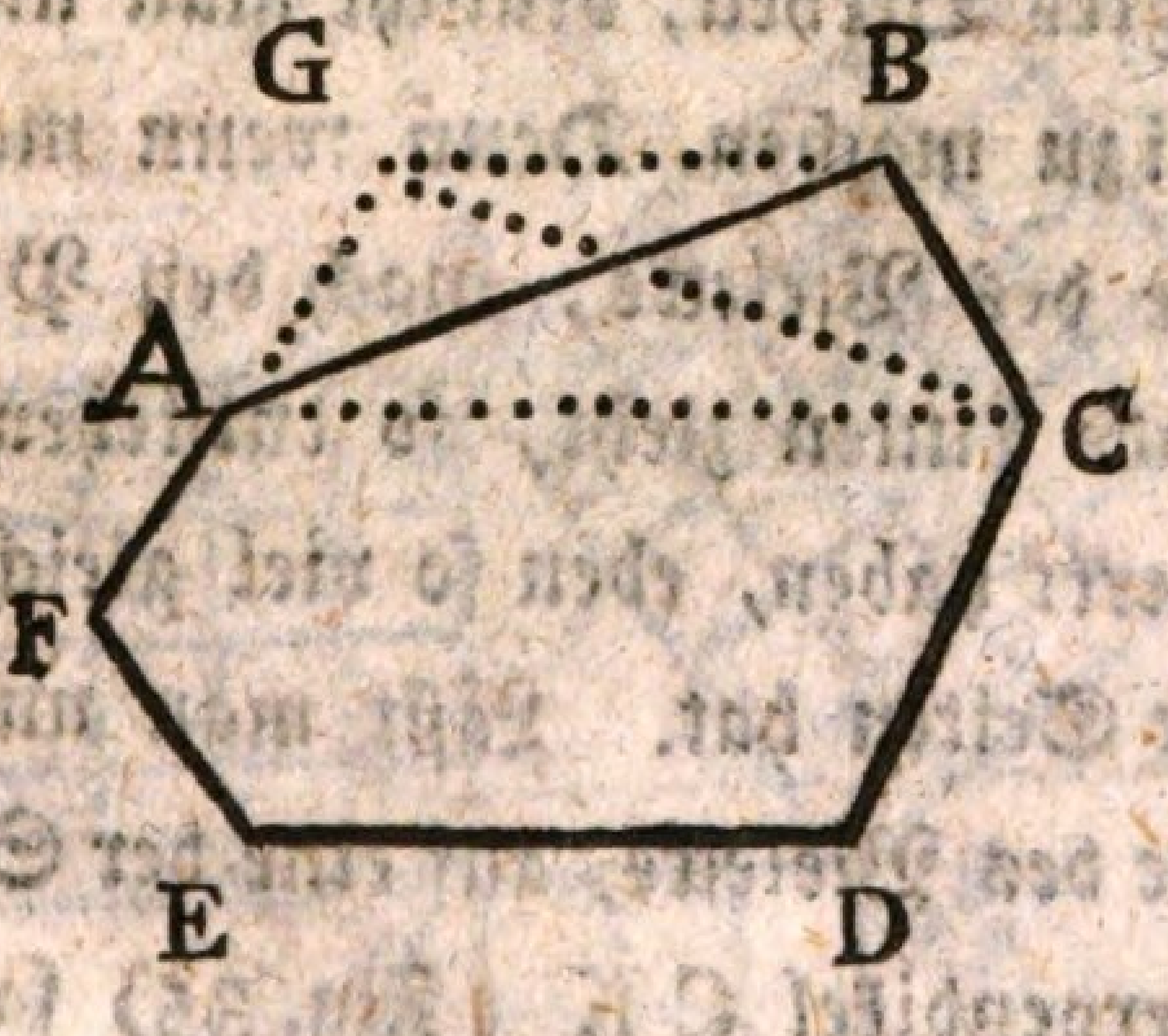
Giebt man also dem Dreyecke eine Grundlinie die so groß ist als die beiden parallelen Seiten, und einerlei Höhe mit dem Parallelogramm, so verwandelt sich dieses in ein gleich grosses Dreyeck. Nun läßt sich dieses Dreyeck, wie wir eben gezeigt haben, leicht in ein gleichwinkligtes Viereck verwandeln, welches also dem ungleichseitigen Vierecke völlig gleich ist. Geht dieses mit einem Viereck an, so muß sich auch dieser Satz auf alle Vierecke anwenden lassen. Folgende Aufgabe wird das Verfahren näher darstellen.

Anleitung
zum
gemeinnützigen Unterricht
für
Handwerker, Künstler u. Fabrikanten
über die
praktischsten Grundsätze
mathematischer, physischer, chemischer und technologischer Kenntnisse.

(Fortsetzung der Geometrie.)

Ein irreguläres Sechseck, A B C D E F, (Fig. 38) in ein Fünfeck zu verwandeln.

Fig. 38.



Auflösung. Ziehe die Querlinie AC, und durch B mit dieser Linie, entweder auf der einen oder auf der andern Seite, BG parallel.

Verlängere hierauf eine von den Seiten des Sechsecks, welche an der Linie A C liegen, wie hier mit F A geschehen ist, bis sie die Parallellinie B G schneidet. Alsdann ziehe die gerade Linie G C, so ist G F E D C das verlangte Fünfeck, welches dem Sechsecke A B C D E F gleich ist. Denn dieses besteht aus dem Fünfecke A F E D C, und aus dem Dreyecke A B C; das Fünfeck aber, aus eben dem Fünfecke und dem Dreyecke A G C, welches dem Dreyecke A B C (weil sie gleiche Grundlinie und Höhe haben) gleich ist. Also sind sich beide Vielecke gleich. Auf eben die Art läßt sich nun das Fünfeck in ein Viereck, und dieses in ein Dreyeck rc. verwandeln.

Bei der Verwandlung eines regulären Vielecks, in ein geradlinigtes Dreyeck, braucht man nicht so viele Umstände bei zu machen. Denn wenn man aus dem Mittelpuncte des Vielecks, nach den Polygonwinwinkeln gerade Linien zieht, so entstehen, wie wir schon angemerkt haben, eben so viel gleiche Dreyecke als die Figur Seiten hat. Läßt man nun aus dem Mittelpuncte des Vielecks, auf eine der Seiten desselben, ein Perpendikel C K (Fig. 35) fallen, so ist dies die gemeinschaftliche Höhe. Man zeichne demnach ein Dreyeck, dessen Grundlinie gleich dem Umfange des Vielecks ist, und gebe demselben zur

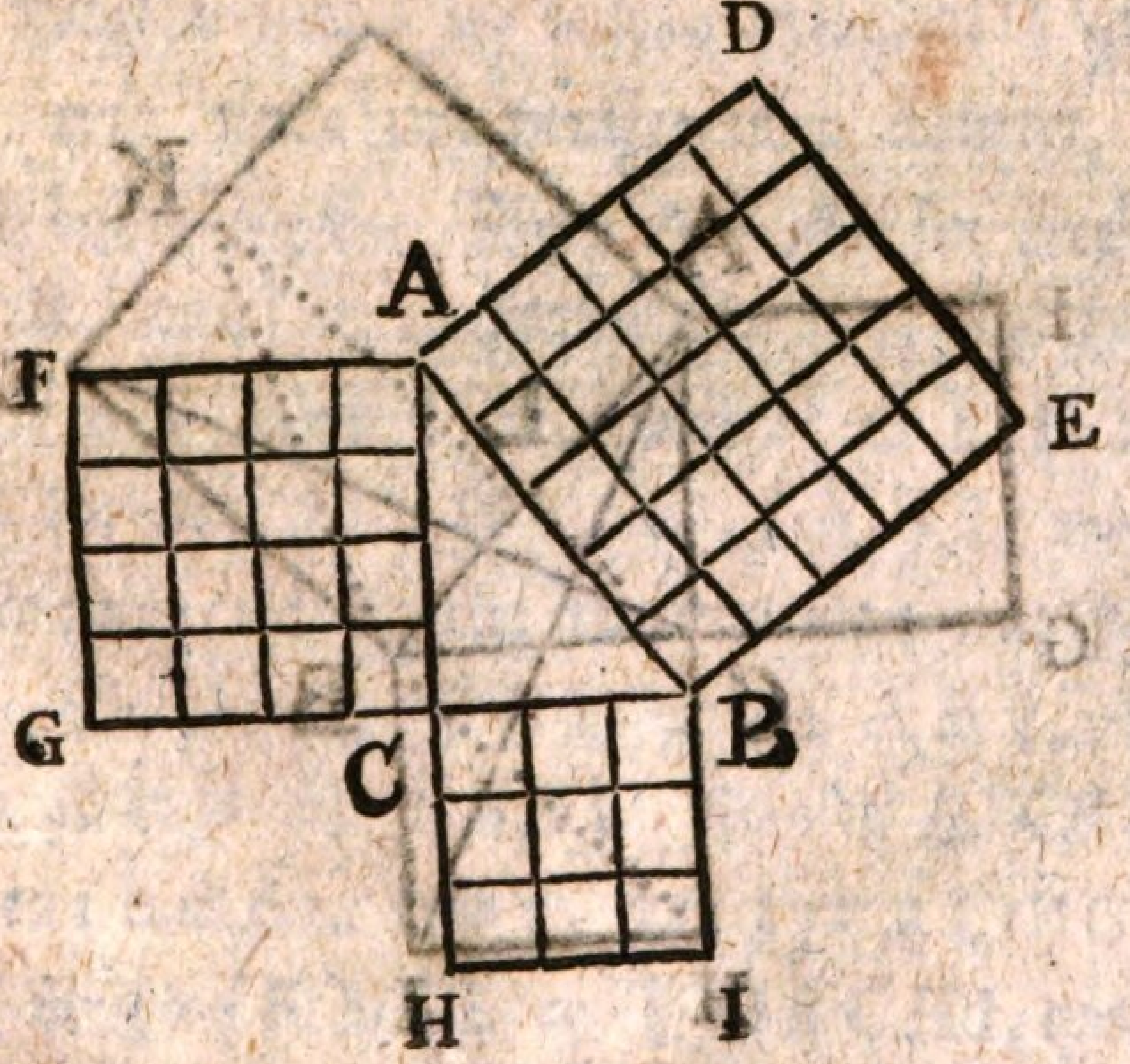
Höhe

Höhe das Perpendikel des Vielecks, so ist dieses dem Vielecke gleich.

Ehe wir die Lehre von der Verwandlung der Figuren verlassen, müssen wir unsere Leser noch mit einem Satze bekannt machen, der für die ganze Mathematik von äusserster Wichtigkeit und Nutzen ist. Der Satz ist nemlich dieser:

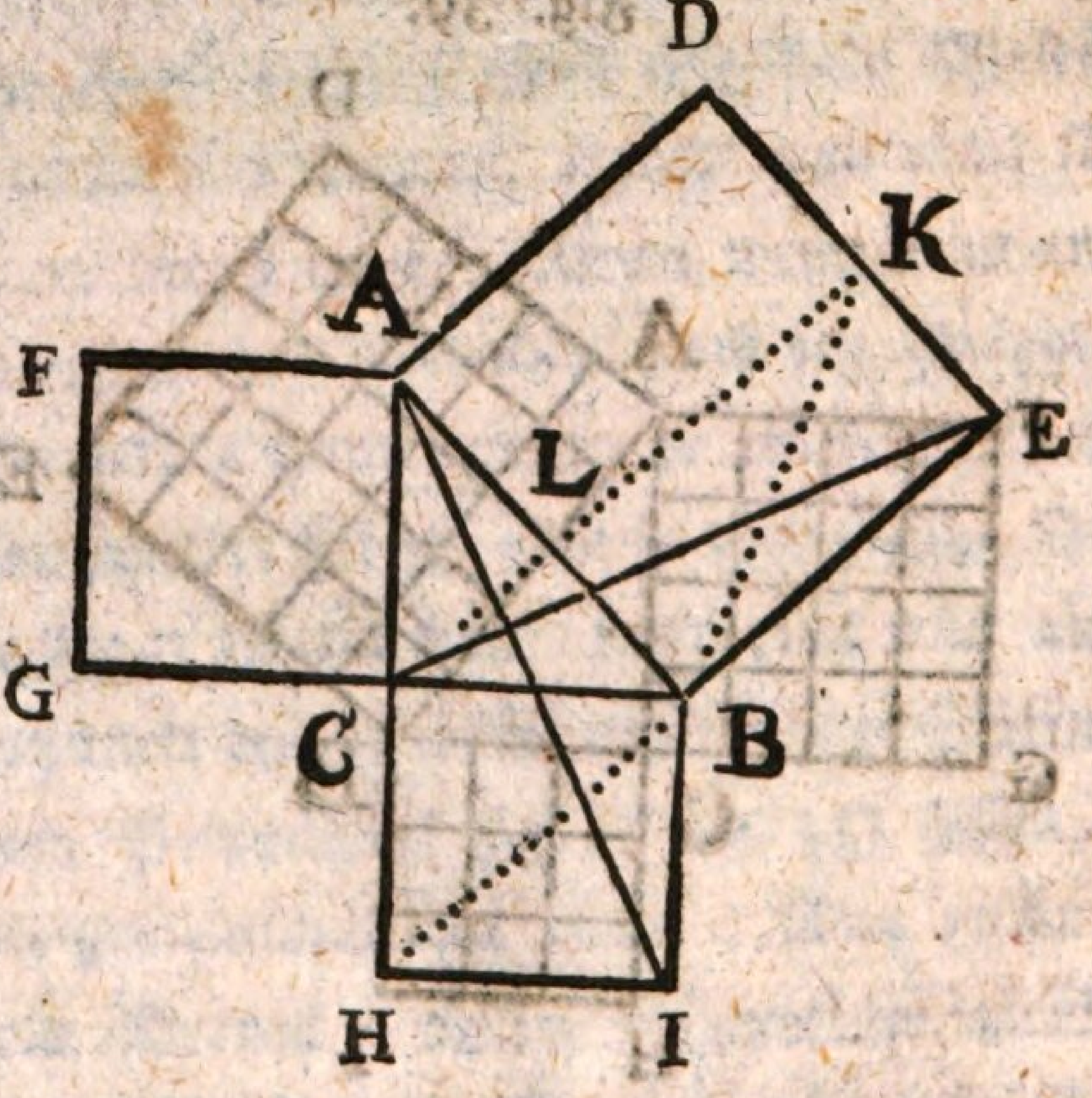
Wenn man über die größte Seite (Hypothenuse) A B, eines rechtwinkligten Dreyecks A C B, ein Quadrat A B D E beschreibt, so ist dieses den beiden Quadraten gleich, welche über die beiden Seiten A C und C B, die den rechten Winkel A C B einschliessen, beschrieben werden.

Fig. 39.



Um sich von der Wahrheit dieses Satzes, erstlich auf eine leichte, mechanische Art, zu überzeugen, gebe man der Seite, AC und CB, die beide einen rechten Winkel ACB einschliessen, 4 und 5 gleiche Theile. Zieht man hierauf die Linie AB, so werden auf diese genau 5 solcher Theile gehen, als auf AC, 4, und auf CB, 3, gehen. Beschreibt man über die drey Seiten des rechtwinkligten Dreyecks, die drey Quadrate ACFG, und CBHI, und ABDE, so wird man durch bloses Aufzählen finden, daß das Quadrat über AB, eben so viel kleine Quadrate in sich faßt, als die beiden andern Quadrate zusammengenommen, enthalten.

Fig. 40.



Will

Will man diesen Satz aber geometrisch einsehen lernen, so ziehe man aus dem rechten Winkel A C B, (Fig. 40) die perpendicular Linie C K, so theilet diese das Quadrat der Hypothenuse, ABDE, in zwey Rechtecke A LDK und K L B E. Das erste muß so groß sein, als das ihm zunächst liegende Quadrat, A C F G, und das andere so groß als das Quadrat C B H I. Wenn man nun die Linien E C, und A I zieht; so entstehen die beiden Dreyecke C B E, und A B I, von denen sich beweisen läßt, daß sie einander gleich sind. Denn B E = A B, und B C = B I, weil es Seiten von einem Quadrate sind. Der Winkel A B E = C B I = R; addiret man zu jedem, den Winkel A B C, so muß auch der Winkel C B E, dem Winkel A B I gleich sein. Folglich haben die beiden Dreyecke 2 gleiche Seiten, und einen zwischenliegenden Winkel, und sind sich daher gleich. Zieht man nun im Rechtecke K E L B, und im Quadrate C B H I, die Diagonallinien K B, und B H, so ist, △ K E B = △ C B E; und △ B H I = △ A B I, weil es Dreyecke sind, die einerlei Grundlinien und Höhen haben. Da aber △ C B E = △ A B I, so ist auch △ K E B = △ B H I. Nun ist △ K E B = ½ Rechtecke K E B L, und △ B H I = ½ □ B C H I, folgl. ½ Rechteck K E B L = ½ □ B C H I, das ist: das

das Rechteck KELB, ist gleich dem Quadrate CBHI. Eben so läßt sich auch beweisen, daß das Rechteck ADKL dem Quadrate ACFG gleich ist, wenn man von D nach C, und von F nach B, gerade Linien zieht. Uebrigens wird der Beweis eben so geführet, als bei dem Rechtecke KELB. Die beiden Rechtecke zusammengenommen, sind gleich dem Quadrate ABDE, also ist dieses so groß, als □BCHI, und □ACFG.

(Fortsetzung der Seite 71.)

Vom Seifensieden.

Die meiste weisse oder gelbgraue Seife, wird aus einer mit ungelöschten Kalk, ätzend gemachten Aschenlauge und Talg, gesotten. Die Aschenlauge bereitet der Seifensieder auf folgende Art: Auf einen gepflasterten Fußboden, wird gesiebte Asche, welche etwas angefeuchtet ist, hingeschüttet, und in der Mitte dieses Aschenhaufen ein Loch gemacht, in welches nach Verhältniß der Asche, ungelöschten Kalk geschüttet wird. Der Kalk löschet sich etwas in der nassen Asche. Kalk und Asche wird beides durch einander gemischt, und so in einen Aescher gebracht. Aescher ist ein hölzerner Bottich, welcher oben weiter als unten ist. Unter diesem Bottich steht ein zweites Faß in der Erde versenkt, und an dem Bottich selbst

ist

ist ein messingener Hahn angebracht. Auf dem Boden des Bottichs sind einige Latten geleget, auf diesen durchlöcherte Bretter, und über diese wird Stroh ausgebreitet. Gewöhnlich steht die Mischung von Asche und Kalk, in diesem Aescher, 24 Stunden. Während der Zeit geht eine Vermischung des Laugensalzes mit dem Kalke vor. Nach Verlauf dieser Zeit, wird der Aescher mit Wasser angefüllet, und der Hahn desselben geöfnet. Nach 4 oder fünf Stunden, fängt die Lauge erst an, aus dem Aescher in den darunter stehenden Sumpf (ein in der Erde gegrabenes Faß) zu laufen. Aus dem Sumpfe kommt die Lauge, wenn sie die gehörige Stärke hat, und die der Seifensieder nur durch die Erfahrung bestimmen kan, in den Kessel. Dieser hat die Gestalt eines abgekürzten Kegels, und ist von Kupfer. Auf dem Rande des Kessels, steht ein Faß ohne Boden, welches der Sturz genennet wird. Er wird durch ein Kitt, aus Gips und Hammerschlag, mit dem Kessel vereiniget. Der Sturz ist daher nöthig, weil die Seife beim Sieden, stark in die Höhe steiget. Zu dieser Lauge muß nun die gehörige Menge Talg hinzugesetzt werden. Hierauf kommt sehr vieles an; denn je schwächer die Lauge ist, desto weniger Talg wird genommen. So bald nun diese Mischung zu sieden anfängt, wird in warmes Wasser Küchensalz aufgelöset, und hinzugegossen. Die Menge des Küchensalzes, hängt auch

von der Stärke und Schwäche der Lauge ab. Im Anfange wird ein stärkeres Feuer unter dem Kessel angemacht, als nachher, wenn die Mischung schon in sieden ist. Ueber dem mäßigen Feuer, wird die Seife 8 bis 9 Stunden gekocht, während welcher Zeit sie öfters umgerühret wird, damit sie nicht zu stark in die Höhe steiget. Bei dem ersten Kochen erhält die Seife schon ein gallertartiges Ansehen, und muß alsdann durch ein Stück Leinwand, welches über dem Faße schwebend hängt, in das, neben dem Kessel stehende, Kühlfaß, durchgeseihet werden. In diesem Fasse kühlt sich die Seife in etwas ab, wird alsdann wieder in den Kessel gebracht, und zum zweitenmal gekocht. Zuweilen muß auch wohl die Seife dreymal gekocht werden, wenn allenfalls die Bestandtheile der Seife nicht in richtigem Verhältniße gemischt sind. Ist sie nun völlig gar, so wird sie zuletzt in das Kühlfaß, aber ohne durchzuseihen, gebracht, und die überflüßige Lauge (**Mutterlauge, Seifensiederlauge,**) vermittelst eines Zapfens, der sich in Boden des Fasses, im Zapfenloche, befindet, abgezapft. Nachdem die Seife abgekühlt ist, bringt man sie in hölzerne vierkantige Formen, die einen durchlöcherten Boden haben, und wenn sie in diesem fest geworden ist, zerschneidet man die grossen Stücke mit einem messingenen Faden in kleinere. Diese Stücke werden im Sommer an der Luft, im Winter aber in geheizten Stuben, getrocknet.

Anleitung
zum
gemeinnützigen Unterricht
für
Handwerker, Künstler u. Fabrikanten
über die
praktischsten Grundsätze
mathematischer, physischer, chemischer und
technologischer Kenntnisse.

(Fortsetzung der Geometrie.)

Dieser Satz, daß das Quadrat von A B, so groß ist als die Quadrate der beiden andern Seiten, A C und C B, gilt nur einzig und allein von einem rechtwinkligten Dreyecke; oder, wenn man diesen Satz annimmt, so folgt auch, daß der Winkel ACB ein Rechter ist.

Nach diesem Satze lassen sich also, zwey Quadrate leicht in eins bringen. Denn man darf nur die beiden Seiten der gegebenen Quadrate, rechtwinkligt an einandersetzen, und die Hypothenuse ziehen, so ist das Quadrat dieser Linie, so groß als die beiden gegebenen Quadrate. Dahin gehöret auch folgende Aufgabe.

Drey Quadrate in eins zu bringen.

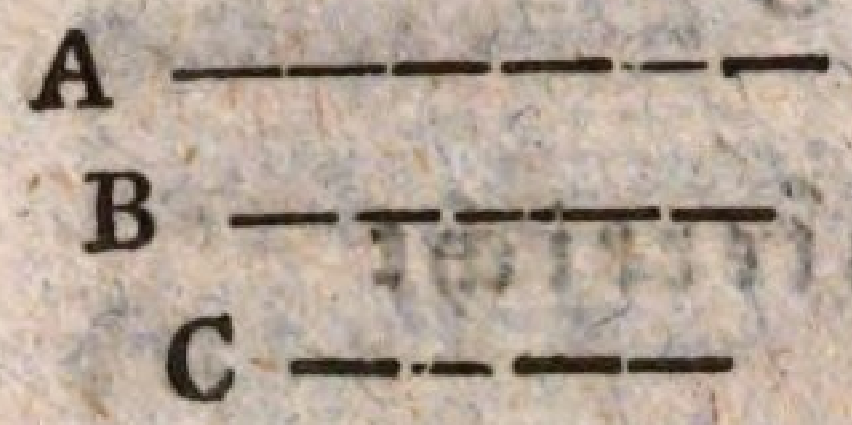
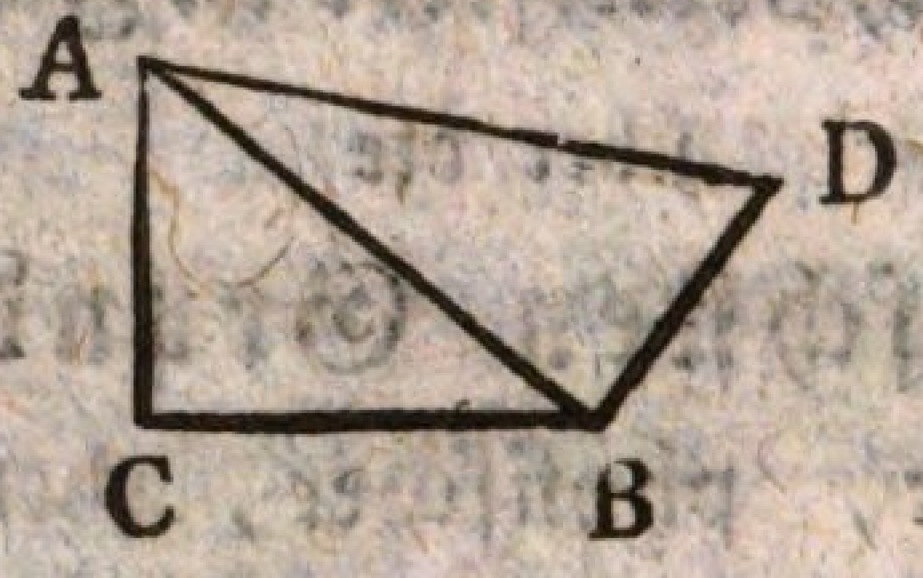


Fig. 41.



Auflösung. Die Seiten von den drey Quadraten, mögen die Linien A, B und C, vorstellen. Man beschreibe einen rechten Winkel A C B, (Fig. 41.) und mache die Seite $CB = A$; $AC = B$, und ziehe die Linie A B. Auf dieser richte man aus dem Puncte B, eine lothrechte Linie auf, und mache diese gleich der Seite des dritten Quadrats C; ziehe hierauf die Linie A D, so ist das Quadrat welches über diese Linie beschrieben wird, so groß als alle drey Quadrate zusammengenommen. AB^q (q bedeutet hier Quadrat) $= AC^q + CB^q$; und $AD^q = AB^q + BD^q = AC^q + CB^q + BD^q = B + A + C$.

Soll man von einem gegebenen Quadrate A B, ein anderes C B abziehen, so richte man auf C B ein unbe-

begrenztes Perpendikel auf, und beschreibe aus B, mit B A, einen Bogen, der das Perpendikel in A schneidet, so ist A C das Quadrat von dem Unterschiede zwischen den beiden Quadraten A B und C B.

Wenn zwey Seiten in einem rechtwinkligten Dreyecke gegeben sind, so läßt sich die dritte auch durch Rechnung finden. Dazu sind aber folgende arithmetische Kenntnisse ganz unentbehrlich.

In der Arithmetik heiß ein Produkt, welches aus gleichen Factoren bestehet, eine **Potenz**. z B. $4 \times 4 = 16$; $10 \times 10 \times 10 = 1000$ u. s. w. Hier ist das Produkt 16, eine Potenz von der Zahl vier; und 1000 eine Potenz von der Zahl zehn.

Damit man nicht nöthig habe, die Zahlen so oft zu schreiben, als sie mit einander multipliciert werden sollen, braucht man nur oben zur rechten Hand der Zahl, eine kleine Zahl hinzusetzen, die so groß ist, als die Zahl mit sich selbst multiplicirt werden soll. Diese Zahl nennt man den **Exponenten**. z. B. $5 \cdot 5 = 5^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$ $9 \times 9 \times 9 \times 9 = 9^4$ ꝛc. 5^2 heißt 5 zur zweyten Potenz, oder auch die **Quadratzahl** von 5; 6^3 heißt 6 zur dritten Potenz, oder auch die **Cubiczahl** ꝛc. Die Zahl, welche zu wiederholtenmalen, mit sich selbst multipliciret, die Potenz giebt, heißt die **Wur-**

zel

zel der Potenz. So ist aus 25 die Wurzel der zweyten Potenz, oder die Quadratwurzel, gleich 5. Denn $5 \times 5 = 25$; und aus 125 ist die Wurzel der dritten Potenz, oder die **Kubicwurzel** $= 5$; denn $5 \times 5 \times 5 = 125$. Um diese Arbeit anzudeuten, setzt man vor die Zahl das Wurzelzeichen ($\sqrt{}$); und um den Grad der Wurzel anzugeben, setzt man in die Oefnung des Zeichens, den Grad, oder den Exponenten der Potenz; nur bei der Quadratwurzel läßt man denselben weg.

$\sqrt{100} = 10$. heißt: die Quadratwurzel aus 100 ist $= 10$; $\sqrt[3]{64} = 4$ heißt: Die Cubicwurzel aus 64 ist $= 4$. u. s. w.

Von der Zusammensetzung der Quadratzahlen.

Jede Zahl kann man in zwey andere zerlegen; oder jede Zahl kann man aus zwey andere als zusammengesetzt ansehen, z. B. $5 = 3 + 2$; $87 = 80 + 7$; $883 = 800 + 83$; $7664 = 7600 + 64$ u. s. w.

Von einer solchen zweytheiligen Zahl, nennt man die erste Zahl, zur linken Hand, den ersten Theil, und die andere, den zweyten Theil der Wurzel; und nimmt man die zweitheilige Zahl für die Quadratwurzel an, so ist das Quadrat derselben, so groß

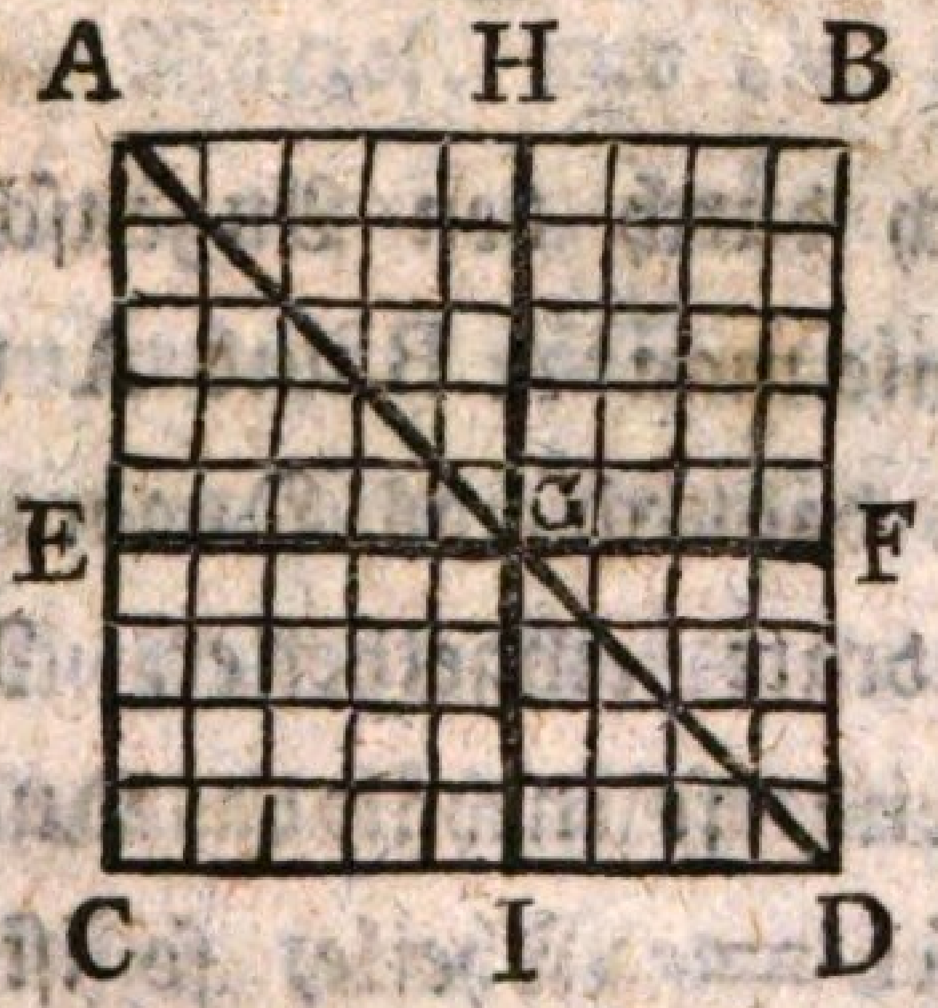
als das Quadrat des ersten Theil, das doppelte Produkt aus den beiden Theilen, und das Quadrat des zweyten Theil der Wurzel.

Man nehme z. B. die Zahl 9 an, so kann man selbige $= 5 + 4$ setzen. Hier ist 5 der erste, und 4 der zweite Theil der Wurzel.

Nun ist von 5 das Quadrat $= 25$
das doppelte Produkt von beiden Theilen ist $= 2 \times 5 \times 4 = 40$
und das Quadrat von 4 ist $= 16$
Also die Summe $= 81 = 9^2$

Von eben diesem Satze, kann man sich auch durch folgende Figur überzeugen.

Fig. 42.



Wenn man über die Linie C D, (Fig. 42.) ein Quadrat C D A B beschreibt, und die Diagonallinie A D desselben zieht, und in dieser Linie ein Punkt

G nach

G nach Gefallen annimmt, durch diesen mit den Seiten des Quadrats, die parallel Linien H I, und E F, zieht: so entstehen vier Vierecke, wovon die beiden, durch welche die Diagonallinie nicht geht, sich einander gleich sind. Diese beiden Vierecke, H G B F und E G C I, sind Parallelogrammen, die beiden andern aber, A H E G und G F I D, durch welche die Diagonallinie geht, Quadrate. Denn das Dreyeck B A D ist ein gleichschenkligtes, mithin der Winkel A B D = B D A = H G A = F G D, (weil E F ⫫ C D ist) folglich A H = H G; und G F = F D. Eben so ist das Rechteck H B G F = dem Rechtecke E G C I. Denn △ A B D = △ A C D, und △ A H G = △ A E G und △ G F D = △ G I D; also △ A B D − △ A H G − △ G F D = △ A C D − △ A E G − △ G I D.

Um sich auch durch den Augenschein davon zu überführen, theile man A B und A C in 9 gleiche Theile, so wird dadurch das Quadrat A B C D in 81 kleine Quadrate eingetheilet. Nun sei A H = 5 gleiche Theile, so enthält das Quadrat A H E G = 25. H B sei = 4 Theile, so ist das Quadrat dieser Linie = 16. Das Rechteck H B G F enthält 20, und das Rechteck E G C I eben so viele Theile. Demnach beide = 2 × 20 = 40. Addiret man

dazu

dazu die beiden Quadrate 25 und 16, so giebt die Summe 81 als den Inhalt des Quadrats der ganzen Linie A B. Mithin besteht das Quadrat einer Linie, aus dem Quadrate der beiden Theile, und aus dem doppelten Rechtecke beider Theile. Oder $AB^q = AH^q + HB^q + 2 (AH \times HB)$

Von der Ausziehung der Quadratwurzel.

Wenn man von den Zahlen 1, 10, 100, 1000 u. s. w. die Quadrate macht, so wird die Quadratzahl, von jeder auf einander folgenden Zahl, um zwey Ziefern wachsen. Denn von 1 ist des Qnadrat 1; von 10, 100; von 100, 1000; von 1000, 1,000000 u. s. w. Alle Quadratzahlen, die zwischen 1 und 100 fallen, deren Wurzel besteht aus einer Ziefer; die, welche zwischen 100 und 10000 fallen, haben zwey Ziefern zur Wurzel, und die, welche zwischen 10000 und 1,000000 fallen, haben eine Wurzel, die aus drey Ziefern besteht. Soll also eine Wurzel um eine Ziefer größer werden, so muß das Quadrat um zwey Ziefern zunehmen. Daher kann man von einer gegebenen Zahl leicht bestimmen, wie viel Ziefern die Wurzel hat, wenn man die gegebene Zahl, von der rechten gegen die linke Hand, in Classen theilt, so, daß zwey Zahlen eine Classe ausmachen. Die letzte Classe zur linken Hand, kann auch eine

Ziefer

Ziefer haben. Denn die Quadratzahlen zwischen 1 und 10, bestehen nur aus einer Ziefer.

So wie wir nun im vorhergehenden, die Quadratzahlen aus den Theilen der Wurzel, zusammengesetzt haben, eben so müssen wir jetzt auch, aus den Quadratzahlen, die Wurzel wieder herausbringen. Wenn man demnach eine Quadratzahl hat, deren Wurzel aus zwey Ziefern besteht, so muß man auf folgende Art zu Werke gehen, um die dazu gehörige Quadratwurzel anzugeben.

1) Wird die Zahl, nach obiger Vorschrift, in Classen eingetheilet.

2) Aus der Classe zur linken Hand, wird die Wurzel aus einer Wurzel-Tafel genommen. Die gefundene Zahl ist der erste Theil der Wurzel.

3) Das Quadrat dieser gefundenen Wurzel, ziehe man von der ersten Classe ab.

4) Zu dem Unterschiede, setze man die zweyte Classe herunter.

5) Verdopple den gefundenen ersten Theil der Wurzel, und setze denselben so, daß die niedrigste Ziefer desselben, nnter die höchste Ziefer der zweiten Classe zu stehen komme. Das heißt: daß nur eine Ziefer von der zweyten Classe, zur rechten Hand, übrig bleibe.

Nr. 17.

Anleitung
zum
gemeinnützigen Unterricht
für
Handwerker, Künstler u. Fabrikanten
über die
praktischsten Grundsätze
mathematischer, physischer, chemischer und technologischer Kenntnisse.

(Fortsetzung von der Ausziehung der Quadratwurzel.)

6) Mit dem doppelten des ersten Theil der Wurzel, wird nun die darüber stehende Zahl dividiret. Der Quotient giebt den zweyten Theil der Wurzel.

7) Mit dem gefundenen Quotienten multiplicire man das Doppelte des ersten Theil der Wurzel, so enthält man das doppelte Produkt von beiden Theilen.

8) Von dem zweyten Theil wird das Quadrat genommen, und zu dem doppelten Produkte addiret, aber so, daß die niedrigste Ziefer desselben, unter die niedrigste Ziefer der zweyten Classe zu stehen komme.

9) Die Summe von dem doppelten Produkte der beiden Theile, und dem Quadrate des zweiten Theils, ist entweder eben so groß, oder größer, oder auch kleiner als die Zahl, welche durch die Subtractio des Quadrats von dem ersten Theil, übrig blieb, und die zweite Klasse. Im ersten Fall, ist der gefundene Quotient genau die Quadratwurzel; im zweiten ist die Wurzel zu groß, und der zweite Theil muß um eine oder mehrere Einheiten kleiner genommen werden; und im dritten Falle ist die Wurzel zwar recht, aber sie läßt sich nicht genau angeben, oder sie ist auch zu klein, und alsdann muß der zweite Theil um eine oder mehrere Einheiten größer gemacht werden.

Wir wollen diese hier gegebene Regel, auf folgendes Beispiel, nicht nur anwenden, sondern das, was nicht so genau ausgedruckt werden konnte, darin näher zu erklären suchen.

Erst wollen wir hier die Wurzel-Tafel, durch welche man den ersten Theil der Wurzel von jeder □ Zahl finden kann, für die ersten 9 Zahlen, hersetzen.

Wurzel	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Quadrat	1	4	9	16	25	36	49	64	81

Die

Die gegebene Quadratzahl sei

$$
\begin{array}{rrl}
 & 44 \mid 89 & (67 \\
6^2 = & 36 & \\
\hline
 & 889 & \\
2.\,6 = & 12 & \\
 & 7 & \\
\hline
2.\,6.\,7 = & 84 & \\
7^2 = & 49 & \\
\hline
2.(6.\,7)+7^2 = & 889 & \\
\hline
 & 0 &
\end{array}
$$

Die Quadratzahl 4489 hat zwey Ziefern zur Wurzel, weil sie aus zwey Classen besteht.

Die erste Classe zur linken Hand enthält die Zahl 44, welche man nicht in der Wurzel-Tafel antrift, sie fällt aber zwischen 36 und 49 in der Tafel. Die letzte Zahl ist zu groß, die erste aber zu klein. Indessen muß diese eben so, als bei der Divisio mit dem Quotienten, weil sie die nächste ist, genommen werden. Von der Zahl 36 ist die Quadratwurzel 6; und diese ist der erste Theil unserer Wurzel.

Das Quadrat dieser Zahl setzen wir unter die erste Classe oder 44, und subtrahiren sie von derselben.

Zu dem Unterschiede 8, setzen wir die zweyte Classe 89.

Um

Um nun den andern Theil der Wurzel zu finden, müssen wir einen Theiler haben, und den finden wir, wenn wir den schon gefundenen Theil der Wurzel (6) verdoppeln.

Das Doppelte von 6 ist 12, welche Zahl wir so setzen, daß eine Zahl von der zweyten Classe, rechter Hand, nach bleibt. Also kommt 12 unter 88 zu stehen.

Jetzt wird 12 in 88 dividirt, welcher zum Quocienten 7, als den zweyten Theil der Wurzel, giebt.

Das Produkt von 7 mal 12 ist 84; und ist dem doppelten Produkte gleich zu achten.

Unter diesen setzt man nun das Quadrat von dem zweyten Theil der Wurzel, welches 49 ist, davon muß die letzte, oder die niedrigste Ziefer, mit der letzten, oder der niedrigsten Ziefer, der zweyten Classe, gerade unter einander zu stehen kommen. Addiren wir nun das doppelte Produkt und das Quadrat des zweyten Theil, so bekommen wir zur Summe 889, welche einerlei ist mit der zweyten Klasse und mit dem, was von der ersten übrig geblieben ist. Ein Beweis, daß 67 die Quadratwurzel aus 4489 ist.

Besteht die Wurzel aus drey Ziefern, so verfährt man bei der Ausziehung eben so als bei einer zwey-

theiligen; nur mit dem Unterschiede, daß, um den dritten Theil der Wurzel zu finden, die beiden schon gefundenen Theile verdoppelt werden müssen, wodurch der neue Divisor gefunden wird. Man setzt diese eben so als man bei einer zweytheiligen Wurzel zu thun gewohnt ist. Die letzte Ziefer ergänzt man mit dem Quadrate des dritten Theil. Eben so verfährt man auch mit einer vier- oder vieltheiligen Wurzel.

Kommt man auf eine solche Zahl, wie sich dies sehr häufig ereignet, von welcher sich die Wurzel in ganzen Zahlen nicht angeben läßt, so muß man sich ihrem Werthe vermittelst der Bruchrechnung nähern. Und dazu wählt man, der leichtern Rechnung wegen, die zehnteiligen Brüche.

Man henke daher, an die zuletzt nach gebliebene Zahl, zwey Nullen an, und aus dieser Zahl ziehe man, nach der gegebenen Regel, die Quadratwurzel, so erhält man den Werth der Wurzel im Zehntel des Ganzen. Will man sie noch genauer finden, so henke man aufs neue zwey Nullen an, und verfahre eben so als vorhin. Die gefundene Wurzel giebt den Werth in 100 Theile ꝛc.

Man multiplicirt deswegen mit 100, oder henke zwey Nullen an, weil das Quadrat von Ein Zehntel,

tel, ein Hundertel ist, und man henkt zum andern mal zwey Nullen an, weil das Quadrat von Hundertel, Zehntausendtel ist. Da das Quadrat aber schon Hundertel war, so braucht man dasselbe nur noch mit 100 zu multipliciren.

Beispiel einer dreytheiligen Wurzel.

```
45|15|84 (672
36|
----
 915
 12
  7
----
 84
 49
----
 889
----
 2684
 134
   2
----
 268
   4
----
 2684
----
   0
```

Beispiel einer viertheiligen Wurzel.

```
31|46|08|81| (5609
25|
----
646
10
 6
----
60
36
----
636
----
1008
112
 0
----
000
 0
----
0000
100881
 1120
    9
----
10080
   81
----
100881
----
     0
```

Die Rechnung läßt sich noch abkürzen, wenn man den zweyten, dritten oder überhaupt den neuen Theil der Wurzel neben den Divisor setzt, und alsdann alle Zahlen mit dem neuen Theil der Wurzel multipliciret. Das, was heraus kommt, enthält das doppelte Produkt, und das Quadrat des neuen Theil der Wurzel. Auf diese Art ist folgendes Beispiel berechnet worden.

Die Wurzel durch Näherung zu finden.

```
√ 75 ( 8,6602...
  64
 ----
 1100
  166
    6
 ----
  996
 ----
10400
 1726
    6
 ----
10356
 ----
  4400
 17320
     0
 -----
 00000
 -----
 440000
 173202
      2
 ------
 346404
 ------
Rest. = 93596
```

Die Wurzel aus 75 ist demnach $8\frac{6602}{10000}$

Die

Soll ein Bruch zum Quadrate gemacht werden, so muß man sowohl den Zähler als den Nenner zum Quadrate erheben; und ans einem Bruche die Quadratwurzel ausziehen, muß man sowohl die Wurzel aus dem Zähler als aus dem Nenner ziehen.

$$\left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{5^2}{6^2} = \frac{25}{36}, \quad \sqrt{\left(\frac{49}{64}\right)} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{64}} = \frac{7}{8}.$$

Mit Hülfe dieser Rechnung, läßt sich eine von den Seiten eines rechtwinkligten Dreyecks berechnen, wenn die beiden andern gegeben sind.

Es sei, im rechtwinkl. $\triangle$ A C B (Fig. 41) die Seite A C = 5′ 4″, C B = 6′ 9″ zwölftheiliges Maaß. Man fragt nach der Grösse von A B.

Auflösung. Aus dem Satze selbst wissen wir, daß $AB^q = AC^q + BC^q$, folglich $AB = \sqrt{(AC^q + BC^q.)}$ Setzen wir nun für AC^q, das Quadrat von 5 Fuß 4 Zoll $= 5\frac{1}{3}$ Fuß, und für BC^q, das Quadrat von 6 Fuß 9 Zoll $= 6\frac{3}{4}$ Fuß, und ziehen aus der Summe von beiden, die Quadratwurzel, so erhalten wir die Seite A B in eben dem Maasse, in welchem A C und C B angegeben ist. Nun ist $AC^q = (5\frac{5}{3})^2 = \frac{16^2}{3^2} = \frac{256}{9}$; $BC^q = (6\frac{3}{4})^2 = \frac{27^2}{4^2} = \frac{729}{16}$. Folglich $AC^q + BC^q = \frac{256}{9} + \frac{729}{16} = \frac{4096}{144} + = \frac{6561}{144} = \frac{10657}{144}$. Also $AB = \frac{\sqrt{10657}}{\sqrt{144}} = \frac{103,23}{9} = 11,47$ Fuß. Den Bruch $\frac{47}{100}$ Fuß muß man auf 12 theiliges Maaß bringen, weil die beiden Seiten nach diesem Maaße angegesind. Multiplicirt man demnach den Zähler mit 12, und dividiret mit 100, so giebt der Quotient 5, 64 Zoll, oder 5 Zoll 7, 68 Lin.

Nr. 18.

Anleitung
zum
gemeinnützigen Unterrricht
für
Handwerker, Künstler u. Fabrikanten
über die
praktischsten Grundsätze
mathematischer, physischer, chemischer und technologischer Kenntnisse.

(Fortsetzung der Seite 120.)

Statt des Talgs, nimmt man auch frische ausgepreßte Oele, die noch nicht ranzigt geworden sind. Werden diese mit reiner Pottasche vermischt, so enthält man eine recht gute Seife. So kocht man an vielen Orten, die grüne Seife aus Hanföl und Weidasche, aber die schwarze schmierigte Seife, welche einen üblen Geruch hat, kocht man aus Thran und Aschenlauge. Die schönsten festen Seifen, kocht man aus dem reinen Sodasalze, und dem schönsten Baum= oder Mandelöl. So bereitet man sie in Venedig und in Alicante.

Gute Seife muß keinen laugenhaften Geschmack haben, an der Luft nicht zerfliessen, und sich im Wasser ganz, ohne Trennung des Fettes, auflösen.

Mit Indig kann man der Seife eine bläulichte, und mit grünem Vitriol und Galläpfeln, eine schwarzbraune Farbe geben; oder wenigstens bekommt sie dadurch marmorirte Adern. Vermischt man sie mit wohlrichenden Oelen, als mit Zimmt- Muscat- oder andern Oelen, so erhält man eine wohlriechende Seife. Schaumseife bekömmt man, wenn gute weise Seife bei gelinder Wärme in Kochsalzlauge aufgelöset, und stark damit geschlagen wird. Lößt man hingegen eine wohlrichende Seife, in sehr starken Weingeist auf, so erhält man den so genannten **Seifenspiritus**, der vorzüglich zur Untersuchung der harten Wasser dienet. Wird das Wachs, so wohl das gelbe als das weisse, mit ätzenden alkalischen Laugen gekocht, so enthält man eine Wachsseife, die aufgelößt vorzüglich zum Polieren der Tischlerarbeiten gebraucht wird. Man kann sie auch zur Wachsmalerey, und um Wasserfarben, vorzüglich lackfarben auf Wachsgrunde einzuschmelzen, vortreflich nutzen. Sie leidet aber keine säuerhaltige Farben, auch keinen Schleim und Firniß, und darf nicht eher, bis sie ganz trocken ist, mit einem nassen Schwamme abgewischt werden.

Alle Säuren, selbst die schwächsten Pflanzensäuren, und noch viele andere salzartige Körper, zerlegen die Seife, oder scheiden den fetten Theil von dem Laugensalze. Dies ist auch der Grund, warum die har-

harten Wasser, die Seife nicht auflösen, oder mit derselben schäumen. Uebrigens benutzt man die Seife, ausser dem Reinigen und Waschen der Leinwand, noch beim Tuchwalken, als Beitze in der Wollenfärberey, zum Fleckausmachen, zur Bereitung einer leichten Haarpomade mit gleichviel Schweinschmeer; ingleichen zur Auflöslichmachung von gleichviel weissem Wachse, durch Kochen mit sechsmal mehr Wasser, unter fleissigem Umrühren, um einen Firniß zu erhalten, welcher Gipsbilder, die man hineintaucht, und nach hinlänglichem Abtrocknen, mit um den Finger gewundenen Nesseltuche, wohl abgerieben hat, wider Schmutz und Staub schützet.

3) Vom flüchtigen Laugensalze.

Dieses Salz, welches man aus allen drey Naturreichen gewinnen kann, besitzt einerlei Eigenschaften als die beiden vorhergehenden, nur daß es einen weit stärkern urinhaften Geschmack, und einen durchdringendern Geruch hat, als die andern beiden Laugensalze. Es fließt nicht im Feuer, sondern verfliegt ganz und gar; es verbindet sich mit allen destillirten und fetten Oelen, nur nicht mit dem Terpenthin-Oel; in verschlossenen Gefäßen, schießt es mit dem Wasser zu Crystallen an; es löset das Kupfer, und noch mehr dessen Niederschlag, mit einer blauen Saphierfarbe auf; auch wird der Zink (ein Halbme-

metall, welches in der Folge näher erkläret werden soll) von diesem Laugensalze aufgelöset.

Im Mineralreiche gewinnet man dieses Salz aus dem Thon; im Pflanzenreiche aus den Gewächsen, die, wenn man sie reibet, in die Nase stechen, und die Augen angreifen, z. B. aus dem Lauche, Merrettiche, Rettiche, dem Senfe, aber nicht aus dem Pfeffer; im Thierreiche erhält man es aus dem Blute, Harne, aus dem Hirschhorne und andern thierischen Theilen.

Von dem Nutzen und dem Gebrauche dieses Salzes, werden wir in der Folge, noch oft Gelegenheit haben, zu reden.

Ausser den schon im vorigen angeführten Verbindungen der Laugensalze mit vielen Körpern, vereinigen sie sich vorzüglich mit den Säuren und einzelnen Erden. Bei dieser Verbindung, verlieren beide Stoffe ihre Natur, und erhalten ganz andere Eigenschaften, als sie vorher hatten.

Wenn ein Laugensalz, mit einer Säure vermischt wird, so geschicht dieses unter starkem Aufbrausen, und das Produkt, was man am Ende, wenn die Auflösung gesättigt ist, daraus erhält, heißt ein **Neutralsalz**; verbindet sich aber die Säure mit einer Erde, so führt dieser Körper den Namen **Mittelsalz**. Folgende kleine Tabelle, enthält die vornehmsten Neutral- und Mittelsalze, die aus der Verbindung der drey Mineralsäuren, mit den Laugensalzen und Erden, entstehen.

Tafel

Tafel über die Neutrale und Mittelsalze, die aus der Verbindung der drey vornehmsten Mineralsäuren mit den Laugensalzen, einzelnen Erden und Metallerden, entstehen.

	Pflanzen Alkali	Mineralisches Alkali	Flüchtiges Alkali	Kalkerde	Thonerde	Silber	Kupfer	Eisen	Quecksilber	Zink
Vitriolsäure	vitriolisirter Weinstein	Glaubersalz	Glaubers geheimer Salmiak	Selenit	Alaun	Silber Vitriol	Kupfer Vitriol	Eisen Vitriol	Quecksilber Vitriol	Zink-Vitriol
Salpetersäure	gemeiner Salpeter	Cubischer Salpeter	Entzündbarer Salpeter	Salpeterichtes Kalchsalz	Thonsalpeter	Silbersalpeter	Kupfer salpeter	Eisensalpeter	Quecksilbersalpeter	Zinsalpeter
Salzsäure	Digestivsalz	gemeines Küchens.	gemeiner Salmiac	Fixer Salmiac	Thonsalz	Hornsilber	Kupfersalz	Eisensalz	Aetzender Sublimat; versüßtes Quecksilb.	Zinkbutter

Aus dieser Tabelle, kann man mit einem Blick sehen, was für Produkte herauskommen, wenn eine Mineralsäure mit einem Laugensalze, oder mit einer Erde, oder mit einem metallischen Körper vermischt wird. So giebt z. B. die Salpetersäure, mit dem Pflanzenalkali, den gemeinen Salpeter; und die Vitriolsäure mit der Thonerde, den Alaun rc. Die meisten von diesen Neutral- und Mittelsalzen, werden in der Folge umständlich erkläret, und der Gebrauch, und die Anwendung, in Rücksicht der Manufacturen und Fabriken, jedesmal gezeigt werden. Den Anfang wollen wir mit der Bearbeitung der verschiedenen, zu unserm Zwecke dienlichen, Erdarten machen.

Von den Erden.

Unter einer **Erde**, versteht man gemeiniglich einen Körper, der sich wenig in Wasser auflöset, zerreiblich und unentzündbar ist, weder Geschmack noch Geruch hat. Sie sind auch nicht in Oel auflösbar. Diese Eigenschaften, besitzen die Erden aber nur in ihrem reinsten Zustande, worinn sie aber fast nie gefunden werden. **Steine** sind nichts anders, als zusammengesetzte Erden, und unterscheiden sich blos von denselben durch ihre Härte. Man zählet jetzt fünferley Arten von Erden, nemlich: **Kalckerde, Schwererde, Bittersalzerde, Thon- oder Alaunerde und Kieselerde**, die sich alle leicht durch die Vitriolsäure,

säure, von einander unterscheiden lassen. Denn diese Säure macht mit der Kalkerde, den Gips oder Selenit; mit der Schwererde, den Schwerspath; mit der Bittersalzerde, das Bittersalz (Magnesia); mit der Thonerde, den Alaun; und mit der Kieselerde, geht sie in gar keine Verbindung ein. In gegenwärtiger Schrift, wird nur auf die Bearbeitung der Kalk- Thon- und Kieselerde, Rücksicht genommen werden können.

I) Die Kalkerde.

Sie hat keinen starken Zusammenhang, und verwittert daher leicht. Die Kalksteine brechen (wachsen) gewöhnlich in eignen Gebirgen, die man Kalkberge nennet. Die Kalkerden entstehen auch am Ufer der See, aus den Schaalen der Fische, und auch aus den Knochen der Thiere. Reine Kalkerde, trift man höchst selten an, und die ist auch nicht für sich in Fluß zu brinden, andere, die fremde Theile bei sich führet, schmilzt leicht. Die Kalksteine sind entweder durchsichtig oder nicht. Alle brausen in ihrem rohen Zustande mit Säuren; keine giebt mit dem Stahl Feuer.

Im rohen Zustande, lösen sich die meisten nicht im Wasser auf. Brennt man sie im Feuer, so verlieren sie die Hälfte von ihrem Gewichte, lösen sich alsdann im Wasser mit Erhizzung und Aufwallen auf,

und brausen wenig oder gar nicht, mit Säuren. Gebrannter Kalk unterscheidet sich also wesentlich dadurch von dem rohen Kalke.

Wasser, das Kalk in sich aufgelöset enthält, (Kalkwasser) ist völlig klar, farbenlos und durchsichtig, so lange es nicht der Wirkung der Luft ausgesetzet ist; es hat aber einen eignen scharfen, schrumpfenden, und laugenartigen Geschmack; es färbt den Veilchensaft grün, und macht die rothe Farbe des Fernambucs bläulich. So bald man aber Kalkwasser an die freye Luft setzet, so erzeugt sich auf der Oberfläche desselben eine Haut, (Kalkrahm) die immer dicker wird, und alsdann, vermöge ihrer vermehrten Schwere zu Boden sinkt, und eine neue Platz macht. Dies geht so lange fort, bis aller vorher aufgelöster Kalk sich abgeschieden hat. Der Kalkrahm ist wie der rohe Kalk; er lößt sich nicht wieder in Wasser auf, brauset mit Säuren, und ist geschmacklos. Setzt man gebrannten Kalk an die Luft, so geht eben dasselbe mit ihm vor, als mit dem Kalkwasser. Er schwillt auf, zerfällt ganz ohne sich zu erhitzen, nimmt an Gewicht zu, und wird völlig wieder roher Kalk. Frischzerfallner Kalk, unterscheidet sich aber beträchtlich von dem, der lange der Luft ausgesetzt gewesen ist. Der gebrannte, oder lebendige Kalk, bleibt unverändert, wenn er gegen die Wirkung der Luft bewahret wird. Je vollkommner die Erde, oder der Stein sich in Scheidewasser auflöset, je weisser sich derselbe im Feuer brennt, wenn man den Versuch in kleinem macht, desto mehr, und einen desto bessern Kalk kann man sich versprechen. Brennt sich der Kalk grau, gelb oder roth, welches größtentheil vom Eisengehalte herrühret, so giebt er zu den meisten Arbeiten, einen untauglichen Kalk. Kalkstein, der im Feuer plazt, giebt schlechten Kalk.

Nr. 19.

Anleitung
zum
gemeinnützigen Unterrricht
für
Handwerker, Künstler u. Fabrikanten
über die
praktischsten Grundsätze
mathematischer, physischer, chemischer und technologischer Kenntnisse.

(Fortsetzung der Seite 144.)

Vom Kalkbrennen.

Der Kalk wird auf verschiedene Art gebrannt. Entweder in Oefen, die von verschiedener Gestalt und Grösse sind, oder in Gruben, oder auch in Meilern. Die erste Art verdient doch den Vorzug vor den beiden letztern. Was die Gestalt der Oefen betrift, so sind sie bald würflicht, oder parallelepipedalisch, bald ellipsenförmig, bald walzenförmig, bald wie ein umgekehrter Kegel, und bald wie eine umgekehrte Pyramide. Ueberhaupt ist man wegen der besten Form sich noch nicht einig. Bei einigen kann man die genug gebrannten Steine, unten herausnehmen, und oben frische nachwerfen (Stichöfen);

andere haben ein geschlossenes Gewölbe. Anfangs wird der Ofen nur durch ein gelindes Feuer erhitzet, welches so lange unterhalten wird, bis sich der dicke, schwarze, und mit Dünsten geschwängerte Rauch verlieret. Sobald die Steine trocken sind, vermehrt man nach und nach die Hitze, bis man endlich, nach einiger Zeit, die Steine der völligen Glut aussetzen kann. Die Farbe der Flamme, welche aus den Zuglöchern des Ofens schlägt, verändert sich bei dem zunehmenden Grad der Hitze. Hat sich der dicke und schwarze Rauch verlohren, so zeigt sich hinter einander, eine dunkelrothe, violette, blaue, und endlich eine weiße Flamme. Diese letzte ist ein Zeichen, daß die Kalksteine gar sind. Zugleich verliert sich der Schwefelgeruch völlig, den die Arbeiter anfänglich verspühren. Der Kalkstein selbst siehet, wenn er durch das Mundloch des Ofens beobachtet wird, wie eine weiße lockre Baumwolle aus. Zur Feuerung dienet Holz, Torf, Steinkohlen, vorzüglich solche, welche mehr Asche als Schlacken geben. Nachdem der Ofen erkaltet ist, wird der Kalk herausgenommen, zerschlagen, gesiebt, entweder auf Stampf- oder Mahlmühlen, kleingemacht. Dieser Kalk ist unter dem Namen Stein- auch Lederkalk bekannt. Der Kalk kann, wenn er zu lange gebrennt wird, todt gebrannt werden; aber weit öfterer begeht man den Fehler, daß man ihn nicht genug

genug brennt, wodurch der Kalk viel von seinen Eigenschaften, als guter Mörtel, verlieret. Er muß die Hälfte von seinem Gewichte, und auch von seinem Umfange nach dem Brennen, verlohren haben. Man brennet den Kalk aus den dichten Kalksteinen, welche einen matten, mehrentheils splittrigen Bruch haben, und an den Kanten gewöhnlich durchscheinend sind. Die Farbe dieser Steine sind sehr verschieden, sie kommen in eignen Gebirgen vor, und enthalten viel Versteinerungen. Auch aus der gemeinen Kreide, (die ebenfalls ein Kalkstein ist) läßt sich Kalk brennen. Ueberdieß dienet sie, wie bekannt, zum Schreiben und Zeichnen; zum Poliren mancher Metalle; zum Grunde bei Holzvergoldungen nnd Versilberungen, und auch zu feuerfesten Tiegeln. Hieher gehöret auch der

Marmor.

So heißt jeder Kalkstein, der eine größere Härte hat als der gewöhnliche, der eine Politur hat, und noch eine bessere annimmt, der im Bruche körnigt ist, und der Witterung widersteht. Seine Farbe rühret von deu verschiedenen metallischen Theilen her, denen er beigemischt ist. Die reine weiße und schwarze Farbe, schätzt man am meisten; oft aber laufen mehrere Farben durch einander. Nach seinen Farben führt der Marmor verschiedene Beinahmen. Seine eigen-

thüm-

thümliche Schwere ist $2\frac{7}{10}$. Oder wenn der Kub. Fuß Hamburger Maaß, 50 ℔ wiegt, so ist das Gewicht von einem Kub. Fuß Marmor $50 \times 2\frac{7}{10} =$ 135 ℔. Von allen Ländern, liefert Italien, den schönsten und besten Marmor, wohin vorzüglich der weiße aus den Marmorbrüchen von Carrara, welcher der beste ist den wir kennen, zu zählen ist. Ein ganz vortreflicher Marmor, kommt auch aus der Insel Paros in Archipelagus. Spanien und Frankreich, liefern Marmor von allerlei Farben. Aus dem Lüttischen kommt ein schwarzer Marmor; auch in der Schweitz findet man einen ähnlichen. Auch in Teutschland bricht Marmor von verschiedenen Farben, vorzüglich in Steyermark, Tyrol, Krain; in Baiern, in Sachsen; im Magdeburgischen, Mannsfeldischen, bei Blankenburg, in der Gegend von Nordhausen. Ebenfalls findet man ihn in Polen, Schweden und Norwegen ꝛc.

Gewöhnlich trift man denselben in Blöcken an, die mit einer Säge, welche ohne Zähne ist, entzwey geschnitten, und mit Bimstein und Zinnasche poliret werden. In Blöcken verkauft man ihn nach dem Kubicfuße. Er wird aber auch zu Tafeln bearbeitet, und dann verkauft man ihn Stückweise. Aus dem Marmor, auch noch aus andern Steinen, werden die be-

kannten

kannten Marmel, Schusser, Schnellkeulchen, womit bei uns die Kinder spielen, verfertiget. Erst sind es vierkanntige Stücke, welche auf eigne Mühlen rund geschliffen werden. Diese Mühlen haben einen einzigen Mühlstein, in welchem concentrische Rinnen befindlich sind, in welche die viereckigte Stücken gelegt werden. Auf den Mühlstein kommt ein runder Block aus eichem Holze. Zwischen beiden schleifen sich die Stücke völlig rund. — Der Stuck, woraus die Stuckaturarbeit verfertiget wird, ist eigentlich ein Mörtel, und besteht aus fein gemahlenen Gips, Marmor und Sand.

Gebrauch und Nutzen des Kalks.

1) als **Mörtel** oder **Mauerspeise**. Gebrannter Kalk in Wasser gelöscht, und mit Sand vermischt, giebt Mörtel. Frisch gebrannter Kalk, ist besser als der, welcher schon lange gelegen hat. Regen- und Flußwasser, schickt sich am besten zum Löschen, doch soll, nach einigen, Kalkwasser besser sein. Heisses Wasser bindet besser als kaltes. Gar zu vieles Wasser muß zum Mörtel nicht genommen werden, weil er sonst schwerlich, und nur oberwärts schnell, innerlich aber sehr langsam, und mit verursachten Rissen trocknet, und folglich langsamer und brüchiger verhärtet. Der Zusatz vom Sande, dienet zur Verhinderung der Risse, und der Zusammenziehung

des

des Mörtels, und befördert das Austrocknen. Der beste Sand ist Quarzsand, eckiger Fluß- oder gegrabener Sand, worinnen kein Thon, und auch keine Muschelschaalentrümmer, wie in dem deshalb minder tauglichen Seesande sind. 5 Theile Grand, (Sand, welcher größer als $\frac{1}{16}''$ ist) und ein Theil Kalck, geben einen guten Mörtel; einen bessern $6\frac{1}{2}$ Theile feiner Sand, und 1 Theil Kalck; den besten aber 1 Theil Grand, 3 Theil grober Sand, 3 Theil feiner Sand, nnd 1 Theil Kalk.

Herrn **Loriots** Vorschrift, zu einem guten Mörtel, ist diese: Man nehme einen Theil sehr genau gestoßener und durchgesiebter Zigelsteine; zwey Theile feinen Flußsand, welcher durch ein Sandsieb geschlagen worden ist; so viel Teig von gelöschtem Kalk, als nöthig ist, um einen so weichen Mörtel zu machen, welcher das Löschen des lebendigen Kalkes gestatten kann, den man gepülvert bis über ein Viertel, von der in eine Summe gebrachten Menge des Sandes, und der gestoßenen Ziegelsteine hineinträgt. Nachdem die Materien wohl mit einander verbunden worden sind, so mache man von selbigem geschwinden Gebrauch, weil der geringste Verzug, die Benutzung davon, mangelhaft, oder unmöglich machen würde. Statt des Ziegelmehls, kann man auch

das

das Pulver von Ballen ausgetrockneter und gebrannter Dammerde, zerriebenen uud geschlemten Mergel; (eine Mischung aus Thon und Kalk. Im rohen Zustande brausen die Mergelerden mehr oder weniger mit Säuren auf, aber nicht wenn sie gebrannt sind) Schutt; groben Sand; Stein- oder Kieselabfall u. s. w. nehmen. Von frisch gebrannten Kalke, kann man etwas weniger nehmen, als von länger gelegenen.

Zu Mauren, die stets im Wasser stehen, ist die Versetzung des Mörtels mit Puzzolanerde oder Traß sehr zuträglich. Man findet den Traß entweder staubartig oder in kleinen Stücken, wo er Puzzolanerde genennt wird; oder auch in derben Stükken. (Dies ist der eigentliche Traß) Er ist gewöhnlich löcherig, und in seinen Höhlen entweder leer, oder mit Bimsstein angefüllt. Von Farbe ist er grau, oder braun in verschiedenen Abänderungen. Man findet ihn, am Rhein und bei Frankfurth am Mayn. Puzzolanerde findet man hingegen in der Nachbarschaft von Room, und auf den Hügeln zu Puzzolo bei Neapel.

Zu Mauren, welche bald ausser dem Wasser, bald innerhalb desselben stehen, dient ein Mörtel aus 3 Theilen grobem Sande, 3 Theilen feinem Sande, 1 Theile Traß, und einem Theile Kalk.

Feuchte

Feuchte Wände, bessert theils Mörtel mit $\frac{1}{5}$ Hammerschlag, welcher sehr bindet, theils für innere Wände, Mörtel mit Holzasche und Kohlenstaube, oder auch Holzruße, für äußere, Mörtel mit Knochenasche.

Kalksteine, welche in rohen Zustande, nicht mit Säuren aufbrausen, sind gröstentheils gipsartig, wie dies der Fall mit dem Segebergerkalk in unserer Nachbarschaft ist; von diesem gewinnet man durchs Brennen, den Spaar- oder Gipskalk. Er bindet sogleich, so bald er naß geworden ist. Damit man mit demselben aber weiter reichen möge, vermischt man ihn mit Lederkalk, oder mit Sande, und von dieser Materie, gießet man Fußböden, welche Estrich heißen. Spaarkalk muß an einem troknen Orte aufbehalten werden. Lederkalk, wird, wenn er gelöscht worden, in Gruben aufbehalten, und mit Sand und Bretter bedekt. Die Erfahrung hat gelehrt, daß der Kalk vollkommner aufgelöset werde, je länger er in der Erde gelegen. Aber selbst beim Löschen des Lederkalks muß man bedachtsam zu Werke gehen. Man übergieße ihn nicht im Löschtroge mit vielem Wasser, sondern man besprenge den Kalk so lange vermittelst einer Gießkanne mit Wasser, bis derselbe allmählig zerfallen ist. Alsdann erst muß man ihn mit genugsamen Wasser übergießen, und so stark rühren, daß alles wie eine Milch, ohne grobe Theile erscheint, und in dieser Beschaffenheit, ist er in die Grube abzulassen.

Mit Käs und Eyweiß angerührt, dient der Kalk, um Stücke von Stein oder Glas zusammenzukütten.

Anleitung
zum
gemeinnützigen Unterricht
für
Handwerker, Künstler u. Fabrikanten
über die
praktischsten Grundsätze
mathematischer, physischer, chemischer und technologischer Kenntnisse.

(Fortsetzung der Seite 136.)

Diejenigen, welche nicht gut mit der Bruchrechnung umzugehen wissen, können auch die beiden gegebene Seiten, durch die Multiplicatio mit 12 auf Zolle bringen, diese alsdann zu Quadrate machen, und aus der Summe derselben die Quadratwurzel ziehen. Die Wurzel giebt den Werth in Zolle an, welche durch die Divisio mit 12 auf Fuße gebracht werden.

Soll man ein gegebenes Quadrat noch mal so groß machen, oder verdoppeln, so braucht man nur, um diese Aufgabe geometrisch aufzulösen, in dem gegebenen Quadrate die Diagonallinie zu ziehen, und über diese Linie ein Quadrat zu beschreiben. Denn das Qua-

drat von dieser Linie, ist so groß als die Quadrate von den beiden andern Seiten.

Durch die Ausziehung der Quadratenwurzel, läßt sich diese Aufgabe ebenfalls, aber nicht so genau als nach der vorigen Art, angeben. Denn man setze die Seite des Quadrats $= 1$, so ist das Quadrat ebenfalls 1, und die Summe von beiden $= 2$. Zieht man aus der Zahl 2 die Quadratwurzel, durch den Weg der Näherung, so erhält man bis auf eine Kleinigkeit die Seite von einem Quadrate, das noch mal so groß ist, als das gegebene. So ist, wenn man würklich die Quadratwurzel aus 2 zieht dieselbe $= 1,4142136 \ldots$

Soll man die Seite von einem Quadrate angeben, welches 3 mal so groß ist, als ein gegebenes, so ziehe man die $\sqrt{3} = 1,7320508 \ldots\ldots$

Oder man braucht nur die Seite des gegebenen Quadrats zum Quadrate zu machen, und dieses mit der Zahl zu multipliciren, um welche das Quadrat größer gemacht werden soll; und alsdann aus diesem Produkte die Quadratwurzel zu ziehen.

Will man eine von den Seiten finden, die den rechten Winkel einschliessen, so muß man von dem Quadrate der größten Seite, das Quadrat von der andern gegebenen Seite abziehen, und aus dem Unterschiede die Quadratenwurzel ziehen. Denn $AC = \sqrt{(AB^q - BC^q)}$.

Nä-

Nähtre Untersuchung der Linien und Winkeln, die im Kreise vorkommen.

Um diese Sätze besser verstehen zu können, bringe man sich dasjenige wieder ins Gedächtniß zurück, was wir schon im vorigen, bei der Erklärung der Kreislinie, gesagt haben.

Fig. 43.

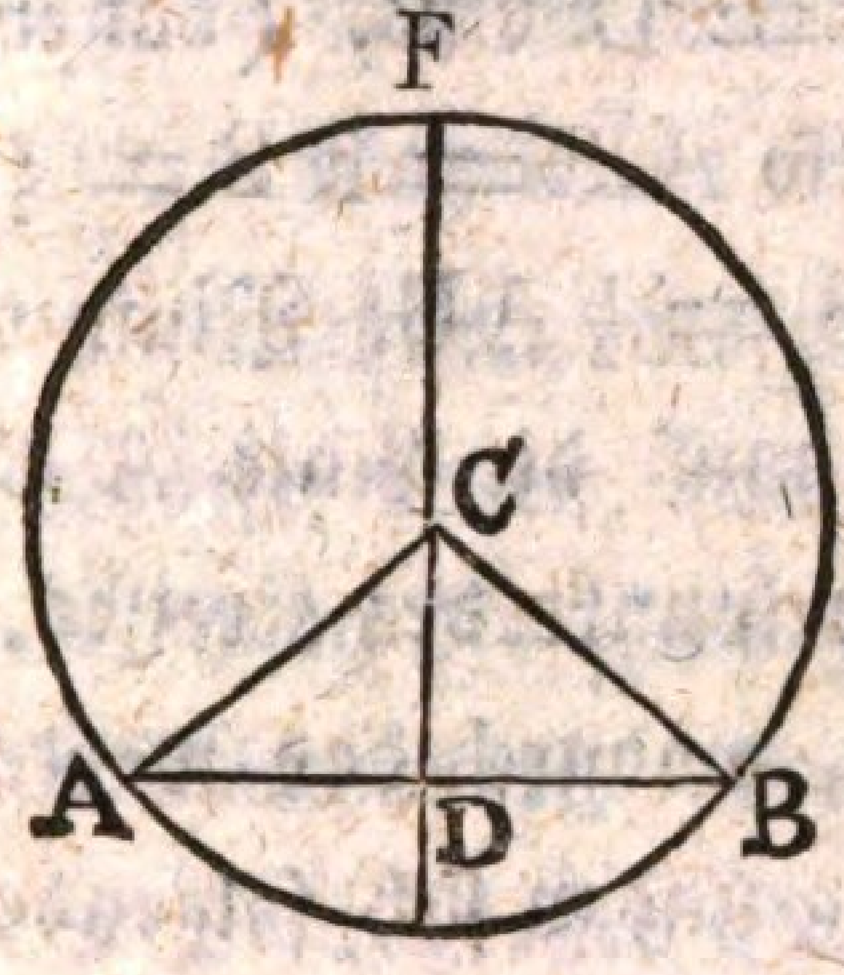


Fig. 44.

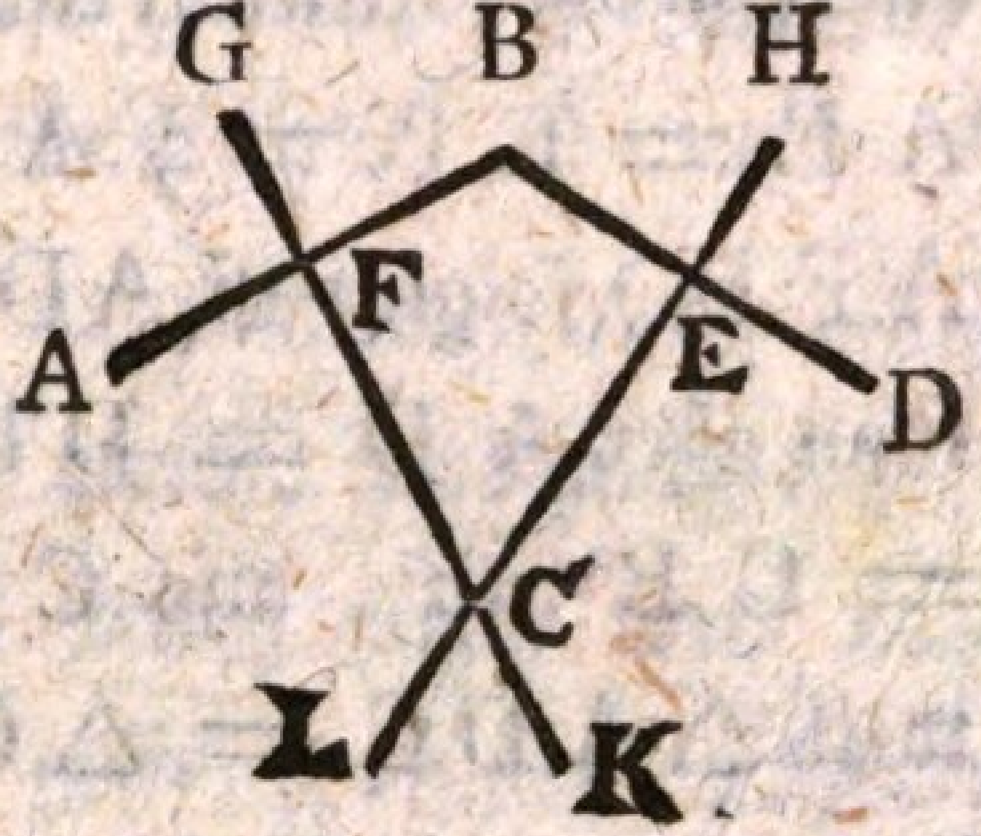
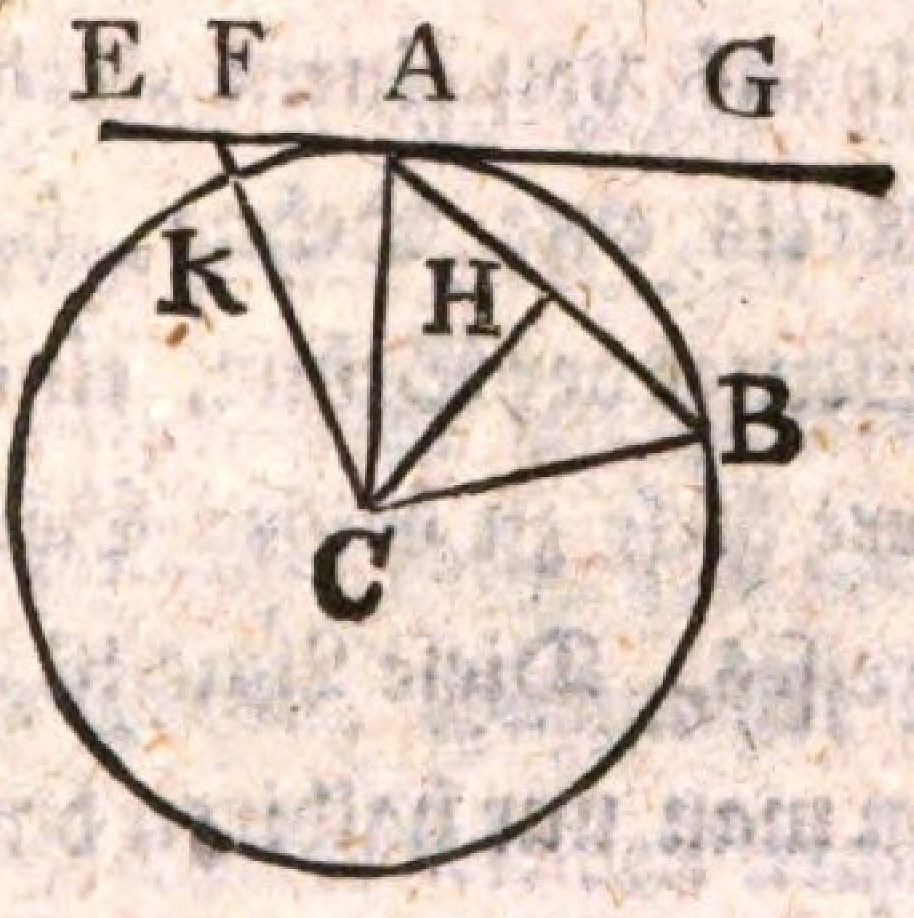


Fig. 45.



Wenn man aus dem Mittelpunkte C, eines Kreises A B E F, (Fg. 43) eine Linie C D, senkrecht auf die Sehne A B fallen läßt, so halbiret diese Linie nicht nur die Sehne, sondern wenn sie bis E verlängert wird, auch den Bogen A E B, und A F B.

Eine

Eine Linie, welche durch das Mittel der Sehne, senkrecht gezogen wird, geht verlängert durch den Mittelpunkt des Kreises.

Um das erste zu zeigen, ziehe man die Halbmesser A C und C B, so ist das Dreyeck A C B, ein gleichschenkligtes, und durch die senkrechte Linie C D, wird dasselbe in zwey gleiche Dreyecke A D C und C B D, eingetheilet, mithin ist A C D = D C B, (daher A E = E B = $\frac{1}{2}$ A B; eben so A F = F B = $\frac{1}{2}$ A F B,) folglich ist A D = D B = $\frac{1}{2}$ A B. Nimmt man aber A D = D B an, so muß die Linie A C = C B sein, also C der Mittelpunkt des Kreises, weil △ A D C = △ C D B ist, wodurch das zweyte bewiesen wird. Auf diesen Satz gründen sich folgende zwey Aufgaben.

Den Mittelpunkt von einem Kreise zu finden.

Ziehe in den Kreis eine Sehne, halbire diese, und richte aus dem Mittel der Sehne, eine senkrechte Linie auf. Verlängere diese zu beiden Seiten, bis an den Umfang des Kreises. Diese Linie ist der Durchmesser des Kreises, den man nur halbiren darf, um den Mittelpunkt anzugeben.

Aufgabe. Durch drey Punkte, die nicht in einer geraden Linie liegen, einen Kreis zu ziehen.

Auflösung. Die drey Punkte mögen A, B und D sein. (Fig. 44) Man ziehe von A nach B, und

von

von B nach D grade Linien, halbire selbige in F und E, und ziehe aus diesen die Linien G K, und H L senkrecht auf A B und B D. Die beide Linien werden sich einander in C schneiden, welcher der Mittelpnnkt für den Kreis ist, der durch die drey Punkte A, B nnd D gehet. C B, C A und C D, sind Halbmessers des Kreises.

Drey Punkte sind demnach das für einen Kreis, was zwey Punkte für eine grade Linie sind.

Sehnen, die gleich weit vom Mittelpunkte eines Kreises stehen, sind einander gleich, und umgekehrt; Sehnen die gleich groß sind, stehen gleich weit vom Mittelpunkte. Sehnen die gleich groß sind, gehören zu gleich großen Bogen; und Bogen die gleiche Größe haben, deren Sehnen sind sich gleich.

Diese Sätze lassen sich leicht, nach dem vorigen beweisen. Denn Linien, die aus dem Mittelpunkte des Kreises, senkrecht auf ein paar Sehnen herabgelassen werden, halbiren diese, und wenn man nach den Endpunkten der Sehne, Halbmesser zieht, so läßt sich dadurch die Gleichheit derselben leicht zeigen.

Zieht man an den Endpunkt des Halbmessers eines Kreises, eine grade Linie, so berühret diese Linie den Umfang des Kreises in einem Punkt; jede andere Linie aber, die dieses nicht thut, schneidet den Kreis in zweyen Punkten.

Auf

Auf dem Endpunkte A des Halbmessers (Fig. 45) C A, ziehe die Linie E G senkrecht, so wird jeder anderer Punkt, er mag dem A so nahe liegen als er will, den Kreis nicht berühren. Man nehme den Punkt F in der Linie E G an, und ziehe C F, so ist diese größer als A C, größer als C K; also liegt F ausserhalb dem Kreise. Zieht man aber die Linie A B, welche mit dem Halbmesser C A den spitzen Winkel B G A macht, so wird diese Linie den Kreis in noch einen andern Punkt, als in A schneiden. Denn man lasse aus dem Mittelpunkte auf A B, die Linie C H senkrecht fallen, und ziehe C B, so ist B der andere Punkt, worinn A B die Kreislinie schneidet. Denn △ C H B = △ C H A. Eine Linie, welche auf dem Endpunkte des Halbmessers senkrecht steht, heißt eine Berührungslinie. (Tangente)

Kreise, die einerlei Mittelpunkte, aber verschiedene Halbmesser haben, heißen concentrische Kreise.

Haben sie nicht einerlei Mittelpunkte, so berühren sie sich entweder in einem Punkt, oder durchschneiden sich in zweyen, oder berühren sich auch gar nicht. Schneiden sie sich in zweyen Punkten, so haben sie eine gemeinschaftliche Sehne; und eine Linie, die durch das Mittel dieser Sehne gezogen, geht verlängert durch beider Mittelpunkt.

Gleiche Winkel am Mittelpunkte eines Kreises, stehen auf gleiche Bogen, und haben gleich große

Seh-

Sehnen. Allein ein Winkel, welcher am Umfange des Kreises liegt, und auf eben dem Bogen steht, als der Winkel am Mittelpunkte, ist nur halb so groß als dieser.

Der Winkel am Umfange, kann dreyerlei Lagen haben. Entweder geht der eine Schenkel desselben, durch den Durchmesser des Kreises, wie in Fig. 46; oder der Mittelpunkt liegt, zwischen den beiden Schenkeln A B und B D (Fig. 47); oder der Mittelpunkt liegt auch ausserhalb den beiden Schenkeln des Winkels am Umfange, wie in Fig. 48 der Fall ist.

Fig. 46.

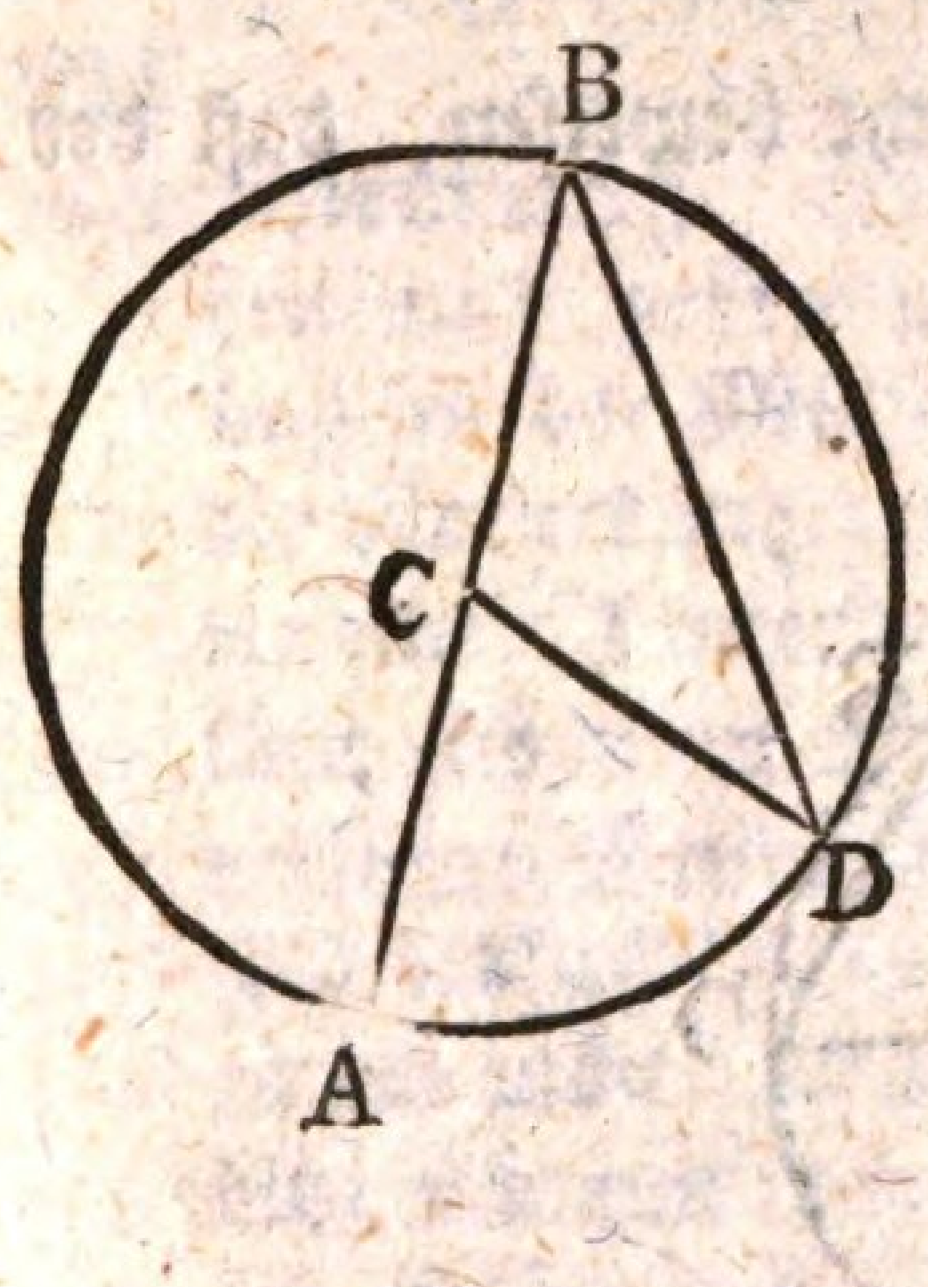
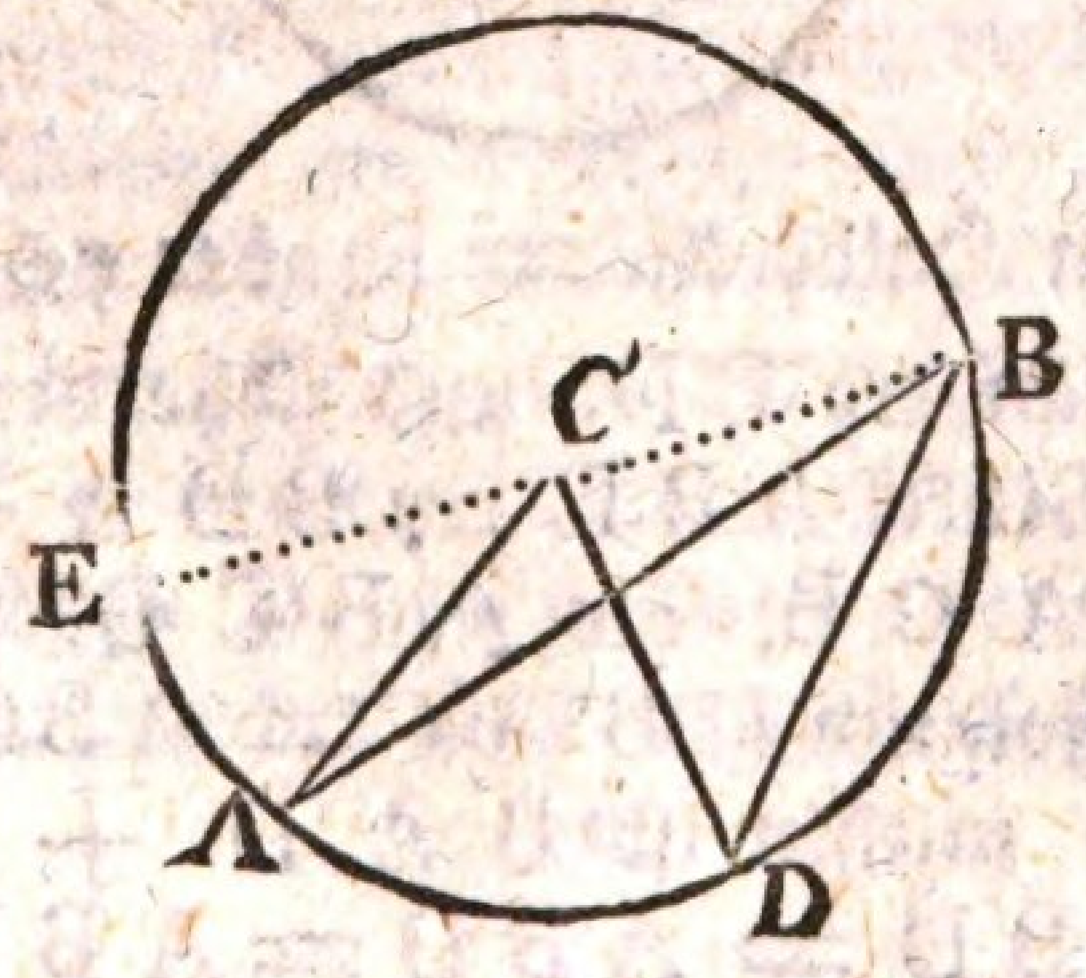


Fig. 47

Fig. 48.



Im

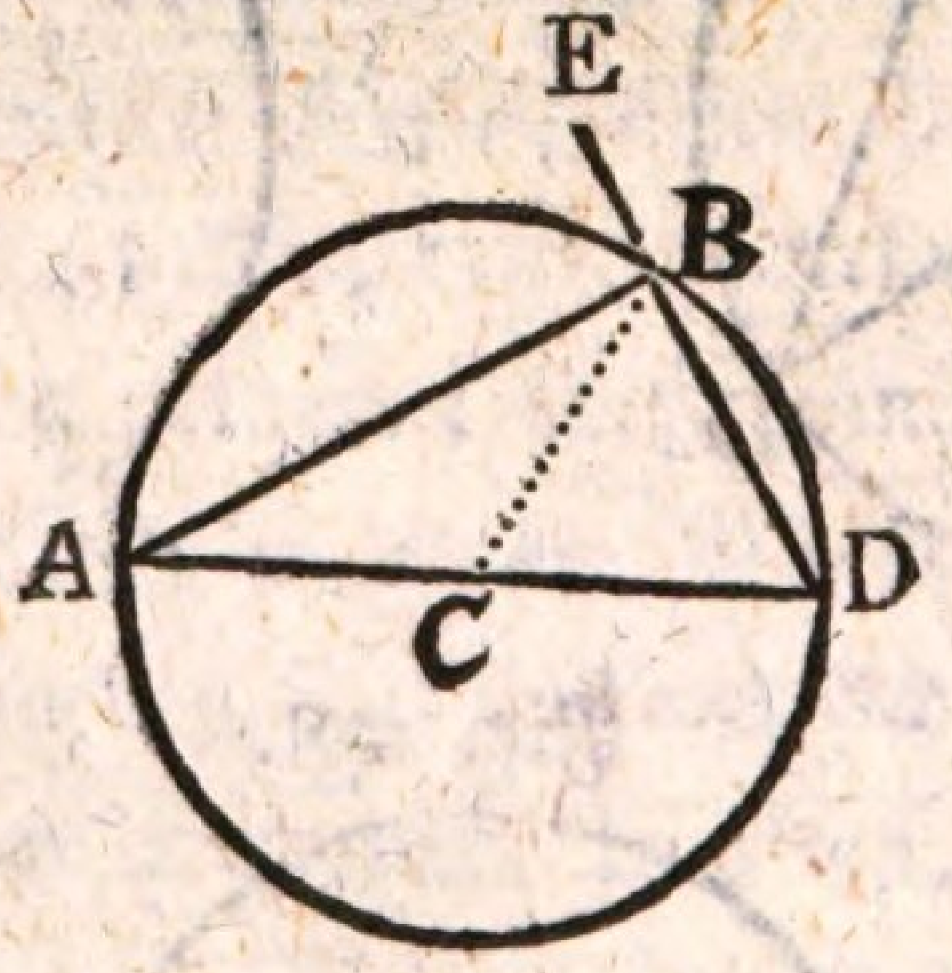
Im ersten Falle ist A C D = A B D + C D B. Aber △ C B D ist ein gleichschenkligtes; also A B D = B D C; folglich A C D = 2 A B D, oder A B D = $\frac{1}{2}$ A C D.

Im zweiten Falle, ziehe man durch B und C, den Durchmesser B E, so ist A C E = 2 A B C, und E C D = 2 C B D; also A C D = 2 A B D, oder A B D = $\frac{1}{2}$ A C D.

Im dritten Falle, soll man beweisen, daß A B D = $\frac{1}{2}$ A C D sei. Man ziehe zu dem Ende, den Durchmesser E B, so ist E C D = 2 E B D, und E C A = 2 E B A, mithin E C D − E C A = 2 (E B D − E B A) folglich A C D = 2 A B D, oder A B D = $\frac{1}{2}$ A C D.

Darnach läßt sich auch leicht beweisen, daß der Winkel A B D

Fig. 49.



(Fig. 49.) im Halbkreise = R oder 90° ist.

Man verlängere B D, und ziehe den Halbmesser B C. Der Winkel A B E = B D A + B A D. So wohl △ A C B, als △ B C D, ist ein gleichschenkligtes. Folglich ist B A C = A B C, und B D C = C B D, mithin ist B A D + B D A = A B C + C B D = A B D = A B E = R.

Anleitung
zum
gemeinnützigen Unterricht
für
Handwerker, Künstler u. Fabrikanten
über die
praktischsten Grundsätze
mathematischer, physischer, chemischer und
technologischer Kenntnisse.

(Fortsetzung der Seite 152.)

Anmerkung. Der Unterschied zwischen dem rohen und gebrannten Kalk, ist so merkwürdig, daß es der Mühe werth ist, hier dasjenige, was die Naturkündiger darüber annehmen, dem Leser in einer Anmerkung mitzutheilen. Roher Kalk löst sich nicht in Wasser auf, er hat keinen sonderlichen Geschmack, und braußt mit den Säuren sehr lebhaft auf. Ist er aber gebrannt, so lößt er sich nicht nur nicht im Wasser auf, sondern erhitzt sich auch dabei stark, hat einen scharfen ätzenden Geschmack, und greift thierische und vegetabilische Körper an. Wenn man rohen Kalk einem starken Grad von Feuer aussetzt, so geht, während demselben, ein durchsichtiger Stoff aus dem Kalke, der elastisch, flüßig, und durch die Kälte nicht zu Dampf gerinnt, der also alle äußere Eigenschaften der uns umgebenden Luft an sich

 hat,

hat, und daher ebenfalls ein luftförmiger Körper sein muß. Eben dieser Körper entwickelt sich auch, wenn man auf den Kalk eine Säure gießt. Bringt man über das Gefäß eine Blase, so füllt sich diese unter starker Ausdehnung mit diesem Stoffe an. Dieser Stof wird auch aus den Laugensalzen und vielen andern Körpern, auf eben die Art entwickelt. So lange dieser Stof mit dem Körper verbunden ist, braußt er mit Säuren auf, welches aber aufhöret, so bald man ihn auf die eine oder andere Art aus demselben getrieben hat.

Man nennet diesen Stof, die **fixe Luft**: welche also einzig und allein als die Ursache von dem Aufbrausen der Kalkerde und den Laugensalzen anzusehen ist. Sie unterscheidet sich, von unserer atmosphärischen Luft, durch folgende eigenthümliche Merkmale: 1) Sie wird von kaltem Wasser völlig aufgelöset, und verbindet sich mit demselben. 2) Sie ist eine wahre Säure. Denn sie theilt dem Wasser einen säuerlichen Geschmack mit, und färbt die Lackmustinctur roth. 3) Sie übertrift der atmosphärischen Luft an Schwere, und vermischt sich 4) daher nicht gleich mit der gemeinen Luft, sondern sinkt in diese unter. 5) Sie löscht das Feuer schnell aus, und ist 6) zum Athemholen untauglich, oder ist für Thiere tödtlich. Wenn man gebrannten Kalk im Wasser aufgelöset hat, und nun in dasselbe fixe Luft hineinbringt, so fällt die aufgelößte Kalkerde aus dem Wasser nieder, und dieser Niederschlag braußt aufs neue mit Säuren auf, oder ist völlig wieder roher Kalk geworden. Also ein Beweis, daß der Kalk im rohen Zustande, mit dieser Luft verbunden gewesen ist.

Gießt

Gießt man zu Kalkwasser eine Auflösung von irgend einem Laugensalze, so wird der aufgelößte Kalk, als roher Kalk niedergeschlagen; die Lauge nimmt aber dafür einen sehr brennenden, scharfen Geschmack an. Bei dieser Veränderung von beiden Körpern, hat sich die fixe Luft des Laugensalzes mit dem Kalke verbunden, und dafür hat dieser Körper, dem Laugensalze einen andern Stoffe mitgetheilet, der, nach der Meinung der Naturkündiger, einerlei ist, mit dem, der beim Löschen des Kalks, die Erwärmung desselben verursachet. Aus diesem Grunde, nennt man diesen Stof, den **Wärmestof**; und der nur einzig und allein auf unser Gefühl wirksam ist. Ob dieser Stof schon vorher, ehe der Kalk gebrannt worden, mit ihm verbunden, oder erst während dem Brennen sich mit ihm vereiniget hat, darüber sind sich die Naturkündiger noch nicht einig. So viel ist aber gewiß, daß sich dieser Stof beim Löschen des Kalks äussert, oder so zu sagen, frei wird. Vorher kann man denselben als gebunden ansehen. In freiem Zustande wirkt dieser Stof auf alle Körper, und sucht vorzüglich ihren Raum auszudehnen, doch mit dem Unterschiede, daß einige Körper mehr, andere weniger von demselben ausgedehnet werden. Indessen richtet sich diese Ausdehnung nicht nach der Dichtigkeit der Körper. Die flüßigen Körper, wie z. B. die Luft, der Weingeist, das Wasser, das Quecksilber, weniger die Oele, besonders die fetten, werden am meisten von der Wärme ausgedehnet, und hierauf gründet sich die Verfertigung eines nützlichen Werkzeuges, welches unter dem Namen **Thermometer** oder **Wärmemesser** bekannt ist.

Verminderung der Wärme, nennen wir **Kälte**, welche vorzüglich von unserm Gefühle abhänget. Die vorhin benannten flüssigen Körper, werden in diesem Zustande weniger ausgedehnet, oder ziehen sich zusammen. Das Gefrieren der Körper, richtet sich eben so wenig, als das Erwärmen derselben, nach der Dichtigkeit derselben. Einige Körper, z. B. die Salze, Säuren ꝛc. hindern das Gefrieren der Körper, andere bleiben bei unsern gewöhnlichen Zustande der Luft, z. B. das Quecksilber, beständig flüssig, wie wohl man diesen Körper doch durch einen grossen Grad der Kälte, in einen festen verwandeln kann.

Das Thermometer.

Füllt man eine enge Glasröhre, die unten mit einer Kugel oder mit einem Cylinder versehen ist, mit vorhin erwähnten flüssigen Körpern an, so hat man ein Werkzeug, welches durch die mehr oder wenigere Ausdehnung des eingeschlossenen Körpers, einen verhältnismässigen Grad von Wärme und Kälte anzeiget. **Cornelius Drebbel** von Alkmaar in Nordholland, erfand im vorigen Jahrhundert, das Thermometer. Er bediente sich einer Glasröhre, die oben eine Kugel hatte, worinn sich Luft befand, unten war sie offen, und stand in einem Gefäße, welches mit einem gefärbten flüssigen Körper angefüllet war. Eben mit dieser Flüßigkeit war auch die Röhre bis zu einer gewissen Höhe angefüllet. So wie sich nun die eingeschlossene Luft in der Kugel und in der Röhre, durch die Wärme ausdehnte, so wurde die Flüssigkeit in der Röhre herunter getrieben; so wie sie sich aber durch die Kälte zusammenzog, stieg

die Flüßigkeit in die Höhe. Da das Ausdehnen und Zusammenziehen der Luft, eigentlich das Steigen und Fallen des flüssigen Körpers, bei diesem Werkzeuge verursachet, so nennt man dasselbe ein **Luftthermometer**; und da die Veränderung der Luft, noch von andern Ursachen abhänget, so kann das Werkzeug in diesem Zustande, den Grad der Wärme und Kälte, nur mangelhaft angeben. Die Akademie zu **Florenz**, gab daher ein andres Thermometer an, das diesen Fehler nicht an sich hätte. Eine ebenfalls gläserne, unten mit einer Kugel versehene enge Röhre, wird zum Theil mit gefärbtem Weingeist angefüllet, und der Raum, welcher über dem Weingeist ist, vom Luft leer gemacht, und oben zugeschmolzen. Man bringt alsdann das Werkzeug an einen Ort, z. B. in einen tiefen Keller, wo eine gemäßigte Wärme ist, und bemerkt diese, auf der Thermometer Scale mit 0. Von diesem Punkte an, trage man so wohl über als unterwerts desselben, gleich große Abtheilungen, die den Namen Grade führen. Diese Grade zeigen nun an, um wie viel es wärmer oder kälter ist, als der willkührlich angenommene Punkt Null. Aber eben daher, weil dieser Punkt willkührlich angenommen, ist das Florentiner Thermometer fehlerhaft. **Fahrenheit** war der erste, der zwei feste Punkte für das Thermometer festsetzte. Er beobachtete nemlich, wenn er eine enge Glasröhre mit Quecksilber anfüllte, daß dieses, wenn er die Röhre in ein Gemisch von Schnee und Salmiak setzte, beständig bis zu einem gewissen Punkt herunter fiel. Diesen Punkt bezeichnete er auf seiner Scale mit Null. Wird die Röhre in kochendes Wasser, bei einem gewissen Zustande der Luft, gebracht, so

dehnt

dehnt sich das Quecksilber durch einen Raum aus, den er in 212 gleiche Theile oder Grade theilte. Den ersten Punkt, nemlich Null, nannte er den **künstlichen Gefrierpunkt**; den leztern aber den **Siedepunkt des Wassers**. Den Raum unter Null, theilte er ebenfalls in Graden ein. Er fand auch, daß das Quecksilber, bei dem 600° seiner Scale, anzusieden anfing. Dieses, so eingerichtete Thermometer, heißt, das **Fahrenheitsche**. Nach Fahrenheit kam **Reaumur**, der seiner Thermometer Scale noch eine andere Eintheilung gab. Dieser fand nemlich, daß Weingeist von dem natürlichen Gefrierpunkte an, das heißt: von dem Punkte an, wo es eben Eis an zufrieren fängt, bis zum Siedepunkt des Wassers, sich um 0, 080 seines Raums ausdehnet. Er sezte daher bei dem natürlichen Gefrierpunkte 0, und theilte den ganzen Raum bis zum Siedepunkt des Wassers, in 80 gleiche Theile. Die Reaumurschen Grade, sind demnach größer, als die der Fahrenheitschen, weil dieser letzterer denselben Raum in 180 Grade theilet, den Reaumur in 80 eintheilet. Sie verhalten sich also wie 80 : 180 d. i. wie 8 : 18 oder 1 Grad Reaumür = $2\frac{1}{4}$ Grad Fahrenheit.

Wo Reaumur 0 sezt, da zählt Fahrenheit 32 Grad über Null. Nach der Reaumürschen Scale, deuten alle Grade unter Null, Kälte an, und werden daher auch um sie desto besser von den Graden der Wärme zu unterscheiden, mit dem Zeichen Minus angedeutet. Diese beiden Thermometer sind nur in Teutschland, Frankreich England ꝛc. im Gebrauche. Das eigentliche Reaumürsche Thermometer, ist mit Weingeist angefüllet, weil aber dieser flüssige Körper schon früher zu Kocheu an-

fängt.

fängt als das Wasser, so vermischt man ihn gewöhnlich mit Wasser, damit er nur ohngefähr beim Siedepunkt des Wassers in Kochen gerathe. Jetzt bedienet man sich auch Reaumürscher Thermometer, welche mit Quecksilber angefüllet sind. Das Quecksilber dehnet sich aber nur von dem natürlichen Gefrierpunkte bis zum Siedepunkte des Wassers, um 0, 0 15 seines Raums aus. Daher können beide nicht übereinstimmende Grade der Wärme und der Kälte angeben. Ausser der Fahrenheitschen und Reaumürschen Scale, hat man noch zwei andere, die nur noch zum Theil in Schweden und Rußland in Gebrauche sind. Jene rührt von **Celsius** her, der den Raum zwischen dem natürlichen Gefrierpunkte, bis zum Siedepunkte des Wassers in 100 gleiche Theile theilet. Diese, von **Delisle**, der eben diesen Raum in 150 Grade eintheilet, aber so, daß er 150 beim natürlichen Gefrierpunkte, und Null beim Siedepunkte des Wassers setzt. Celsius aber von unten nach oben, wie Reaumur hinauf zählt. Nach dieser Eintheilung lassen sich also leicht die Grade des einen Thermometers auf die, des andern bringen, nur muß man, bei der Verwandlung der reaumurischen Grade in fahrenheitsche, wenn man nach dem obigen Verhältnisse von 4: 9 rechnet, noch 32 addiren, weil Fahrenheit um 32° tiefer zu zählen anfängt; und 32 davon abziehen, wenn man fahrenheitsche Grade, auf reaumurische bringen will, die Differenz mit 4 multipliciren, und durch 9 dividiren. Wir wollen hier ein Verzeichniß verschiedener Grade der relativen Wärme, nach dem Quecksilber Thermometer in verschiedenen Körpern oder Mischungen, hersetzen.

(Das

(Das Zeichen — bedeutet den Stand des Quecksilbers unter Null; das + aber über o. F bedeutet Fahrenheit, R Reaumur, C Celsius, und Del. Delisle.)

	F	R	C	Del.
Quecksilber gefriert	— 40° (— $38\frac{1}{2}$)	— 32	— 40	210
Eis und rauchender Salpetergeist	— $24\frac{3}{4}$	— 25	— $31\frac{1}{4}$	$196\frac{7}{8}$
Schnee und Salmiak	0	— $14\frac{2}{6}$	— $17\frac{7}{9}$	$176\frac{2}{3}$
Burgunder, Madérawein, Bourdeauxer Wein gefriert	+ 20	— $5\frac{3}{9}$	— $6\frac{2}{3}$	160
Urin, auch Weineßig gefriert	+ 28	— $1\frac{7}{9}$	— $2\frac{2}{9}$	$153\frac{1}{3}$
Milch gefriert	+ 30	— $\frac{8}{9}$	— $1\frac{1}{9}$	$151\frac{2}{3}$
Reines Wasser gefr. schmelzend. Schnee.	+ 32	— 0	0	150
Baumöl u. Rüböl wird zähe und undurchsichtig	+ 38	+ $2\frac{2}{3}$	+ $3\frac{1}{3}$	145
Gemäßigte Wärme der Luft	+ 64	+ $14\frac{2}{9}$	+ $17\frac{7}{9}$	124
Menschl. Blutwärme	+ 96	+ $28\frac{4}{9}$	+ $35\frac{5}{9}$	$96\frac{2}{3}$
Schmelzend. Wachs	+ 140	+ 48	+ 60	60
Gemeiner Weingeist siedet	+ 180	+ $65\frac{5}{7}$	+ $82\frac{2}{9}$	$26\frac{2}{3}$
Siedendes Wasser	+ 212	+ 80	+ 100	0
Schwefel fängt an zu schmelzen	+ 234	+ $89\frac{7}{8}$	+ $112\frac{2}{9}$	
Reines Zinn schmelzt	+ 400	+ $163\frac{5}{9}$	+ $204\frac{4}{9}$	
Wismuth schmelzt	+ 460	+ $190\frac{2}{9}$	+ $237\frac{7}{9}$	
Bley schmelzt	+ 540	+ $225\frac{7}{9}$	+ $282\frac{2}{9}$	
Leinöl fängt an zu kochen, Quecksilber siedet.	+ 600	+ $254\frac{4}{9}$	+ $315\frac{5}{9}$	

Nr. 22.

Anleitung
zum
gemeinnützigen Unterricht
für
Handwerker, Künstler u. Fabrikanten
über die
praktischsten Grundsätze
mathematischer, physischer, chemischer und technologischer Kenntnisse.

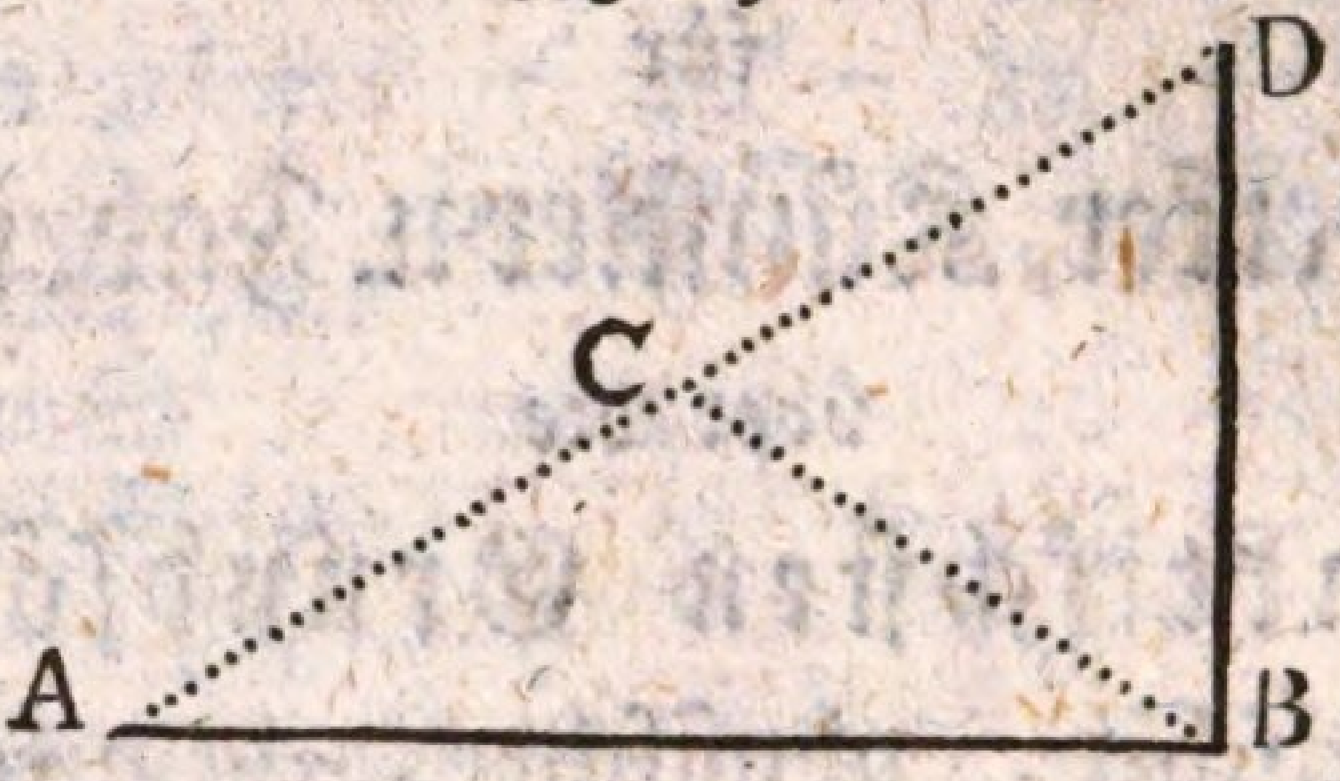
(Fortsetzung der Seite 160.)

Steht der Winkel auf einem Bogen, der größer ist als ein halber Kreis, so ist er grösser als 90°; steht er aber auf einem kleinern Bogen, so ist er kleiner als 90°.

Will man demnach ein Winkelmaß prüfen, ob die beiden Schenkel desselben einen rechten Winkel mit einandermachen, so müssen dieselben, wenn man es über den Durchmesser eines Halbkreises leget, allemal die beiden Endpunkte A und D des Durchmessers A D genau berühren. Geschiht dieses nicht, so ist das Winkelmaß nicht rechtwinkligt. Auch gründet sich auf diesen Satz folgende Aufgabe:

Aus dem Endpunkte B, einer gegebenen Linie A B, (Fig. 50) eine senkrechte Linie aufzurichten.

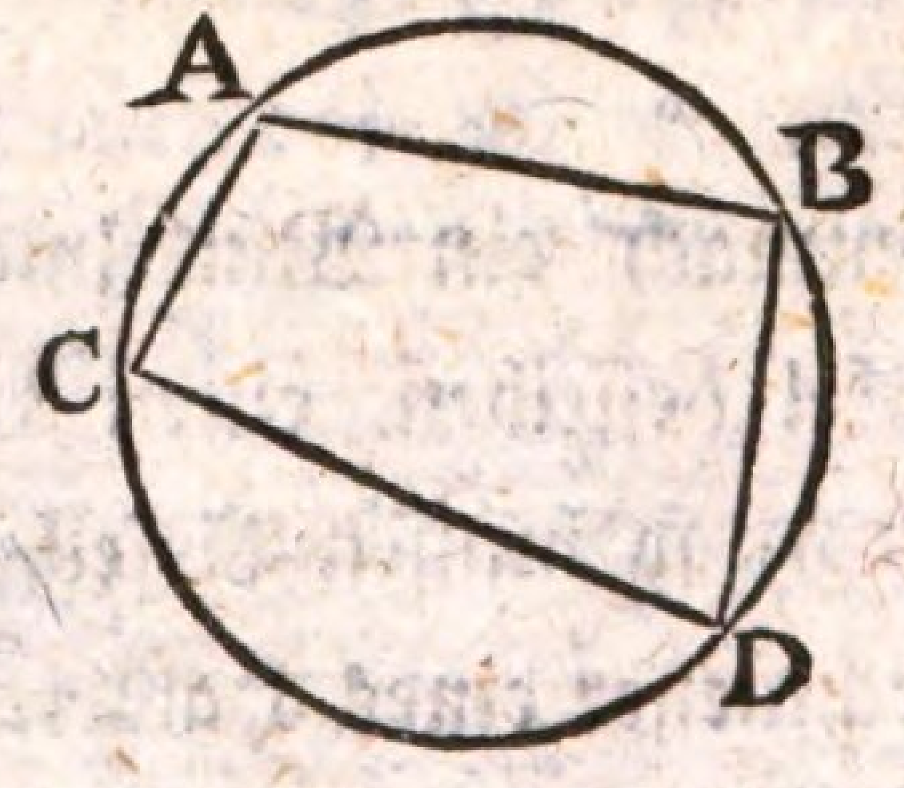
Fig. 50.



Auflösung Beschreibe über A B, das gleichschenkligte △ A C B; verlängere A C, und mache C D = A C, ziehe hierauf von D nach B, die grade Linie D B, so steht diese auf A B perpendicular.

Die Linie A D, ist der Durchmesser von einem Kreise der durch D B A gehet; also ist A B D = R = 90°.

Fig. 15.



In jedem Vierecke, welches im Kreise beschrieben wird, sind die gegenüberliegende Winkel, C A B und C D B; A B D und A C D, (Fig. 51.) 180° groß. Denn der Winkel C A B, steht auf dem Bogen C D B, und der Winkel C D B, steht auf dem Bogen C A B;

Beide

Beide zusammen also, auf dem ganzen Umfange des Kreises. Da sie aber Winkel am Umfange sind, so ist ihr Maaß nur halb so groß als die Bogen, worauf sie stehen; folglich 180°.

Von der Aehnlichkeit der Figuren.

Wenn zwey oder mehrere Figuren von der Art sind, daß die Theile derselben, aus welchen sie bestehen, oder zusammengesetzt sind, in allen Figuren nach einerlei Lage liegen, oder gleiche Winkel mit einander machen, und überdieß auch, die Linien welche diese gleichen Winkel einschliessen, in einerlei Verhältniß stehen, so sagt man, die Figuren sind sich einander ähnlich. (S) Die Lehre von der Aehnlichkeit der Figuren, ist in der ganzen Mathematik von sehr ausgebreiteten Nutzen. Um aber eine hinlängliche Kenntniß von derselben zu bekommen, muß man sich vorher mit folgenden Sätzen vorzüglich bekannt zu machen suchen.

Fig. 52.

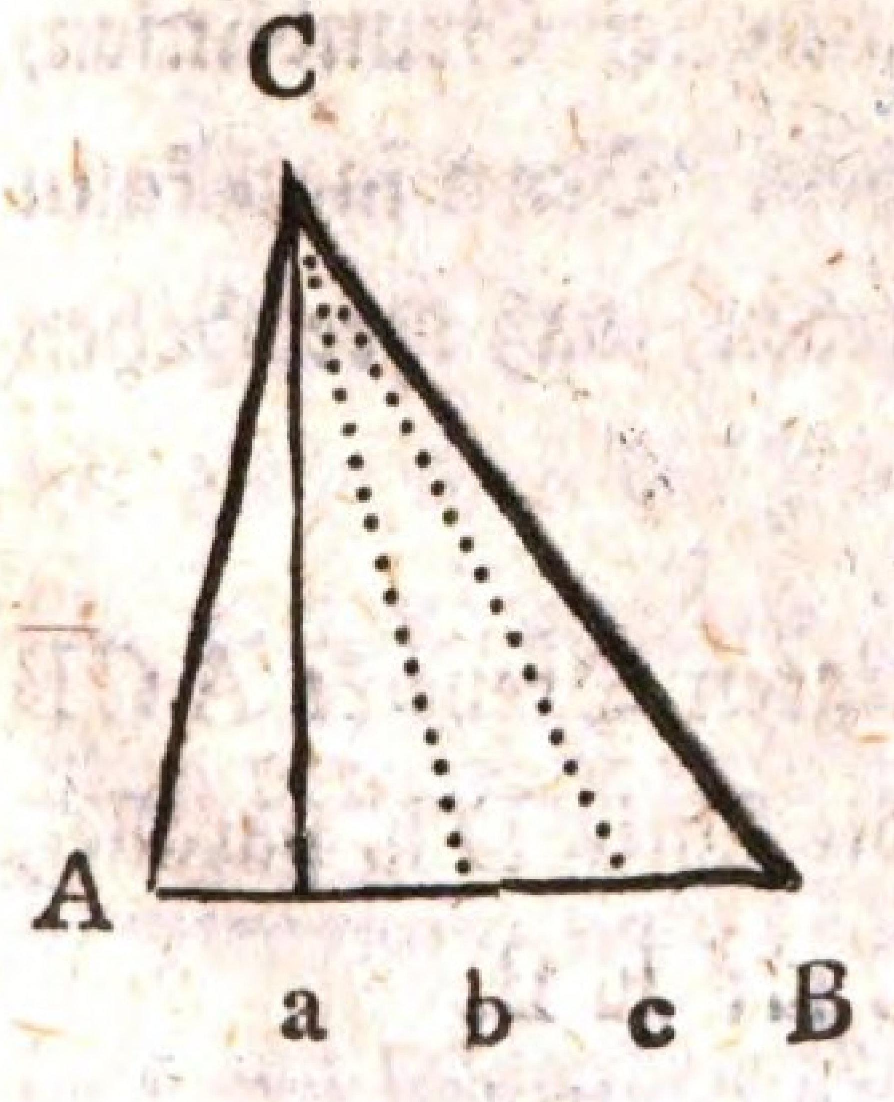
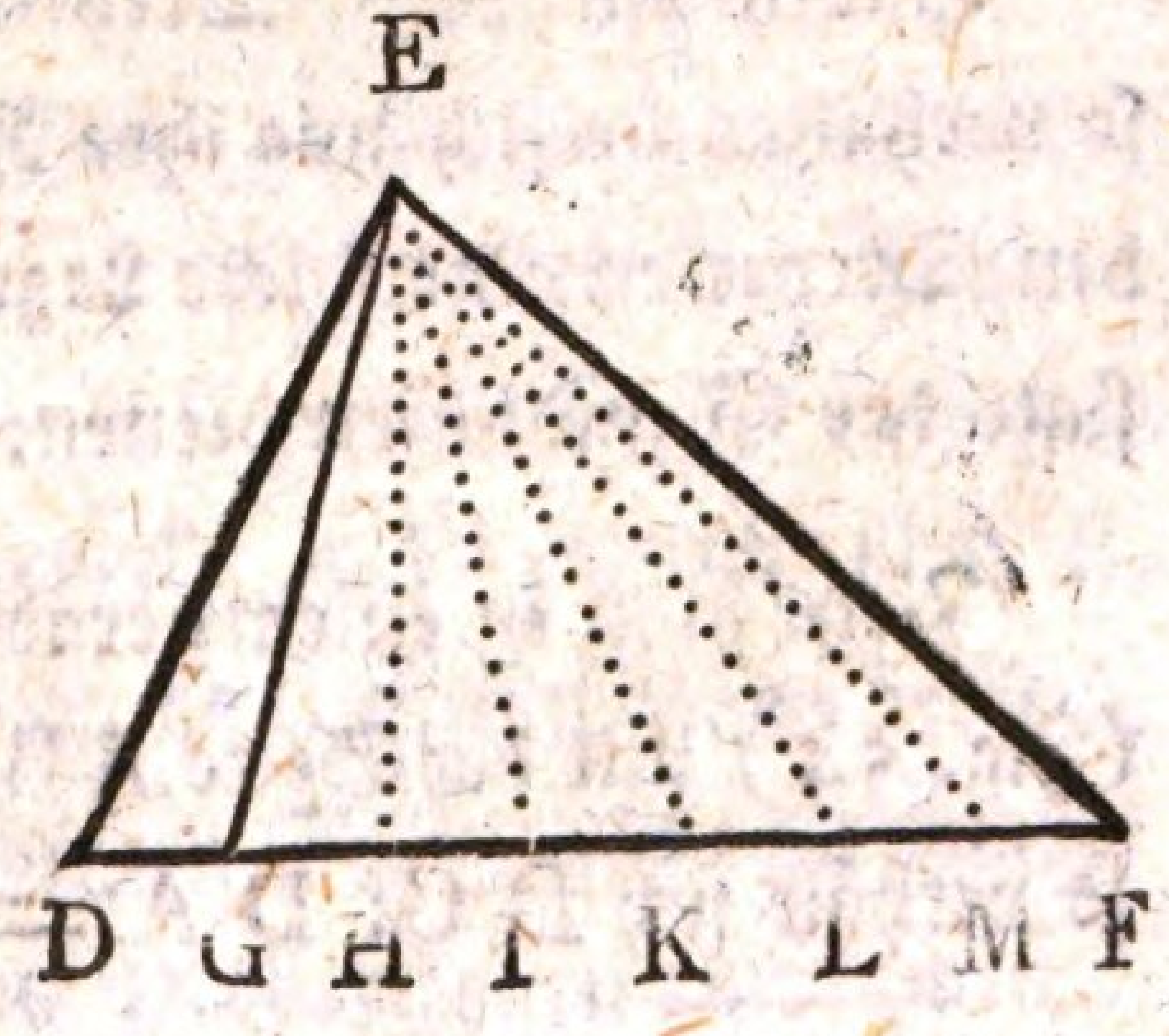


Fig. 53.



Zwey

Zwey Dreyecke ACB und DEF, (Fig. 52 u. 53) die einerlei Höhe haben, oder zwischen zweien Parallelen stehen, verhalten sich, was den Inhalt derselben betrift, wie ihre Grundlinien A B und D F.

Auf D F, des △ D E F, nehme man D G, welches, wie wir hier annehmen wollen, ein gerader Theil von D F sei. Auf der Grundlinie AB, des △ ACB, nehme man A a = D G, und auch dieses Stück sei ohne Bruch, in A B theilbar. Ziehe die Linie E G und C a, so entstehen in den beiden Dreyecken DEF und A CB, zwey gleiche △ D E G und A C a, weil sie einerlei Grundlinie und Höhe haben. Gesetzt nun, D G lasse sich in D F, siebenmal hintragen, und A a A B, viermal; so ist △ D E F = 7 △ D E G; und △ A C B = 4 A C a. Beide verhalten sich also zu einander = 7 △ D E G: 4 △ A C a = 7 △ D E G: 4 △ D E G = 7: 4. Oder △ D E F: △ A C B = 7: 4 = D F: A B.

Haben ein paar Dreyecke einerlei Grundlinien, so verhalten sie sich wie ihre Höhen. Denn man kann den Dreyecken eine solche Lage geben, daß ihre Höhen statt der Grundlinien dienen.

Zieht man in einem geradlinigten Dreyecke A C B (Fig. 54) mit der Seite A B, die Linie D E parallel, so verhält sich D C: D A = C E: E B.

Fig. 54.

Fig. 54.

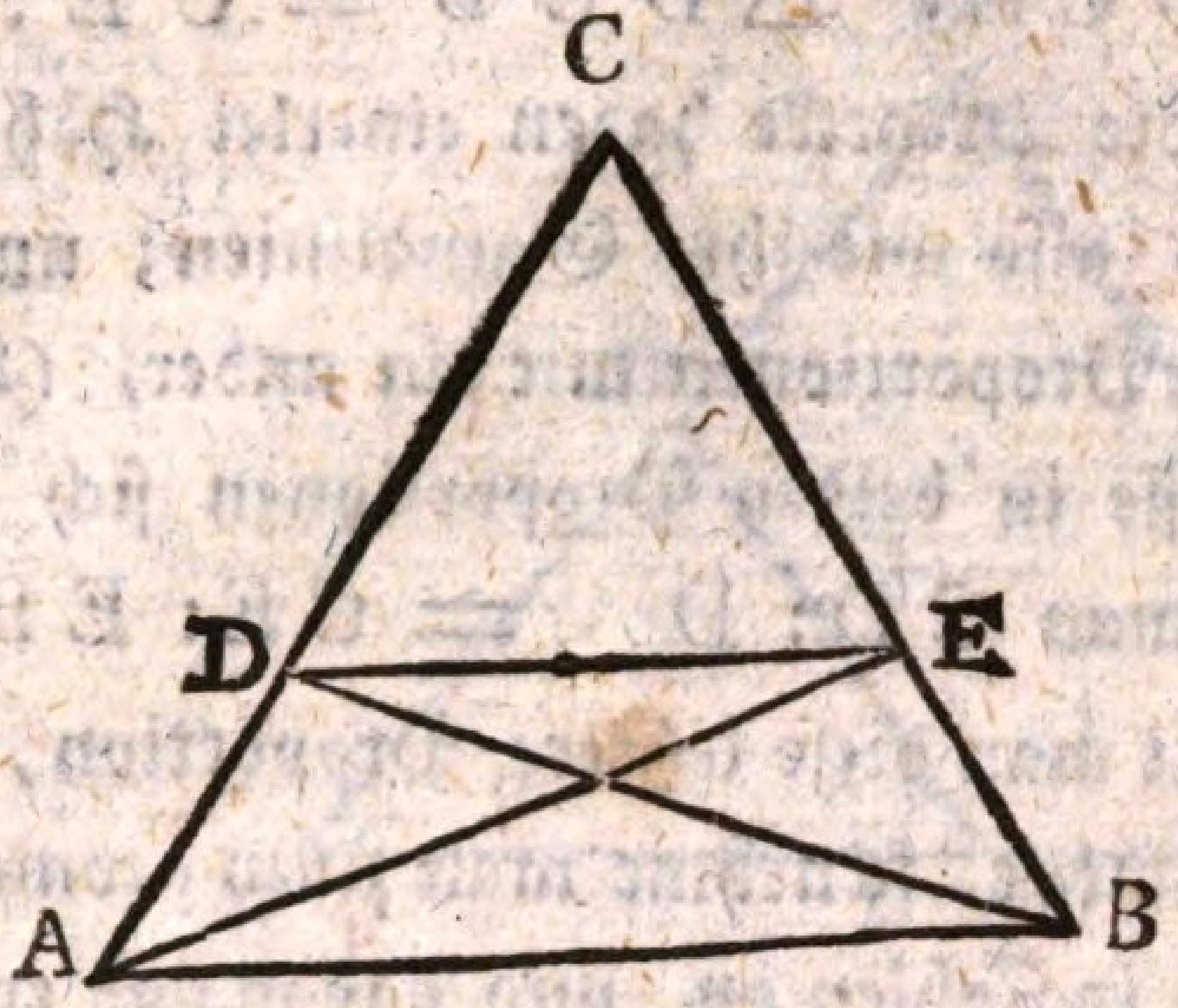
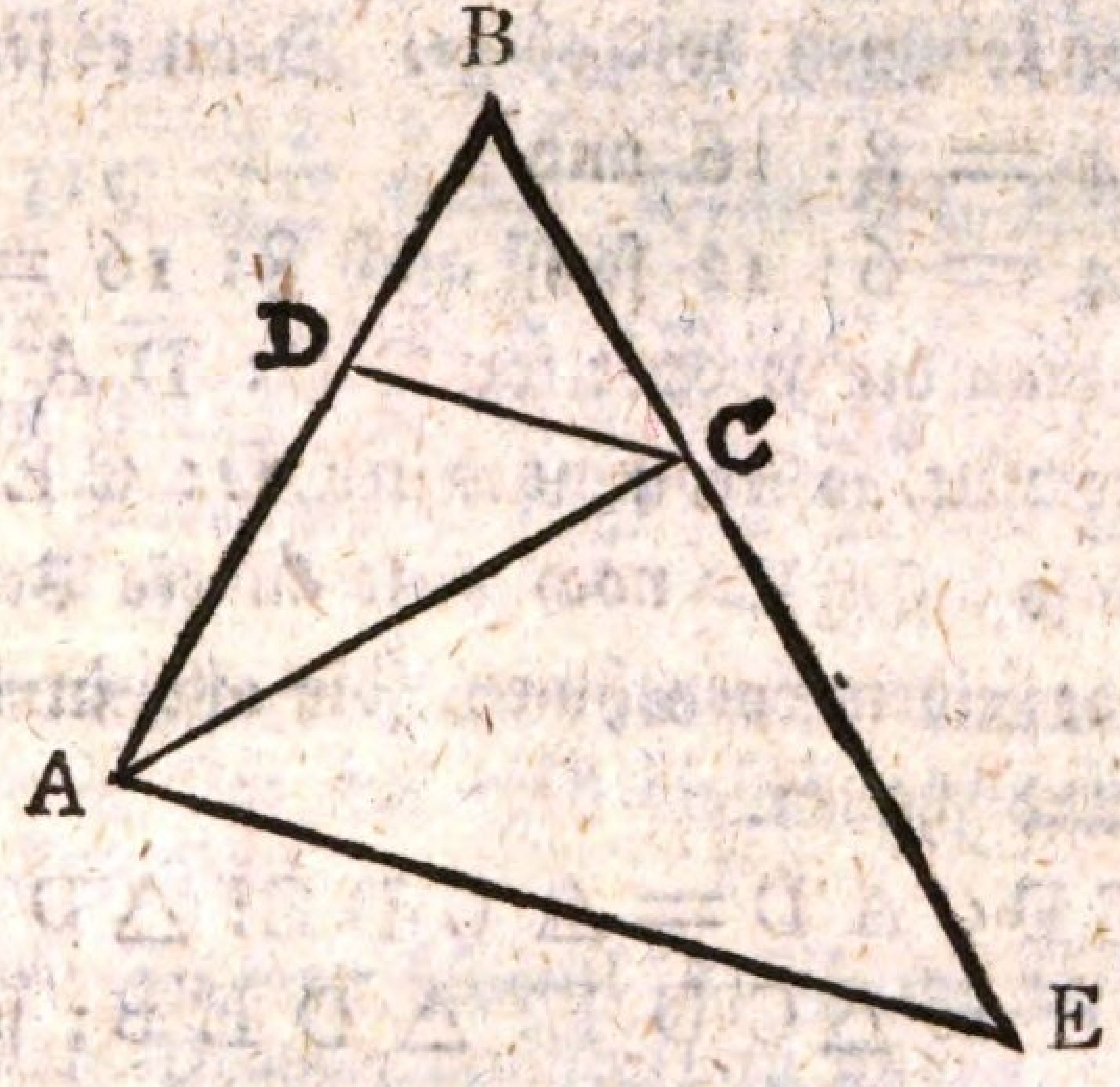


Fig. 55.



Um sich von diesem Satze zu überzeugen, welcher der Grund von der ganzen Aehnlichkeit der Figuren ist, ziehe man die Linien A E und D B, so entstehen die beiden gleichen Dreyecke A D E und D E B. Nun vergleiche man das △ D C E mit diesen beiden; so wird man, nach dem vorigen Satze, leicht die Wahrheit von folgenden zweien Proportionen einräumen.

△ DCE

$\triangle$ D C E : $\triangle$ D E A = C D : D A
und $\triangle$ D C E : $\triangle$ D E B = C E : E B

Denn die Dreyecke haben einerlei Höhen, sie verhalten sich also wie ihre Grundlinien; und verbindet man beyde Proportionen mit ein ander, (da die ersten Verhältniße in beiden Proportionen sich gleich sind,) so erhält man C D : D A = C E : E B.

Damit man diese leztere Proportion, noch besser verstehen möge, so nehme man zwey geometrische Proportionen in Zahlen an, und davon das erste Verhält in beiden gleich groß ist, so wird man auf eben solche Proportion kommen, wie obige. Denn es sei z. B.

2 : 4 = 8 : 16 und
2 : 4 = 6 : 12 so ist auch 8 : 16 = 6 : 12.

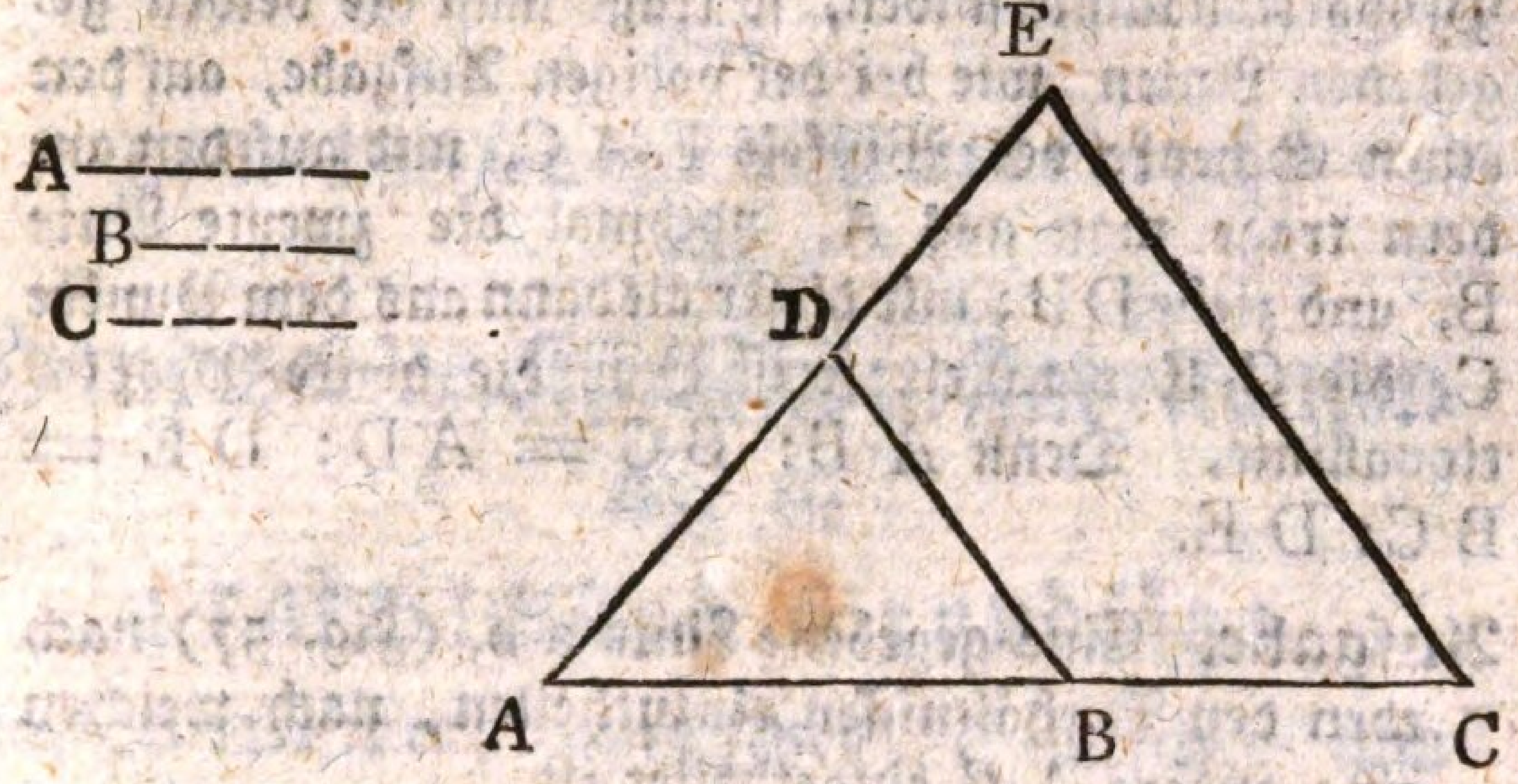
Wenn man die Proportion C D : D A = C E : E B verwechselt, so bekommt man C D : C E = D A : E B; und so lassen sich noch viele andere Veränderungen mit derselben vornehmen, die alle in der ersten ihren Grund haben.

Ist C D : A D = $\triangle$ C D E : $\triangle$ D E B und C E : E B = $\triangle$ C D E : $\triangle$ D E B; so ist auch $\triangle$ C D E : $\triangle$ D E A = $\triangle$ C D E : $\triangle$ D E B; folgl. $\triangle$ D E A = $\triangle$ D E B, also D E parallel mit A B.

Wenn man in einem geradlinigten Dreyecke A B C, den Winkel A C B, durch die gerade Linie D C halbiret, so verhält sich B D : D A = B C : C A.

Will

Fig. 56.



Will man sich von der Wahrheit dieses Satzes versichern, so verlängere man die Seite B C, und mache C E = C A, ziehe hierauf die Linie A E, so muß diese mit D C # sein. Denn B C A = C E A + C A E = 2 C E A (weil C E = C A ist) folglich ist B C D = B E A, also D C mit A E parallel. Demnach ist B D : D A = B C : C E = B C : C A.

Dieser letzterer Satz, hat also seinen Grund in dem erstern; und auf eben diesen gründen sich noch folgende Aufgaben:

Aufgabe. Zu drey Linien, A, B und C, (Fig. 56) die vierte Proportionallinie zu finden.

Auflösung. Beschreibe nach Gefallen, einen gradlinigten Winkel E A C. Trage auf den Schenkel A C, die Linie A = A B, und von B auf eben die Linie, die Linie B = B C. Auf den andern Schenkel A E, trage man von A aus, die Linie C = A D. Ziehe hierauf D B, und mit dieser Linie aus dem Punkte C, die Linie C E parallel, so ist D E die gesuchte vierte Proportionallinie. Denn A B : B C = A D : D E oder A : B = C : D E.

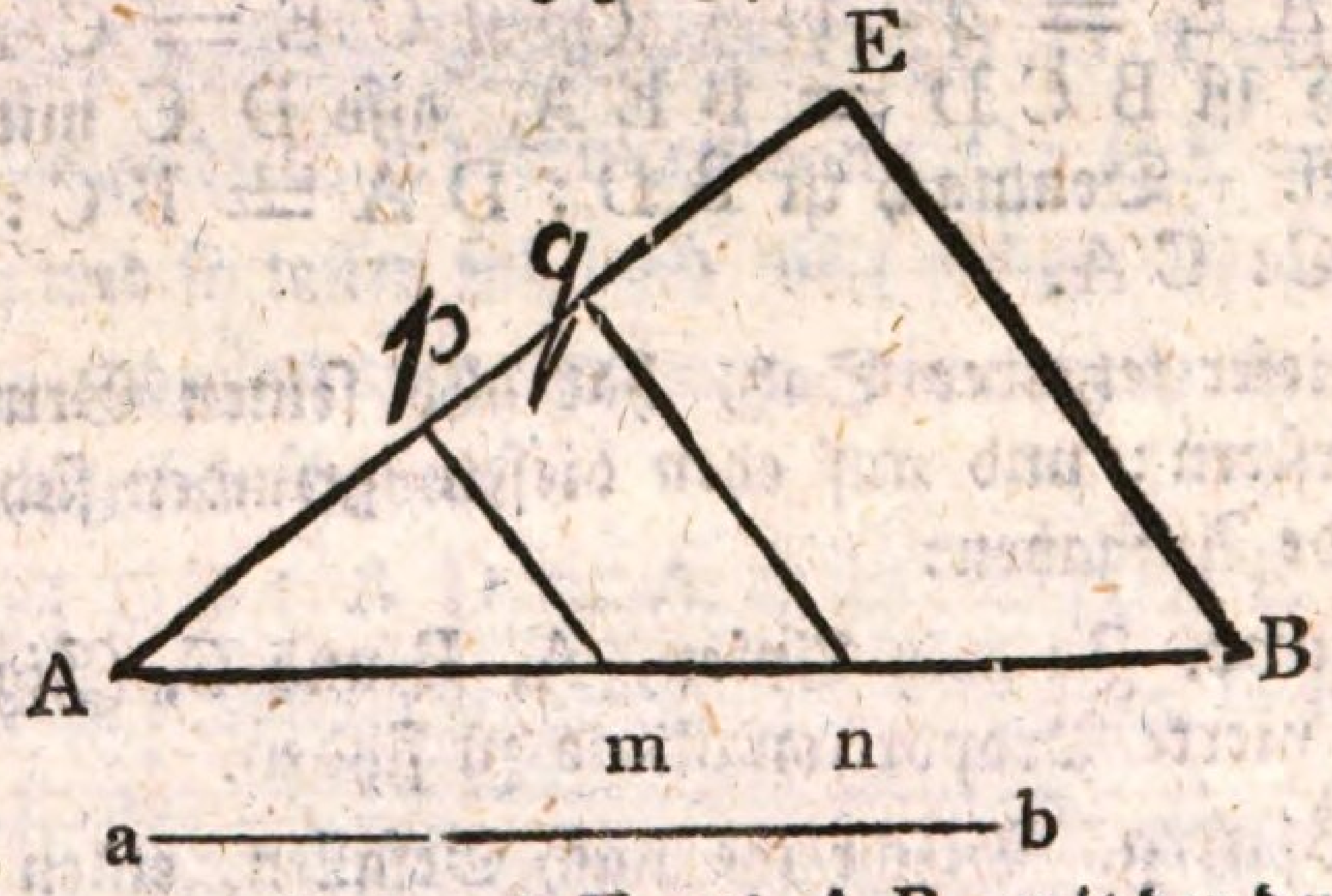
Soll

Soll man zu zwey Linien, die dritte geometrische Proportionallinie finden, so trage man die beiden gegebenen Linien, wie bei der vorigen Aufgabe, auf den einen Schenkel des Winkels E A C, und auf den andern trage man aus A, nochmal die zweyte Linie B, und ziehe D B; mit dieser alsdann aus dem Punkte C, die C E parallel, so ist D E die dritte Proportionallinie. Denn A B: B C = A D: D E = B C: D E.

Aufgabe. Eine gegebene Linie a b, (Fig. 57) nach eben den Verhältnissen einzutheilen, nach welchen eine andere A B eingetheilet ist.

Auflösung. Man lege die Linie a b, an die andere A B unter einem beliebigen Winkel E A B, (der aber weder allzu stumpf noch zu spitz sein muß) an. Ziehe die Endpunkte

Fig. 57.



der beiden Linien A E und A B, mit der der geraden Linie E B zusammen, und mit dieser Linie aus dem Punkte n und m, die parallel Linien q n und p m, so wird A p: A m = p q: m n = q E: n B. Denn A p: p q = A m: m n. Oder A p: A m = p q: m n und A q: A n = p q: m n, folgl. A q: A n = A p: Am. Ferner verhält sich A q: A n = q E: n B, mithin auch p q: m n = q E: n B.

Nr. 23.

Anleitung

zum

gemeinnützigen Unterrricht

für

Handwerker, Künstler u. Fabrikanten

über die

praktischsten Grundsätze

mathematischer, physischer, chemischer und technologischer Kenntnisse.

(Fortsetzung der Seite 176.)

Diese drey Aufgaben, lassen sich durch Zahlen, die für die Linien gesetzt werden können, bequem ausrechnen. Denn die erste Aufgabe, stellt die Regula de tri in Linien vor, und die vierte Proportionallinie, ergiebt sich durch die Multiplicatio der beiden Linien in Zahlen ausgedrückt, dividirt durch die erste.

Fig. 58.

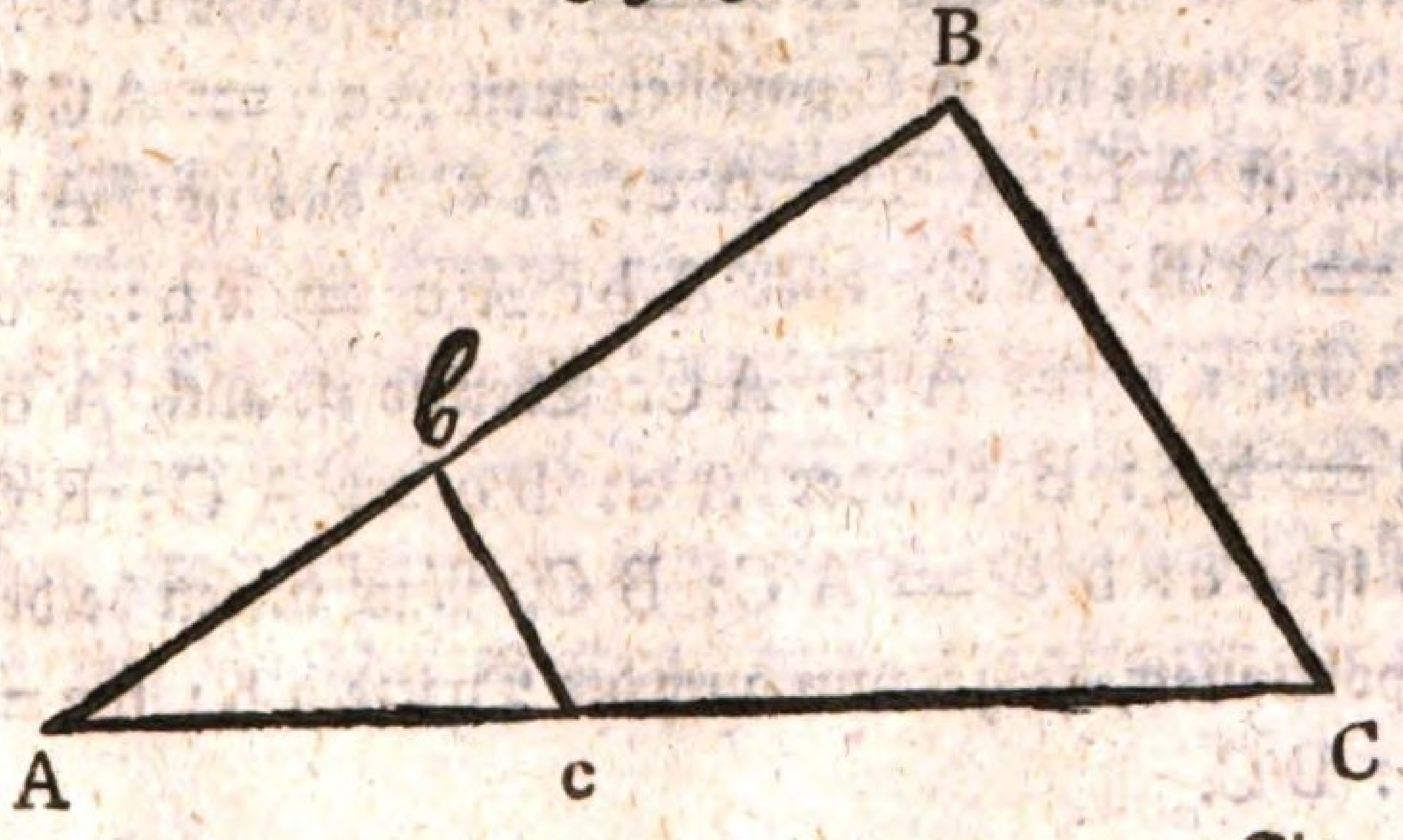
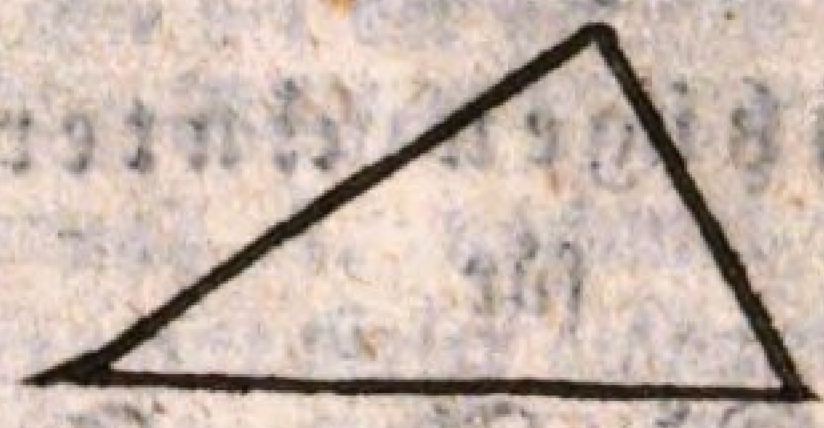


Fig. 59.

Fig. 59.



Wenn in zwey Dreyecken, A B C Fig. 58.) und a b c (Fig. 59.) zwey Winkel, nemlich B A C = b a c, und B C A = b c a, so stehen die Seiten, welche gleiche Winkel einschliessen, mit einander in Proportion.

Oder A B: A C = a b: a c.

und A C: B C = a c: b c.

woraus auch A B: B C = a b: b c folget.

Wenn zwey Winkel in zwey Dreyecken einerlei Größe haben, so ist auch der dritte in beiden Dreyecken sich gleich.

Um sich völlig von diesem angenommenen Satze zu überzeugen, trage man die beiden Seiten a b und a c des △ a c b, auf die Schenkel des △ A C B, so daß A b = a b und A c = a c, und ziehe b c, so geht diese Linie mit B C parallel, weil A c b = A C B; folglich ist A b: A B = A c: A C, das ist: A b: A c = A B: A C; aber A b: A c = a b: a c, also a b: a c = A B: A C. Eben so ist auch A c: A C = b c: B C oder A c: b c = A C: B C. Das ist a c: b c = A C: B C. Aus diesen beiden Proportionen, folget nun auch die Dritte a b: b c = A B: B C.

Zwey

Zwey Dreyecke unter diesen Umständen sind sich ähnlich.

Wenn zwey geradlinigte Dreyecke, A B C und a b c, einen gleichen Winkel B A C und b a c haben, und die beiden Seiten, die diesen gleichen Winkel einschliessen, in beiden Dreyecken in einerlei Verhältniß stehen, d. i. A B : A C = a b : a c, so sind auch die beiden übrigen Winkel, welche den proportionirten Seiten entgegen stehen, in beiden Dreyecken einander gleich, und auch die übrigen Seiten, welche diese Winkel einschliessen, haben einerlei Verhältniß zu einander.

Man mache wieder als vorhin, A b = a b und A c = a c, so ist A b : A B = A c : A C: mithin ist b c $\parallel$ B C. Folglich A c b = A C B, und A b c = A B C, also ist △ A b c = △ a b c, folglich stehen, nach dem vorigen Satze, die Seiten, welche gleiche Winkel einschliessen, in einerlei Verhältniß zu einander.

Zwey Dreyecke, die einen gleichen Winkel haben, und die beiden Seiten die diesen Winkel einschliessen, einerlei Verhältniß mit einander machen, sind sich ähnlich. Eben dieß ist auch der Fall, wenn in zwey Dreyecken, zwey Seiten in dem einem, eben das Verhältniß mit einander machen, wie zwey Seiten in dem

an-

andern, nemlich A B: A C = a b: a c; und wenn dieses ist, so sind beide Dreyecke gleichwinkligt.

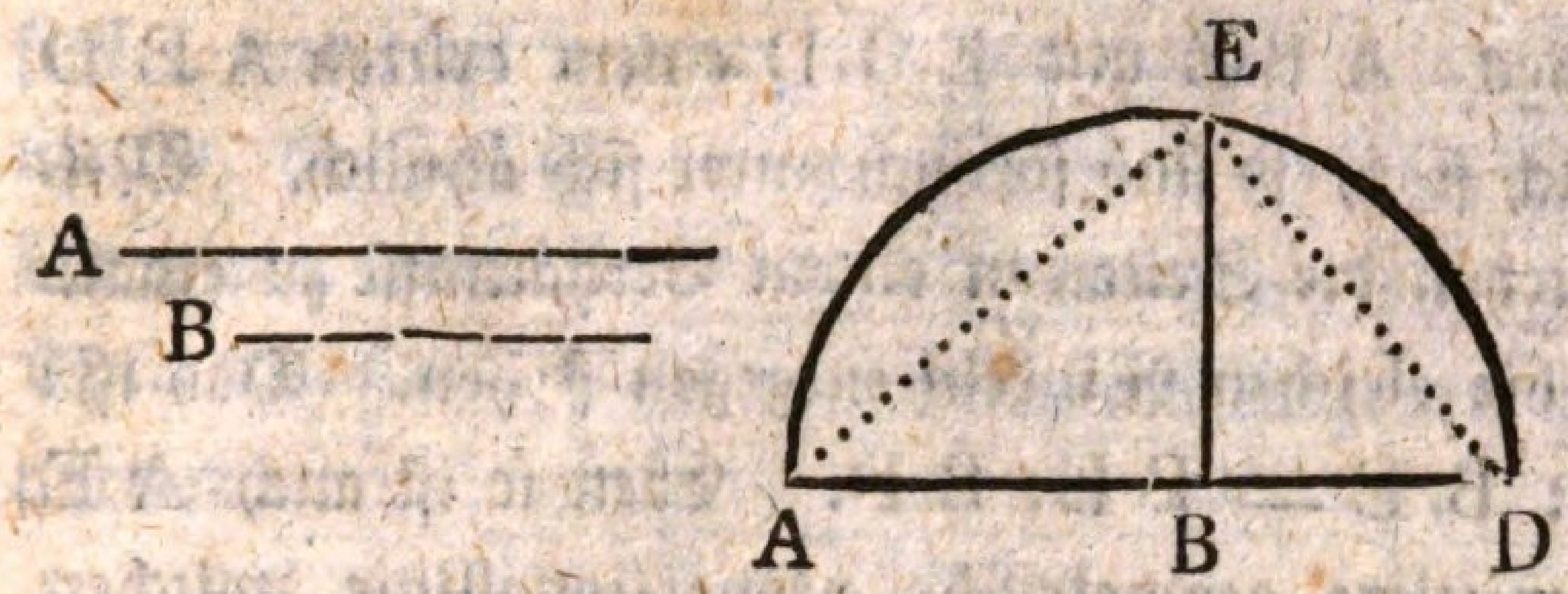
Man lege wieder die beiden Seiten des Dreyecks, a b c, auf die gleichnahmigten Seiten des Dreyecks A B C, so ist A b: A B = A c: A C, d. ist a b: A B = a c: A C mithin ist, A c b = A C B, und A b c = A B C, da aber A b = a b und A c = a c, so ist auch A b c = a b c, und A c b = a c b, folgl. △ A c b = △ a c b.

Alles was von der Aehnlichkeit der Dreyecke wahr ist, gilt auch von allen übrigen Figuren, sie mögen aus so viel Seiten bestehen als sie immer wollen.

Denn, wenn die Figuren gleiche Winkel haben, und die Seiten, welche die gleichen Winkel einschliessen, einerlei Verhältniß zu einander haben, so sind sie sich ähnlich. Und nun lassen sich diese Figuren in ähnliche Dreyecke zerlegen, wovon ein paar Seiten sich eben so zu einander verhalten, als die Umfänge der Figuren selbst. Was von den vielseitigen Figuren so eben gesagt worden ist, trift auch von zwey oder mehreren Kreislinien ein. Die Umfange derselben, verhalten sich genau zu einander, wie die Durchmesser derselben. Eben dies gilt auch für ähnliche Ausschnitten. Denn wenn diese gleiche Winkel haben, so sind sich die Bogen einander ähnlich; oder selbige verhalten sich zu einander wie ihre Halbmesser.

Fig. 60

Fig. 60.



Aufgabe. Zu zwey Linien A und B, (Fig. 60.) die mittlere geometrische Proportionallinie zu finden.

Auflösung. Setze die beiden gegebenen Linien A und B in eine gerade Linie A D zusammen, so daß A B = A und B D = B wird. Ueber A D beschreibe den Halbenkreis A E D, und ziehe aus dem Punkte B, wo beide Linien A B und B D zusammenkommen, nach dem Umfange des Kreises, das Perpendikel E B, so ist dieses die gesuchte mittlere geometrische Proportionallinie.

Daß B E die mittlere geometrische Proportionallinie sei, erhellet, wenn man die Linien A E und E D gezogen, daß sich die beiden Dreyecke ABE und EBD, einander ähnlich sind. Denn man braucht nur △ ABE mit dem △ AED zu vergleichen, so wird man finden, daß ABE = AED = R, und daß beide Dreyecke den Winkel E A D mit einander gemeinschaftlich haben, folglich A E;B = A D E; und eben so ist △ E B D ∽ △ A E D, weil beide ausser dem rechten Winkel, noch den Winkel E D B gemeinschaftlich haben;

ben; folglich B E D = E A D. Da nun beide Dreyecke A B E und E B D einem dritten A E D ähnlich sind, so sind sie auch unter sich ähnlich. Mithin stehen die Seiten in einem Verhältnisse zu einander, die gleichen Winkeln entgegen stehen. Das ist: A B: B E = B E: B D. Eben so ist auch A E die mittlere geometrische proportionallinie zwischen A B und A D; und E D die mittlere geometrische proportional Linie zwischen B D und D A.

Denn im ersten Falle ist A B: A E = A E: A D und im zweyten B D: D E = D E: A D.

Einen verjüngten Maaßstab zu verfertigen.

Man beschreibe das Rechteck A B C D (Fig. 61) und theile so wohl die Linie A B als A C in zehn oder zwölf gleiche Theile, nachdem man den Maaßstab zu zehn- oder zwölftheiliger Eintheilung gebrauchen will.

Ziehe durch die Theilungspunkte mit A B und A C, parallel Linien. Alsdann ziehe man von b nach C die Lienie b C und mit dieser, aus den Theilungspunkten der Linie A B, gleichfalls parallel Linien, so ist, wenn man die Länge von A B, so oft auf die ganze Länge des Maasstabes hinträgt, als es angeht, der verjüngte Maaßstab verfertigt.

Wenn

Wenn die Linie A B die Länge einer Ruthe vorstellet, und diese besteht, wie gewöhnlich in der Geometrie, der Fall ist, aus 10 Füßen, so stellt A B die Länge von einem Fuße vor. Daß aber e f der zehnte Theil von einem Fuße sey, erhellet aus folgender Proportion:

A C: C e = A b: e f

Nun ist $Ce = \frac{1}{10}$ A C, folglich muß $ef = \frac{1}{10}$ A B sein.

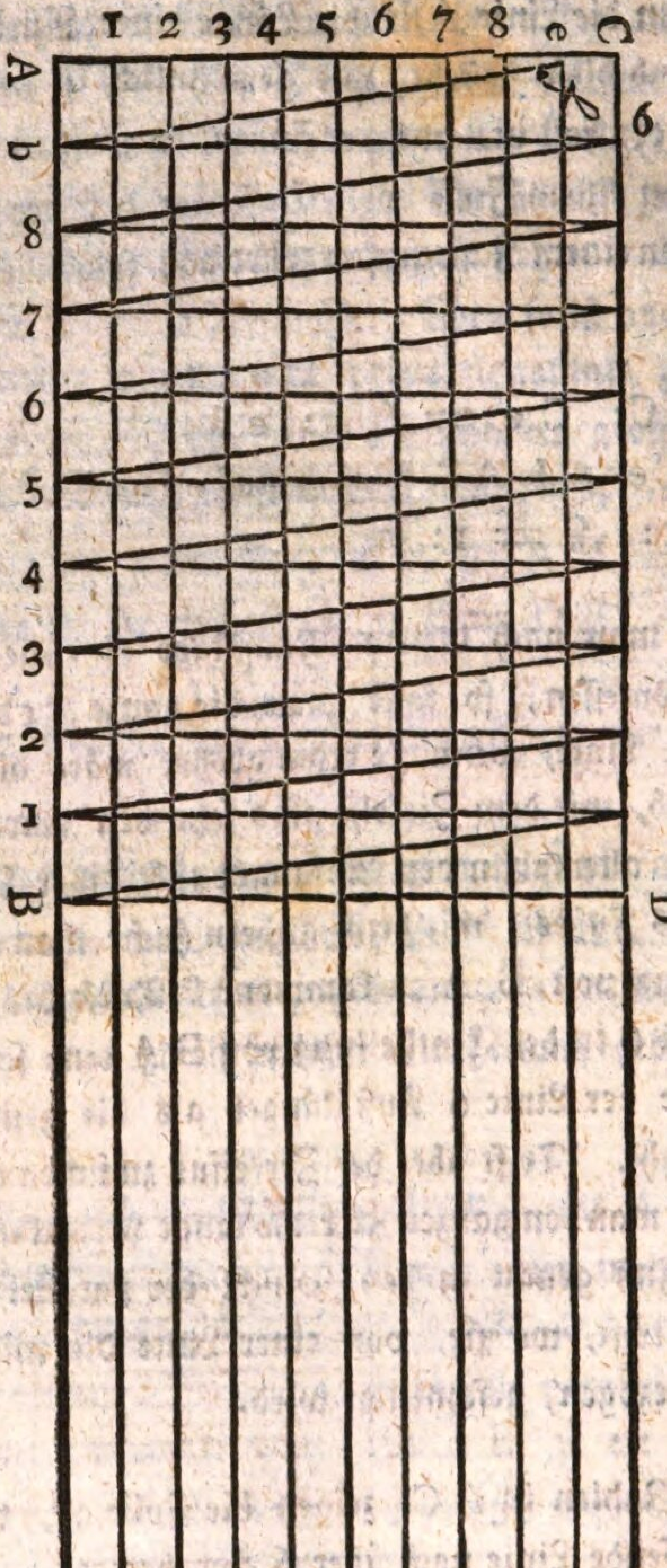
Denn $1 : \frac{1}{10} = 1 : \frac{1}{10}$

Soll man nach diesem Maaßstabe eine gegebene Linie ausmessen, so fasse man die ganze, oder ein Theil der Linie, wenn sie etwa größer wäre als der Maaßstab, mit dem Zirkel, und setze den einen Fuß desselben, allemal in den Anfangspunkt einer Ruthe, oder eines Fußes, mit dem andern suche man in die Abtheilung von B A zu kommen. Träfe der Zirkel genau bei 6 in der Eintheilung von B A ein, so wäre die Länge der Linie 6 Fuß länger als die gemessene Ruthenzahl. Trift aber der Zirkelfus zwischen 6 und 7, so muß man den ganzen Zirkel so lange verrücken, bis der eine Fuß genau in den Punkt der parallel Linie von A B trift, wo sie, von einer Linie die mit b C parallel gezogen, geschnitten wird.

Die Zahlen in A C, zeigen die Zolle an, welche die zumessende Linie noch über 6 Fuß beträgt.

Fig. 61.

Fig. 61.



Anleitung
zum
gemeinnützigen Unterricht
für
Handwerker, Künstler u. Fabrikanten
über die
praktischsten Grundsätze
mathematischer, physischer, chemischer und technologischer Kenntnisse.

(Fortsetzung der Seite 168.)

Höhere Grade als die, bei welchen das Quecksilber siedet, können die gewöhnlichen Therometer nicht angeben, weil das Quecksilber bei dieser Hitze in Dampf übergeht. Indessen hat man ein anderes Werkzeug erfunden, das unter dem Namen **Pyrometer** bekannt ist, und aus Metall verfertiget wird, nach welchem man einigermassen im Stande ist, größere Grade von Hitze abzumessen.

Bei der Verfertigung der gewöhnlichen Thermometer, muß man darauf sehen, daß die Röhren gehörig calibriret werden, und der Durchmesser bei einem Quecksilberthermometer, höchstens $\frac{1}{4}$ Linie betrage, und eine Kugel habe, deren Durchmesser,

den der Röhre, wenigstens 30 — 32 mal übertrift. Die Röhre muß mit reinem Quecksilber angefüllet (welches man am besten durch Auskochen erhält) und die festen Punkte auf der Thermometerscale bei einem gewissen Barometerstande bestimmt werden.

2) Gebrauch des gebrannten Kalks, bei der Verfertigung des Zuckers. Ohne Zusatz vom Kalke, würde der Zucker keine feste Gestalt bekommen. Er verschluckt die überflüßige Säure, und sondert auch die öligten und harzigten Theile von dem Zucker ab, oder verdünnet sie wenigstens. Hoffentlich wird es unsern Lesern nicht unangenehm sein, wenn wir ihnen hier eine kurze Beschreibung von der Verfertigung des Zuckers mittheilen.

Die Zuckersiederey.

Unser Zucker besteht aus einer Säure, einer Erde, und einem öligten und schleimigten Wesen. In alten Zeiten bediente man sich statt des Zuckers, des Honigs; nachher einer Art Zucker, der aus einem Schilfgewächse gepreßt wurde, das sehr viel ähnliches mit unserm jetzigen Zuckerrohre hatte. Das Zuckerrohr hat mit unserm gewöhnlichen Rohre die größte Aehnlichkeit, ausser daß die langen Haare beim Zuckerrohre, den äussern Platz ein-

neh-

nehmen, und die ganze Blüthe umgeben. Viele Blumen stehen in Aehren büschelweise zusammen. Gewöhnlich ist es 12 bis 16 Fuß lang, nnd 2 Zoll dick. Der Halm ist sehr weich, und besteht fast ganz aus Mark. Das eigentliche Vaterland ist Asien; von da kam es nach Malta, Sicilien, Italien und Spanien; in einigen von diesen Ländern wird es auch noch jetzt gepflanzt. Wie die Portugiesen, im Jahre 1418 die Insel Madera entdeckten, verpflanzten sie es auch auf diese Insel, und brachten es von dieser, auf die Canarischen Inseln. Nachdem eben diese Nation, Brasilien entdeckten, wurde es auch hieher verpflanzt. Von da kam es fast auf alle westindische Inseln. Es wird durch Schnittlinge, welche in kleinen Gräben zwey bis drey Fuß weit von einander gesetzt werden, fortgepflanzt, und erfordert 13 bis 14 Monat Zeit zur Reife, dabei ein heißes Clima, einen mehr feuchten als troknen Boden, der etwas abhängend ist, und muß dabei häufig vom Umkraute gereiniget werden. Wenn das Rohr anfängt braun zu werden, und der Zuckersaft, wie bei den Nadelhölzern der Harz, hervorquillt, so ist es reif, und muß abgeschnitten werden. Es wird in Bündeln zusammen gebunden, und zwischen die Walzen einer Mühle gebracht. Die Mühlen bestehen entweder aus drey horizontalen, oder aus eben so viel senkrechtstehenden Walzen, die entweder vom Wasser oder vom Winde, oder

auch

auch durch Pferde oder Maulesel herumgetrieben werden. Die mittlere Walze, setzt durch ein gezähntes Rad, die beiden andern in Bewegung, und die Negern (schwarze Menschen, die auf der Afrikanischen Küste von Europäern gekauft, und nach Westindien und Amerika als Sclaven gebracht werden) bringen das Zuckerrohr zwischen die Walzen der Mühle, wo der ausgepreßte Saft in unterstehenden Gefäßen läuft. Dieser Saft ist trinkbar, verdirbt aber leicht, weil er so viele fremde Theile bei sich führet, und muß daher sogleich in kupfernen Kesseln oder Pfannen mit Kalkwasser oder Aschenlauge, eingesotten werden. Ein großer Theil der beigemischten fremden Theilen, geht in Schaum weg, und das Wässerigte desselben, verdunstet durch die Hitze. Auf die Art gewinnet man aus dem Safte, den **rohen Zucker, Moscovade.** Das Flüßige was sich nicht einkochen läßt, oder die Mutterlauge des Zuckers, heißt **Melasse**, und aus dieser, wird mit einem Zusatze vom Zuckersaft, so wohl in Westindien als auch in Nordamerika, ein Brantwein destilliret, der bei uns unter dem Namen **Rum** bekannt ist. Dieser roher Zucker, der eine braune Farbe hat, wird in den Westindischen Pflanzungen (Plantagen) noch mal gekocht und geläutert, und bekömmt alsdann eine mehr oder weniger weiße Farbe. Er heißt nun **Caßonade**, und hat völlig die Gestalt eines Zuckerhuts. In den

fran-

französich-westindischen Pflanzungen, bereitet man aus einem solchen Hute, dreierlei Arten von rohen Zucker: nemlich von dem obern Theile (Tetes) einen gelblichen Puder; aus dem mittlern Theile, eine Sorte, welche die beste ist, und eine weiße Farbe hat, (Diese Zuckern heißen eigentlich Pudern) und aus dem untern Theile oder der Grundfläche des Huts, eine andere Sorte, (Terrés) welche keine so weiße Farbe hat als der aus der Mitte. Die übrigen Europäer, als die Engländer, Holländer, Portugisen, Dänen und Spanier, geben ihren rohen Zuckern, die sie nach Europa schicken, andere Benennungen. Der Portugiesische Zucker ist nicht so gut als der französische, und kommt aus Brasilien in Südamerika, entweder in kurzen Kisten (aus Bahia in Brasilien, welcher der beste sein soll, und auch von Rio Janeyro) oder in langen Kisten, (aus Pernambucco) der aber nicht so gut ist als der erste. Alle Arten von rohen Zuckern, haben noch viele fremde Theile bei sich, die man aber nicht in Westindien, sondern größtentheils in Europa davon absondert, welche Arbeit in den sogenannten Zuckersiedereyen, Zuckerraffinirien, auf folgende Art geschieht:

Die ersten unentbehrlichsten Werkzeuge bei einer Zuckersiederey, sind die Pfannen, oder große kupferne Kessel, worin der Zucker gekocht wird. Die Pfannen sind mit einem Brustſtücke (Brast) versehen,

welches

welches eigentlich ein Auffsatz ist, der von der Pfanne nach Erforderniß abgenommen werden kann. Jede Pfanne hat ihren eignen Feuerheerd, der aber so angelegt ist, daß derselbe mit mehreren Pfannen Gemeinschaft hat. Bei dem Heerde kommen die Schürlöcher vor; und zur Feuerung bedient man sich, in unserer Gegend, der Steinkohlen. Auf die Anlage des Heerdes und der eisernen Röſten, kommt sehr vieles an. Die Pfannen hängen vermittelst einer kupfernen Decke oder Bekleidung zusammen, theils um den Staub abzuhalten, theils aber auch, um in die hin und wieder, in dem Deckel angebrachten Vertiefungen oder Löcher, den überkochenden Zucker aufzusammeln. Hinter dem Heerde ist ein abgesonderter Rauchfang, und über demselben ist eine Mantel angebracht, der die aufsteigenden Dämpfe auffängt und absondert. Zu dem ersten Einsieden des Zuckers, wird derselbe mit Kalkwasser (wozu man bei uns gewöhnlich Muschelkalck nimmt, der in eignen dazu eingerichteten Backen, welche mit Deckeln versehen, und mit Klinkern ausgemauret sind, in Wasser aufgelöset ist, aufbewahret wird) und Ochsenblut vermischt, und so in die Pfanne geschüttet. Während des Siedens wallt der Zucker sehr stark auf, und führt vielen Schaum ab, der mit einem Schaumlöffel abgenommen wird. Der Kalk dienet eigentlich, wie wir schon oben erwähnet haben, dazu, um die über-

flüßige

flüßige Zuckersäure in sich zu ziehen. Beide Körper fallen entweder als ein Zuckerkalk (Selenit) nieder, oder werden auch im Schaum mitabgeführet, so daß nur wenig oder gar kein Kalk bei dem Zucker bleiben kann. Das Ochseublut (welches zwischen dem 148 und 156 Grad der Wärme nach Fahrenheit gerinnt, und nun vermöge seiner Schwere zu Boden fällt, und die in dem Zucker schwebenden Unreinigkeiten mit sich nimmt,) dienet gleichfalls zur Reinigung des Zuckers. Statt desselben, bediente man sich vor diesem des Eyweisses, das aber nur noch jetzt bei ganz feinem Zucker gebraucht wird. Hat der Zucker hinlänglich gekocht, so wird er aus der Pfanne, vermittelst großer kupferner Füllbecken, oder einer tragbaren kupfernen Pumpe, in einen, neben den Pfannen stehenden Kessel gebracht, der in der Siederey unter dem Namen des **Klärkessels** bekannt ist. Auf diesem Kessel steht ein aus Weiden geflochtener Korb, in welchem ein altes Stück gewalktes Tuch lieget. Durch dieses Stück Tuch wird der erste Sud durchgegossen, und gekläret. Die Unreinigkeiten bleiben im Tuche und im Korbe zurück. Während der Zeit, daß dieses vorgeht, müssen die Siedepfannen gereiniget, und der Vorsatz oder Brast, von den Pfannen weggenommen werden. Der auf die Art geläuterte Zucker, wird mit einer Pumpe oder mit tragbaren Rinnen, aufs neue in die Siedepfanne

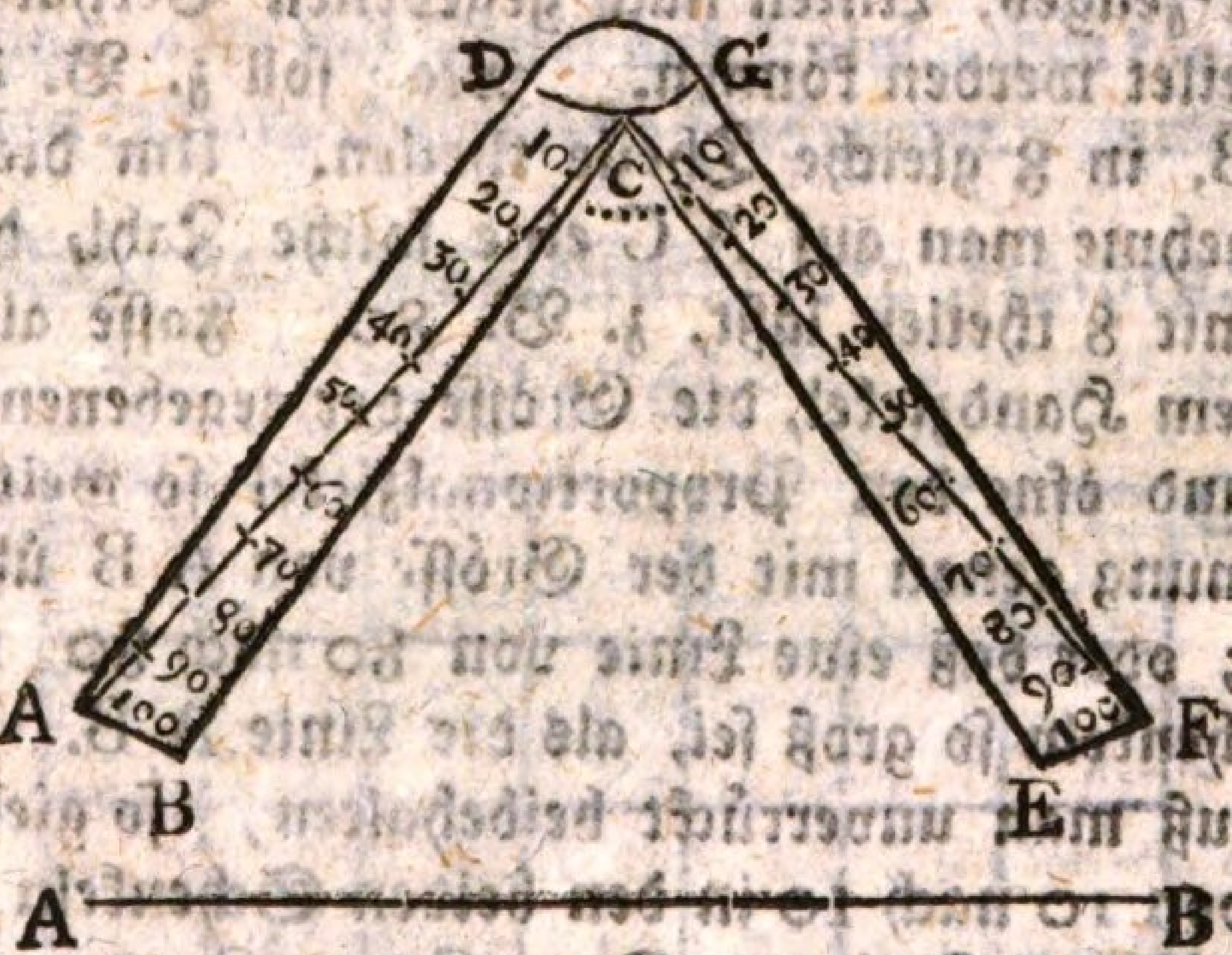
gelei-

geleitet. Beim zweyten Sude, blähet und schäumet der Zucker lange nicht so stark auf als beim ersten, und deswegen hat man auch die Braste nicht mehr nöthig. Das Aufwallen des Zuckers, schröckt der Zuckersieder durch hineinwerffen von Butter oder Fette. Jetzt muß der Zucker so lange kochen, bis der Zuckersieder, durch eine Probe, die er mit dem Sude anstellet, und die er größtentheils durch Erfahrung gelernet hat, bestimmen kann, daß er völlig gar ist. Die Proben der Gare sind, das Ausziehen des Zuckers zu einem Faden, zwischen dem Daumen und dem Zeigefinger, das Wegblasen des Zuckers von der Schaumkelle 2c. Aus der Pfanne, wird der völlig gar gesottner Zucker, mit Füllbecken in die Kühlpfanne gebracht, die ihren Platz mit dem zu einem Sude erforderlichen Formen, in der Füllstube hat. In dieser Pfanne kühlet sich der Zucker in etwas ab, wo er alsdan aus derselben in die Formen geschüttet wird. Die Formen sind aus einem nicht allzufettem Thone, der ohne Glasur ist, verfertiget, weil man sonst den Zucker nie in ganzen Stücken aus dem Formen herausbringen würde, und die am besten in Holland gebacken werden; sie werden aber auch auf dem Deiche, nahe bei Hamburg, aus Thon, den man aus Friesland erhält, recht gut verfertiget. Sie haben eine kegelförmige Figur, und an ihrer Spitze eine Oefnung. Diese Oefnung wird mit einem wollenen Lappen, (wenn die Formen zuerst mit Zucker angefüllet werden,) zugestopft. Das Eingießen des Zuckers in die Formen, geschieht aber nicht auf einmal, sondern zu verschiedenen malen, und nach jedem Zugießen, wird der Zucker mit kleinen Stöcken geruhret. Dieß geschieht deswegen, damit die schwerern Zuckertheile nicht den untersten Platz einnehmen, sondern so viel als möglich gleichförmig vertheilet werden.

Anleitung
zum
gemeinnützigen Unterricht
für
Handwerker, Künstler u. Fabrikanten
über die
praktischsten Grundsätze
mathematischer, physischer, chemischer und
technologischer Kenntnisse.

(Fortsetzung der Seite 184.)

Fig. 62.



Der Proportionalzirkel.

Dieses Werkzeug besteht aus zwey meßingenen oder hölzernen Linialen ABCD und CEFG, (Fig. 62.) die um das Gewinde C beweglich sind, so

daß in jeder Lage die Linien B C und C E sich in C, als in dem Mittelpunkte desselben, schneiden. Die Oberfläche der Liniale, müssen beim Zusammenlegen, genau in eine Ebene fallen, und wenn man beide Schenkel in einen gewissen Winkel eröfnet, so muß sich dieser nicht so leicht verrücken lassen. Die Diagonallinien C A und C F, werden in eine Menge gleiche Theile eingetheilet, wie hier in 100: Es versteht sich, daß die Theilungspunkte in beiden Schenkeln, beständig gleich weit von C abstehen müssen. Diese Linien heißen in diesem Werkzeuge, die **arithmetischen Linien**, zum Unterschiede anderer, welche auf denselben vorkommen, und zu andern Absichten gebraucht werden.

Gebrauch des Proportionalzirkels.

Hier soll nur gezeigt werden, wie durch Hülfe dieses Werkzeuges, Linien nach gegebenen Verhältnissen eingetheilet werden können. Man soll z. B. die Linie A B, in 8 gleiche Theile theilen. Um dieses zu thun, nehme man auf A C eine solche Zahl, die sich genau mit 8 theilen läßt, z. B. 80. Fasse alsdann mit einem Handzirkel, die Grösse der gegebenen Linie A B, und öfne den Proportionalzirkel so weit, daß die Oefnung genau mit der Grösse von A B übereinkomme; oder daß eine Linie von 80 nach 80, in beiden Schenkeln so groß sei, als die Linie A B. Diese Lage muß man unverrückt beibehalten, so giebt die Weite von 10 nach 10 in den beiden Schenkeln, den achten Theil der Linie an. Denn C 80 : C 10 = AB : 10 10; weil Linien, die von gleichen Theilungspunkten gezogen, mit einander parallel gehen. Folglich ist 10 10 = $\frac{1}{8}$ A B.

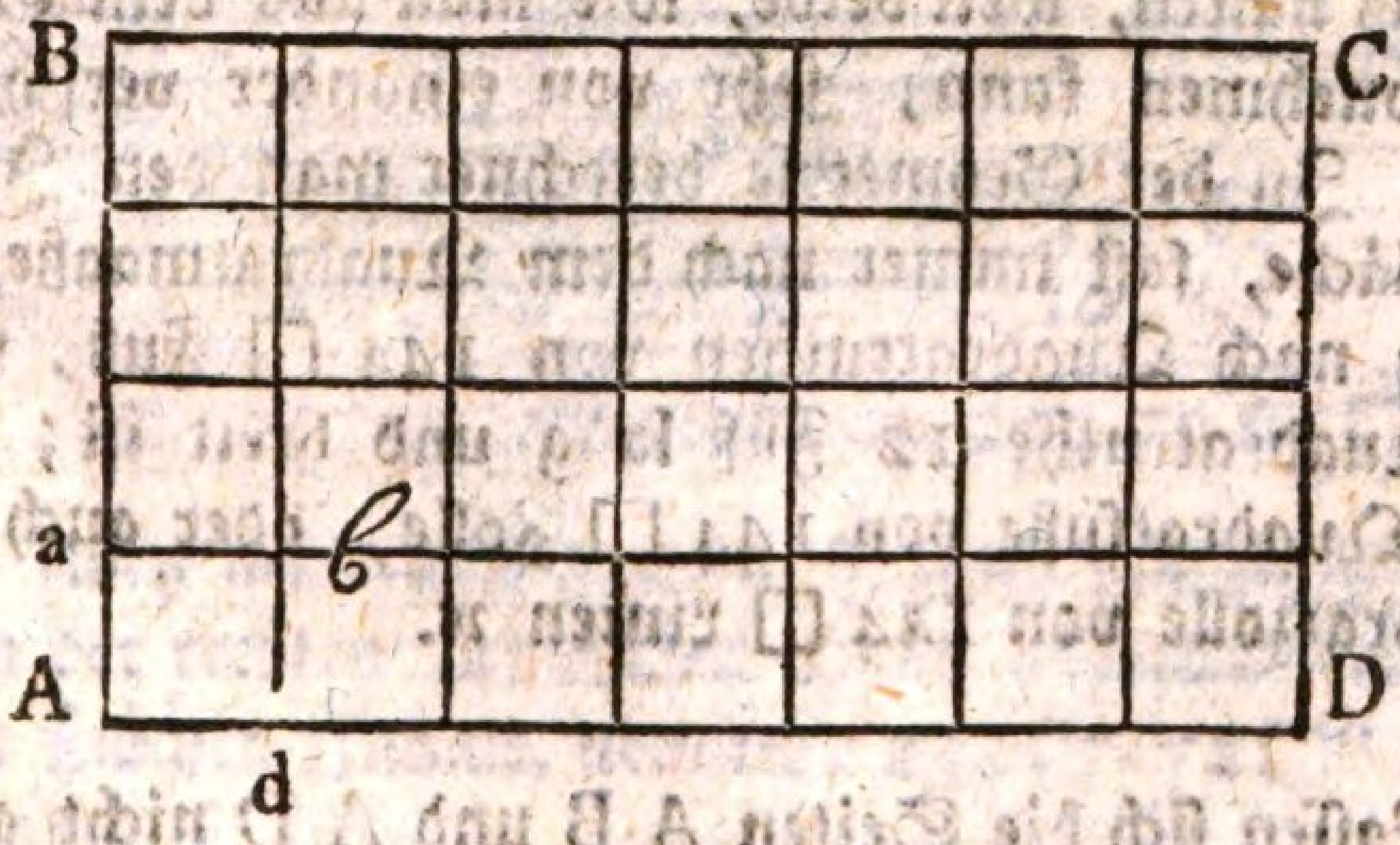
Auf eben die Art kann man auch zu drey Linien, die vierte Proportionallinie finden, wenn man die ersten

sten beiden Linien auf den Schenkel C A trägt, und die Theilungspunkte gehörig bemerkt. Die dritte Linie aber von dem Theilungspunkte der ersten Linie, bis nach eben dem Theilungspunkte, in dem Schenkel C F trägt, so giebt die Oefnung von dem Theilungspunkte der Linie A C, bis zu eben dem Theilungspunkte der Linie C F, die vierte Proportionallinie.

Man sieht leicht, daß sich mehrere ähnliche Aufgaben vermittelst dieses Werkzeuges, auflösen lassen, die aber alle nicht so genau ausfallen, als wenn man sie nach den vorigen geometrischen Aufgaben, oder auch durch die Rechnung, auflöset. Ueberdies hat der Gebrauch dieses Werkzeuges noch viele andere Unbequemlichkeiten. Denn wenn die einzutheilende Linie größer ist, als die beiden Schenkel desselben zusammengenommen, so fällt der Gebrauch ganz weg. Die meisten derselben sind nur klein, und dienen also nur für kleine Linien. Mit einem Wort: alles was man durch Rechnung, oder mit Zirkel und Linial finden kann, dazu muß man keine mechaninische Instrumente anwenden.

Von der Ausmessung der Flächen.

Fig. 63.



Aufgabe. Ein Rechteck A B C D (Fig. 63.) auszumessen.

Auflösung. Messe A B und A D mit einerlei Maaß; multiplicire die beiden Einheiten mit einander, so giebt das Produkt, den Flächen Inhalt des Rechtecks.

Die Einheit, oder das Maaß, wornach die Fläche ausgemessen werden soll, muß ebenfalls eine Fläche seyn. Wir wollen hier die Fläche A a b d, als die Einheit annehmen. Gesetzt, diese lasse sich an A D siebenmal hintragen oder ansetzen, und an A B viermal, so werden $4 \times 7 = 28$ solche Flächen wie A a b d, den Raum des Rechtecks A B C D nur ausfüllen, und das ist der Inhalt der Fläche. Ist A a = A d = 1 Fuß oder ein Zoll, so ist A a b d ein Quadratfus oder Quadratzoll, und der Inhalt des Rechtecks beträgt entweder 28 Quadratfus oder auch 28 Quadratzoll, nachdem A a = B d = 1 Fuß oder ein Zoll ist. Wird der Fuß zu 12 Zolle angenommen, so hält der □ Fuß 144 □ Zoll; besteht aber der Fuß aus 10 Zolle, so gehen 100 □ Zolle auf einen Quadratfus; mithin verhalten sich beide Maaßen zu einander wie 144 : 100. Man muß also ja nicht das Längenmaaß mit dem Quadratmaaße verwechseln oder gar für eins halten, weil beide, wie man aus dem Gesagten abnehmen kann, sehr von einander verschieden sind. In der Geometrie berechnet man den Inhalt der Fläche, fast immer nach dem Quadratmaaße, entweder nach Quadratruthen von 144 □ Fuß, wenn die Quadratruthe 12 Fuß lang und breit ist; oder nach Quadratfuße von 144 □ Zolle, oder auch nach Quadratzolle von 144 □ Linien rc.

Lassen sich die Seiten A B und A D nicht genau durch Fusse ausmessen, sondern nur durch Zolle und Linien herausbringen, so muß man beide auf Zolle, oder auch

auf

auf Linien bringen, sie alsdann mit einander multipliciren, so giebt das Produkt den Inhalt entweder in □ Zollen, oder in □ Linien an, die durch die Division mit 144 auf höhere Einheiten gebracht werden können. Hat man aber zehntheiliges Maaß genommen, so läßt sich weit geschwinder zu Rechte kommen, weil man nur jedesmal durch 100 dividiren darf. Zur Uebung und zugleich zur Wiederholung von dem, was ich hier mit wenigen über Flächenmaaß beigebracht habe, will ich ein paar Beispiele, wovon das eine in 12 theiligen, das andere aber in zehntheiligen Maaße angenommen, hersetzen. Es sei z. B. ein Rechteck 16′ 8″ 4‴ lang, und 10′ 11″ 3‴ breit. Es wird nach dem Flächen-Inhalte desselben gefragt.

16′ 8″ 4‴ = 2404‴ } beides mit einander multipliciert,
10. 11. 3 = 1575. }

giebt zum Produkte = 3786300 ‴

Dividirt durch 144 = 26293 □″ 108 □‴

Aufs neue durch 144 geth. = 182 □′ 85 □″ 108 □‴ = dem Inhalte des Rechtecks.

Ein anderes Rechteck sei 19′ 6″ 7‴ zehntheiliges Maaß lang, und 12′ 9″ 5‴ breit, so ist der Inhalt 254 □′ 72 □″ 65 □‴.

Denn 19′ 6″ 7‴ = 19, 67
und 12′ 9″ 5‴ = 12, 95

Produkt = 254 72 65 □‴ div.

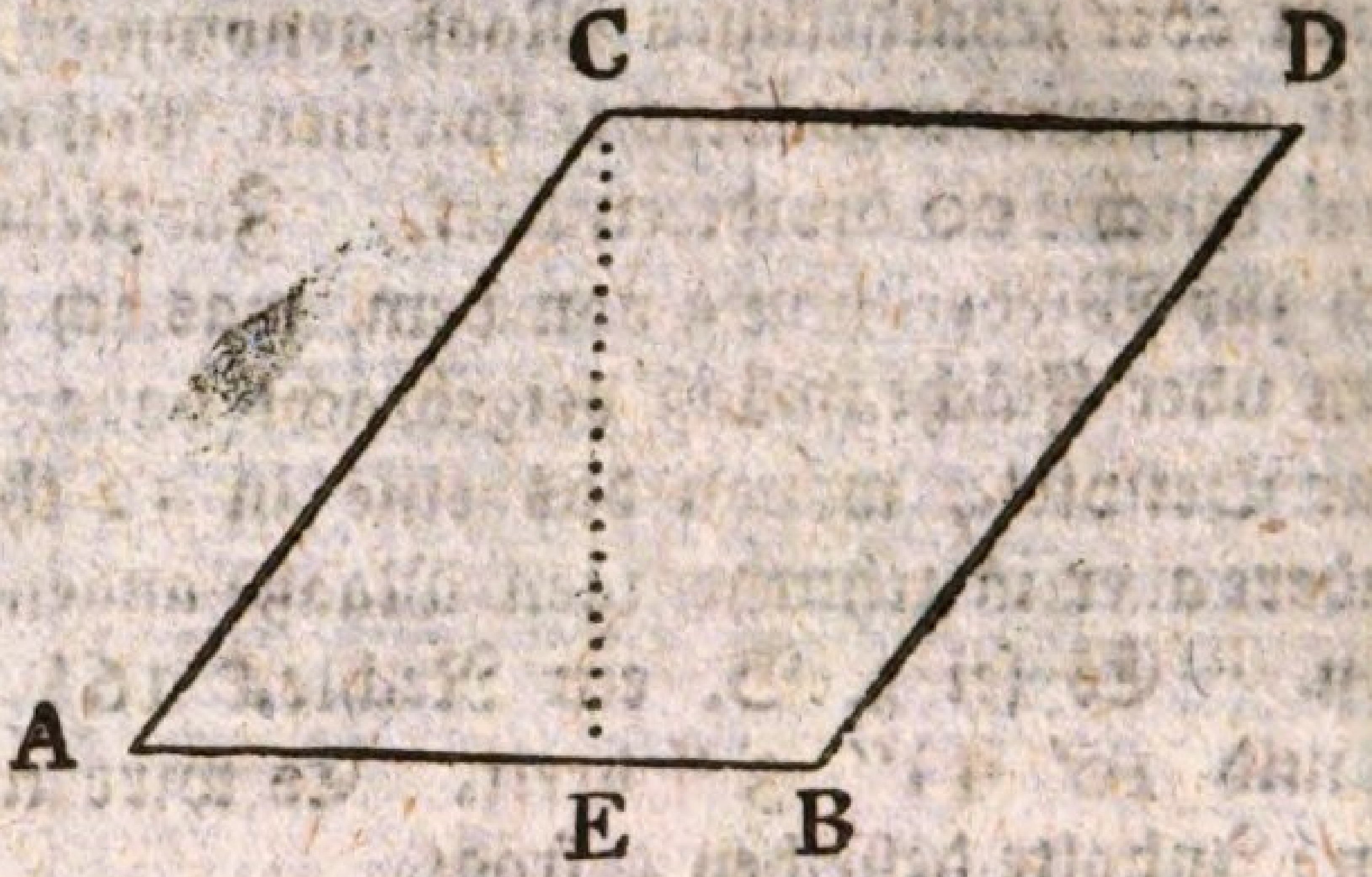
zwey mal durch 100, d. h. zwey mal zwey Ziefern, von der rechten zur linken Hand abgeschnitten, giebt den Flächen Inhalt, nemlich: 254 □′ 72 □″ 65 □‴

Jedes rechtwinkligtes Rechteck, läßt sich nach Seite 181, in ein Quadrat verwandeln, wenn man zu der

Län-

Länge und Breite desselben, eine mittlere geometrische Proportionallinie sucht.

Fig. 64.



Aufgabe. Ein schiefwinkligtes Parallelogramm (Fig. 64.) auszumessen.

Auflösung. Lasse aus dem Winkel A C D eine senkrechte Linie C E auf A B herabfallen; messe beide durch einerlei Maaß, und multiplicire sie mit einander, so giebt das Produkt den Flächen Inhalt.

Den Grund von diesem Verfahren, erkennet man aus Seite 109. Beispiel. A B sei = 6′ 7″ zwölftheiliges Maaß = 79′; E C = 9′ 8″ = 11 6″; so ist der Inhalt = 79″ × 116″ = 9164□″ = 63□′ 92□″

Von Seite 108 bis 114, haben wir gezeigt, wie jede andere Figur sich in ein Rechteck oder Quadrat verwandeln lasse, woraus man also abnehmen kann, daß die Berechnung eines Rechtecks, der Grund von allen übrigen Figuren ist.

Aufgabe. Den Inhalt von einem jeden geradlinigtem Dreyecke A B C (Fig. 65. 66.) zu finden.

Fig. 65.

Fig. 65.

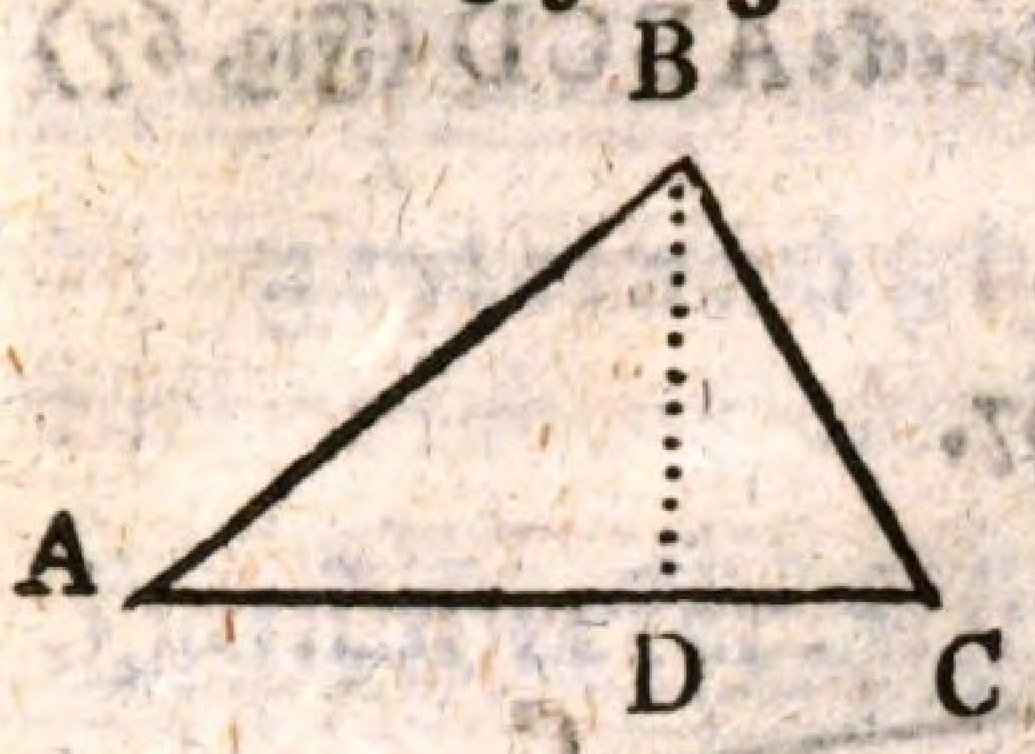
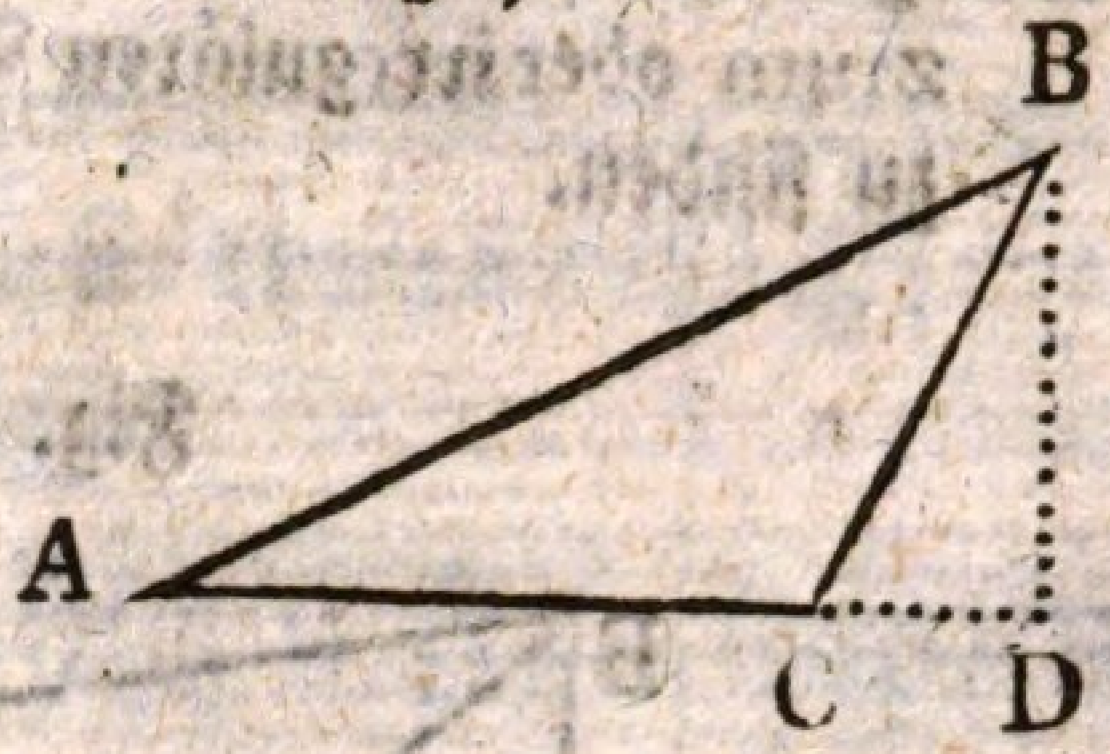


Fig. 66.



Auflösung. Man lasse aus dem Winkel A B C, auf die nach Gefallen angenommene Grundlinie A C, (Fig. 65) oder deren Verlängerun (Fig 66) die Perpendicularlinie B D herunter, und messe beide durch einerlei Maaß. Die gefundenen Zahlen multiplicire man mit einander, und dividire das Produkt durch zwey so ergiebt sich der Inhalt von jedem Dreyecke.

Multiplicirt man die Höhe mit der Grundlinie, so giebt das Produkt den Inhalt eines Parallelogramms an, wovon das Dreyeck die Hälfte ist. Daher muß das Produkt mit zwey dividiret werden; oder welches einerlei ist, muß man, um den Flächen-Inhalt eines Dreyecks zu finden, die Grundlinie mit der halben Höhe, oder die Höhe mit der halben Grundlinie multipliciren. z. B. A C (Fig. 65)

sei = 9′ 8″ zwölftheil. Maaß = 116′
BD sei = 8′ 6″ 102′

Produkt = 11832
davon die Hälfte = 5916 □″ = 41 □′
12 □″

AC sei im △ ABC (Fig. 66.)
= 7′ 6″ 4‴ zehntheiliges Maaß = 7,64
BD = 5′ 7′ 2‴ = 5,72

Produkt = 43,70,08
Davon die Hälfte = 21,85,04 □‴

Auf-

Aufgabe. Den Flächen Inhalt von einem Trapezium oder irregulären Vierecke ABCD (Fig. 67) zu finden.

Fig. 67.

Auflösung. Ziehe die Diagonallinie B D, so zerfällt das Viereck ABCD in zwey Dreyecke ABD und A D C, die, wenn man aus dem Winkel A und dem Winkel C, die Perpendicularlinien AF und CE, auf BD zieht, eine gemeinschaftliche Grundlinie BD haben. Man multiplicire demnach die Grundlinie mit der halben Summe von A F + C E, so giebt das Produkt den Inhalt des Vierecks. Z. B. B D sei = 6° 7′ 8″ zwölftheiliges Maaß. AF = 2° 9′ 4″, CE = 2° 4′ 6″; so ist AF + CE = 5° 1′ 10″ folglich $\frac{AF + CE}{2}$ = 2° 6′ 11″.

Multiplicirt man demnach 6° 7′ 8′ mit 2° 6′ 11″, so erhält man zum Flächen Inhalte = 354 476 □″ = 17 □° 13 □′ 92 □″.

Hat das Trapezium, (wie Fig. 37. Seite 112) zwei Seiten, die mit einander parallel gehen, so ist der Inhalt gleich der ½ Summe von den beiden Seiten multiplicirt in die gemeinschaftliche Höhe.

Anleitung zum gemeinnützigen Unterricht für Handwerker, Künstler u. Fabrikanten über die praktischsten Grundsätze mathematischer, physischer, chemischer und technologischer Kenntnisse.

(Fortsetzung der Seite 192.)

Der Zucker bleibt in der Füllstube 4 bis 5 Stunden stehen, bis er sich etwas abgekühlet hat. Während dieser Zeit bildet sich schon eine weiche und bröcklige Kruste auf der Oberfläche des Zuckers. Hierauf wird der ganze Sud zu Boden gebracht. Eine große Zuckersiederey hat verschiedene Böden, die über einander angelegt sind. Um den Zucker in den Formen nach und nach zu trocknen, ist die Schornstein-Mauer der Siederey, mit Klappen versehen, durch welche sich die Hize über den ganzen Bodenraum vertheilet. Auch sind zu eben diesem Zwecke eigene Feuerstellen angebracht, die aus gegossenen Eisen bestehen, und in der Siederey den Namen Kacheln führen, die mit Steinkohlen geheizt werden. Sind die Formen auf den Boden gebracht, so wird der

wollne Lappen aus der untern Oefnung der Form herausgezogen, und die Form selbst auf einen Syrupstopf gestellet. Jetzt fängt der Zucker in der Form an, sich zu einer festern Masse zusammenzuziehen, und der überflüßige Syrup tröpfelt durch die untere Oefnung der Form, in das untergesetzte Geschirr. Dieser Syrup ist eigentlich der beste, und wird bei einem neuen oder frischen Sude, zu feinem Zucker benutzt. Nach einer Zeit von etwa 8 Tagen, fängt man an den Zucker zu decken. Das heißt, die Grundfläche des Zuckers mit einer naßen Erde zu belegen. Vermittelst dieser Erde wäscht man so zu reden, die klebrigten Theile des Zuckers ab, und macht ihn dadurch weißer. Es muß aber eine solche Erde seyn, die durch ihre kleine Oefnungen, das Wasser durchläßt, aber so, daß das Wasser doch nicht im Stande ist, die Krystalle des Zuckers aufzulösen; dazu ist aber keine Erde besser als reine Thonerde. Dies muß zugleich ein magerer Thon seyn, der keine Eisentheile bei sich führet, weil er sonst den Zucker färben würde; auch keine, oder nur wenige Kalkerde bei sich haben. Er muß sich im Feuer, wie Pfeiffenthon, weiß brennen, und wenig oder gar nicht mit Scheidewasser aufbrausen. Er führet gewöhnlich etwas feinen Sand bei sich. Wenn diese Thonerde gebraucht werden soll, wird sie vorher in dem Thonbacke gut durchknetet und geschlemmet, und alsdann ganz naß, (nachdem die Grundfläche des Zuckers in der Form eben

gemacht

gemacht worden ist) wie Brey, auf die Grundfläche des Huts gelegt. Die Zuckererde, deren sich die Hamburger Zuckersieder bedienen, wird aus Frankreich, und zwar von Rouen, Havre, St. Malo 2c. 2c. gebracht. Sie wird 1000 ℔ weise zu abwechselnden Preisen verkauft. Der Syrup, welcher bei der ersten Erde, herauströpfelt, heißt Decksyrup, und ist nicht so gut als der erste. Er wird gleichfalls wieder mit rohem, oder auch mit schlechtern raffinirten Zucker verkocht. Die erste Erde liegt etwa drey Wochen auf dem Zucker. Sie wird hierauf abgenommen, und die anfangs gelbe Farbe des Zuckers, hat sich nun in eine ziemlich weiße verwandelt. Man belegt ihn alsdann mit der zweyten Erde. Der Syrup, welcher sich bei der zweyten Erde absondert, ist noch gröber als der vorige, indessen wird auch dieser noch als Zusatz zu einem neuen Sude gebraucht. Die zweyte Erde liegt ohngefähr eben so lange auf dem Zucker als die erste. Zuweilen wird der Zucker zum drittenmale mit Erde gedeckt. — Nach Verlauf von 6 bis 7 Wochen ist der Zucker, bei guter Jahrszeit, so weit gediehen, daß derselbe aus der Form herausgenommen werden kann. Indessen bleibt die Spitze des Brodes (so nennen die Zuckersieder den Zuckerhut) noch immer feucht, und kann auch nicht durch die Erde ganz trocken gemacht werden. Um diese Feuchtigkeit in den ganzen Hut zu vertheilen, nimmt man ihn aus der Form heraus, und stellt denselben auf

seine Grundfläche, zum trocknen hin. So läßt man ihn einige Zeit stehen, wodurch sich die Feuchtigkeit, nach und nach aus der Spitze in den ganzen Hut vertheilet. Er wird sodann auf einen Bock gestellet, und die rauhen und unebenen Stellen desselben, mit einem Schabemesser weggenommen. Die Feuchtigkeit, welche jetzt noch in dem Zucker nach ist, muß durch einen größern Grad der Wärme herausgetrieben werden. Zu diesem Ende ist jede Zuckersiederey mit einer Kammer versehen, die den Namen Darre führet, welche auf diesen Grad erwärmet wird. In diese werden die Zuckerhüte auf Latten hingestellet. Geben die Zuckerhüte beim Anschlagen einen hellen Ton von sich, so sind sie hinlänglich getrocknet. Sie werden alsdann aus der Darre herausgenommen, sortiret, in weiß oder blau Papier eingeschlagen und so als Kaufmannswaare verkauft. Das blaue Papier erhalten unsere Zuckersieder aus Holland. Ehemals ließen sie es in der Nachbarschaft von Hamburg, selbst verfertigen. In den hiesigen Zuckersiedereien bereitet man folgende Sorten Zucker: 1) Candisbroden; diese geben den feinsten Hutzucker. 2) fein fein; 3) feine Rafinaden, die noch in verschiedenen Sorten eingetheilet werden. 4) Rafinade; 5) grosse und kleine Melis; 6) Lumpen; 7) Bastard. Diese werden aus den schlechsten rohen Zuckern gekocht. Die Bastardformen sind die größten Formen die man in der Fabricke vorfindet. In einer solchen Form befinden sich gewöhnlich

lich zwey Arten von Zuckern, nemlich gelben und weißen; beide Arten nennet man bei uns Puderzucker. Der Syrup, welcher von diesen abläuft; ist zum Einkochen nicht mehr tauglich, und wird gewöhnlich verkauft.

Hieher gehöret auch die Verfertigung des Candieszuckers. Der geläuterte Sud wird in kupferne Gefäße geschüttet, die an den Seiten durchlöchert sind. Durch die Löcher sind von einer Seite zur andern Faden gezogen, und die Gefäße sind mit Papier beklebt. Der Zucker krystallisiert auf den Fäden. Damit die Krystallisation gut von Statten gehe, werden die Gefäße erst an einen warmen, und zwar in einer etwas schiefen Stellung, nachher an einen etwas kältern Ort, zum Anschiessen hingestellet. Der Syrup, welcher nachbleibt, ist der so genannte Candissyrup oder **Candisstörzel**, welcher häufig in der Medicin gebraucht wird.

Alle Arten von Behälten, deren sich der Zuckersieder bedienet, um rohen Zucker, aufgelösten Kalk, Deckerde, Formen 2c. darinn aufzubewahren, nennet er **Backen**. Das Wasser worinn die Formen und andere Geräthe, gewaschen oder gereiniget werden, ist in der Siederey unter dem Namen Zuckerwasser bekannt, und wird in Hamburg den Brantweinbrennern verkauft, die es mit zur Distillation des Brantweins gebrauchen.

3) Gebrauch des gebranten Kalks in der Färberey, vorzüglich in der **Indigo- und Waidküpe**. Er schluckt theils den gelben Stoff dieser Waaren ein,

theils

theils verbindet er sich mit der fixen Luft, die sich während der Gährung aus dem Farbestoff entwickelt. Er hindert dadurch die Gährung, und widersteht der Fäulniß. Und wenn auch würklich die Küpe schon in Fäulniß ist, oder nach der Sprache der Färber, durchgeht, läßt sich selbige durch Kalk wieder herstellen.

Anmerk. Die Gährung ist eine Auflösung, und bestehet in einer sichtbaren innerlichen Bewegung, verschiedener in einen flüssigen Zustand versetzten Körper, die sich durch aufsteigende Luftblasen, und einen prickelnden, stechenden, ausweichenden Dunst äußert. Der ganze Körper wird dabei zerstöhret, und kann nicht wieder aus den geschiedenen Theilen hervorgebracht werden.

Alle organische Körper überhaupt, besonders aber Früchte, Getraidearten und alle thierische Theile, sind als Körper die aus ungleichartigen Theilen bestehen, hierzu vorzüglich geschickt. Es wird erfordert, daß diese Körper, 1) in einen flüßigen Stand gesetzt werden; 2) durch eine anhaltende gelinde Wärme, muß eine innere Bewegung veranlaßt werden, wodurch sich die Theile von dem Ganzen losreissen. Dies geschieht durch Luft und Feuer, als Grundmischungen der Körper. Ohne Zutritt der Luft, kann keine Gährung erfolgen. Hat ein Körper in seiner Grundmischung viele brennbare, geistige Theile, so reißen sich diese zu Anfangs der Gährung zuerst los. Dies ist die geistige Gährung. Die Körper besitzen neben den brennbaren geistigen Theilen, noch eine sauersalzig-schleimigte Mischung, die aus der ersten Gährung noch nicht entwickelt wird. Nachdem aber diese vorüber ist, so fängt

fängt sich die Säure, ohne eine innere Bewegung, und ohne aufsteigende Luftbläsgen zu entwickeln. Dieser Grad ist der zweyte, und heißt die saure Gährung. Nachdem der Geist und die Säure sich entwickelt hat, so behält der Körper noch das Schleimigte in seiner Mischung zurück. Hemmt man jetzt nicht die Wirkung, in dem man den Körper die freye Luft benimmt so geht auch endlich die letzte Scheidung vor, wodurch der ganze Körper zerstöret wird. Dieser Grad heißt die faule Gährung oder die Fäulniß. Das flüchtige Alkali wird dadurch entwickelt, und der Körper geht in Erde über. — Einige Körper gähren leicht, nemlich diejenigen, welche eine Menge Luft und Feuerwesen bei sich führen; andere die viel Schleim in sich schließen, schwerer. Diese müßen durch Zusätze, die den Namen Gährungsmittel (Fermenta) führen, in diesen Zustand gesetzet werden. Weil sie die Auflösung oder Trennung befördern sollen, so müßen diese wirksam bewegende Theile besitzen. Diese Mittel müssen entweder schon in Bewegung sein, oder doch den Anfang dazu in den Körpern machen können. Unter die erstern gehören die Hefen und der Sauerteig; unter die letztern aber, eine Säure oder eines alkalischen Salzes, imgleichen Weingeist, Weinstein, Weinessig &c.

Ehe wir das Allgemeine über die Zubereitung der blauen Farbe, aus dem Indigo und dem Waid zeigen, wollen wir von der Gewinnung dieser Färbestoffe eine kurze Beschreibung voran gehen lassen.

Die Bereitung des Indigo.

Indigo ist ein in pulver- oder würfelige Kuchenform gebrachter dunkelblauer farben Körper, welcher

das

das Dunkelste, an das Schwarze grenzende Blau giebt, und aus dem Bodensatze einer in Wasser eingeweichten, in Ost- und Westindien wachsende Pflanze, durch Hülfe der Gährung, des Schlagens und der Fäulniß erhalten wird.

Wir kennen eigentlich den Indigo erst seit dem Anfange des 17ten Jahrhunderts. Die Holländer brachten denselben zuerst aus Ostindien, und seit der Zeit ist sein Gebrauch allgemein bekannt worden. Die Indigo-Pflanze, heißt bei den Indianern Anil. Sie hat einen fingerdicken, drey Fuß hohen Stengel, mit vielen Zweigen. Sie wächst am besten in den warmen Gegenden unserer Erde. (vorzüglich zwischen den beiden Wendekreisen) Man unterscheidet Inde und Indigo. Jener heißt derjenige, der nur aus den Blättern bereitet wird; dieser aber der aus der ganzen Pflanze, als aus der Rinde und aus den Aesten der Stengel ausgezogen worden ist. In Asien ist die Bereitung des Inde von der des Indigo darinn wesentlich unterschieden, daß man die Blätter der Pflanze in Wasser einweichet um Inde zu bekommen; dagegen man das ganze Kraut, ausgenommen die Wurzel, beinahe auf eben die Art einweichet, um Indigo zu erhalten. Der ostindische Indigo wird folgendermassen bereitet: Das Kraut wird zu der Zeit abgeschnitten, wenn die Blätter leicht abgehen. Dieses Kraut wird mit der erforderlichen Menge Wasser eingeweicht. Das Gefäß worinn dieses geschieht, heißt **der Einweichtrog, das Weichfaß, Fäulungsfaß.** In diesem muß das Kraut 30 bis 35 Stunden liegen. Nach Verlauf dieser Zeit, läßt man das Wasser, welches eine grüne ins blaue fallende Farbe angenommen hat, in ein anderes Gefäß, **der Schlagtrog,** laufen, wo man diesen Extract von 4 Personen 1½ Stunden schlagen läßt. Dies geschieht mit hölzernen Löffeln, deren Stiele 18 bis 20 Fuß lang sind, und auf Lafferen mit Gabeln liegen.

Nr. 27.

Anleitung

zum

gemeinnützigen Unterrricht

für

Handwerker, Künstler u. Fabrikanten

über die

praktischsten Grundsätze

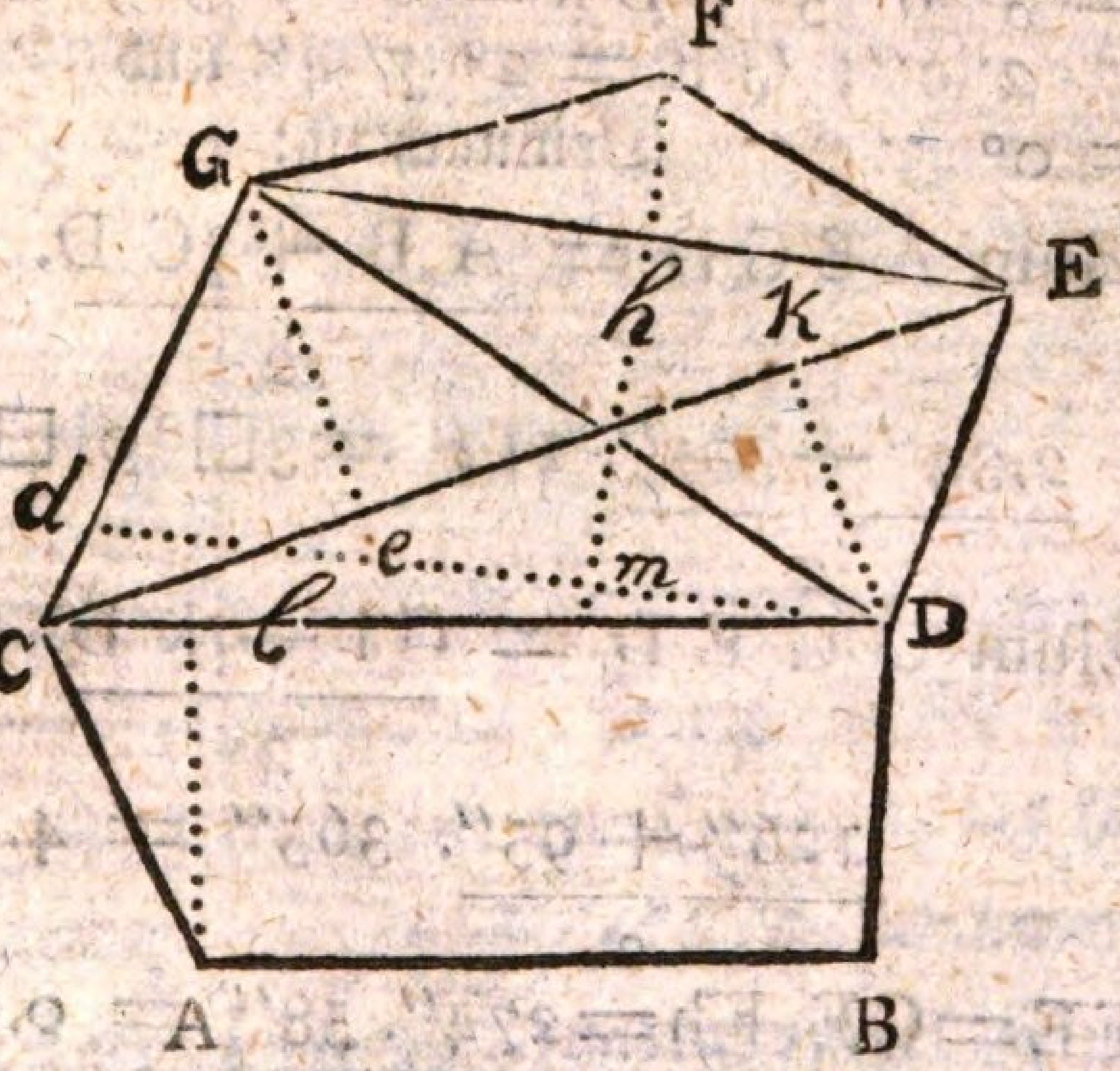
mathematischer, physischer, chemischer und

technologischer Kenntnisse.

(Fortsetzung der Seite 200.)

Aufgabe. Jede irreguläre geradlinigte Figur auszurechnen.

Fig. 68.



Auflösung. Zerlege die Figur durch Querlinien, entweder in Dreyecke, oder in Trapezien und Drey-

 ecke,

ecke, und finde, wie in vorigen Stücke gezeigt worden ist, den Flächen Inhalt derselben. Ihre Summe ist gleich dem Inhalte der Figur.

Man soll z. B. den Flächen Inhalt von der Figur ABCGFEDB (Fig. 68) angeben: man ziehe mit AB die Linie CD parallel, so entsteht das Trapezium ABCD, dessen Höhe das Perpendikel Al ist. Ziehe hierauf die Linie CE und GE, so erhält man die Dreyecke CDE, CGE und GFE, wovon die beiden ersten die gemeinschaftliche Grundlinie CE haben. Zu diesen drey Dreyecken ziehe man die Perpendikularlinien Dk, Gi und Fh, so ist die ganze Figur gehörig zur Berechnung eingetheilet.

AB sei = 2° 3′ 4″ zehntheiliges Maaß; CD = 3° 0′ 5″; Al = 1° 1′ 2″
CE = 3° 6′ 5″; Dk = 0° 9′ 5″; Gi = 1° 2′ 6″; GE = 2° 7′ 4″ und
Fh = 0° 5′ 8″ Demnach ist:

$$\text{Trapezium } ABCD = \frac{AB + CD}{2} \cdot Al = \frac{2{,}34'' + 305''}{2} \cdot 112'' = 3\square^\circ\, 01\square'\, 84\square''$$

$$\text{Trapezium } CGED = \frac{Gi + kD}{2} \cdot CE = \frac{126'' + 95''}{2} \cdot 365'' = 4.\ 03.\ 32.$$

$$\triangle GFE = \frac{GE \cdot Fh}{2} = \frac{274'' \cdot 58''}{2} = 0.\ 79.\ 46.$$

folglich der Inhalt von ACGFEDB = $7\square^\circ\, 84\square'\, 62\square''$

Hat die Figur hin und wieder krumme Linien, so muß man bei der Eintheilung derselben in Trapezien und Dreyecken, Linien so nahe bei einander ziehen, daß die Krümmung eben nicht merklich mehr wird. Genau läßt sich freilich bei einer solchen Figur die Fläche nicht finden, indessen, wenn man nur nach dieser Vorschrift verfährt, kann man dem wahren Inhalte der Figur doch ziemlich nahe kommen.

Um den Inhalt von einem regulären Vielecke zu berechnen, verwandle man nach Seite 114, dasselbe in ein Dreyeck, dessen Grundlinie einerlei ist mit dem Umfange des Vielecks, zur Höhe aber eine Linie hat, welche senkrecht aus dem Mittelpunkte des Vielecks auf der Seite desselben steht. Es sei z. B. die Seite AB (Fig. 35) des regulären Fünfecks ABDEF $= 7' \; 8'' \; 6'''$ zehntheiligem Maaße; so ist der Umfang desselben $= 5 \times 7' \; 8'' \; 6''' = 39' \; 3''$. Das Perpendickel sei $= 5' \; 2'' \; 7'''$ so ist der Inhalt des Fünfecks

$$= \frac{39' \; 3'' \times 5' \; 2'' \; 7'''}{2} = 103\square' \; 55\square'' \; 55\square'''$$

Ist der Radius des Kreises bekannt, worinn das Vieleck beschrieben worden, so ergiebt sich die Höhe desselben, wenn man von dem Quadrate des Radius, das Quadrat der halben Vielecksseite, abnimmt, und aus dem Unterschiede die Quadratwurzel zieht. So ist in unserer Figur $CK = \sqrt{(AC^q - AK^q)}$.

AC

AC sei $= 6' 5'' 2'''$; AK $= 3' 8'' 3'''$: so ist $AC^2 = 425104$, und $AK^2 = 146689$; folglich $AC^2 - AK^2 = 425104 - 146689 = 278415$. Daraus die Quadratwurzel, giebt $5' 2'' 7''$ wie oben angegeben.

Aufgabe. Aus dem Inhalte und der Grundlinie eines Dreyecks, die Höhe desselben, zu finden.

Auflösung. Den doppelten Inhalt des gegebenen Dreyecks, theile man durch die Grundlinie. Der Quotient ist die gesuchte Höhe.

Die Grundlinie ergiebt sich, wenn man den doppelten Inhalt des Dreyecks, durch die Höhe dividiret.

Hierauf gründet sich folgende Aufgabe:

Eine gegebene Figur in gleiche Theile einzutheilen, z. B. die 68te Figur, in 3 gleiche Theile.

Auflösung. Den gefundenen Inhalt der Figur, theile man durch drey; und vergleiche den dritten Theil mit dem Inhalte des $\triangle$ GFE. Ist dasselbe kleiner als der dritte Theil, so sehe man den Unterschied als ein Dreyeck an, von dem die Grundlinie GE bekannt ist. Zu diesem Dreyecke finde man nach der vorigen Aufgabe, die Höhe. Richte alsdann in irgend einem beliebigen Punkt der Grundlinie ein Perpendikel auf, und ziehe durch den Endpunkt desselben eine Linie parallel mit GE; so geben Linien von den beyden Endpunkten der

Grund-

Grundlinie, nach irgend einem Punkte in der Parallellinie gezogen, das gesuchte Dreyeck, folglich auch den dritten Theil der Figur an. Denn alle Dreyecke, welche zwischen zweyen Parallelen liegen, haben, wie wir im vorigen gezeigt haben, einerlei Inhalt. Daher ist es auch einerlei, nach welchem Punkte der Parallellinie, die beiden Linien gezogen werden.

Wenn wir den gefundenen Inhalt der 68ten Figur, nemlich $7\square° \; 84\square' \; 62\square''$ mit 3 theilen, so ist der Quotient $= 2\square° \; 61\square' \; 54\square''$. Der Inhalt des Dreyecks G F E $= 0\square° \; 79\square' \; 46\square''$ folglich der Unterschied $= 1\square° \; 82\square' \; 08\square''$ = dem Inhalte des gesuchten Dreyecks, dessen Grundlinie G E $= 2° \; 7' \; 4''$ ist. Die dazu gehörige Höhe ist demnach $= \frac{2 \times 1{,}82 \; 08\square''}{2{,}74} = 1° \; 3' \; 3''$ beinahe. Diese gefundene Grösse gebe man der Linie h m, und ziehe durch m, die Linie d D parallel mit G E, und nun von G nach D, die gerade Linie G D, so ist G D E das gesuchte Dreyeck, und G F E D, der dritte Theil der ganzen Figur.

Aehnliche Dreyecke ACB und acb, (Fig. 69 und 70) verhalten sich wie die Quadrate ihrer Grundlinien; oder: $\triangle ACB : \triangle acb = AB^q : ab^q$.

Fig. 69

Fig. 69.

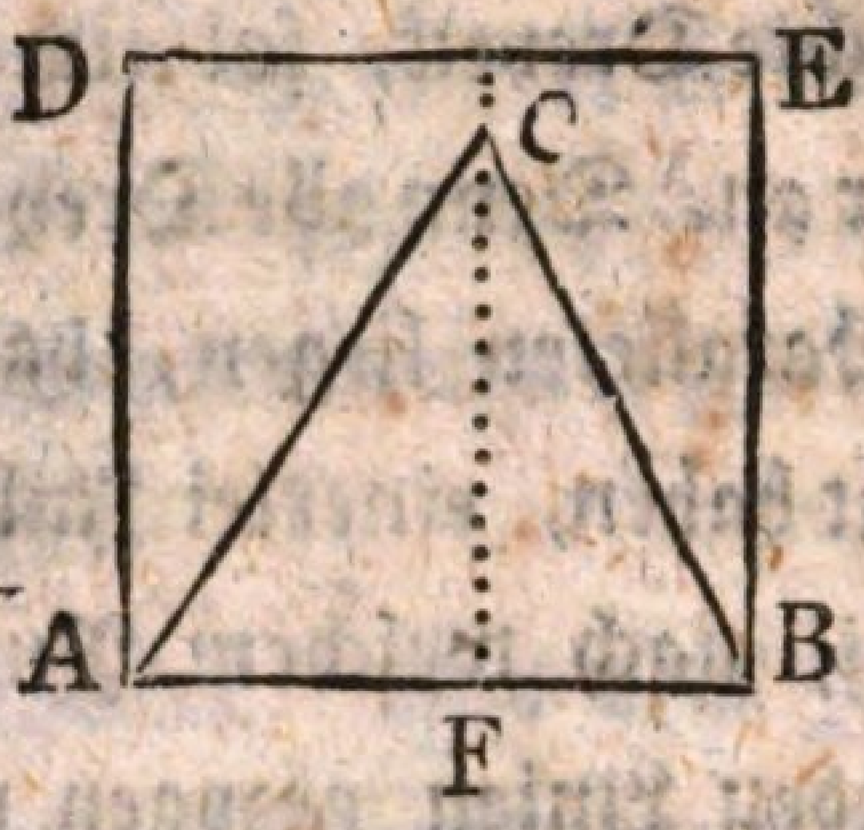
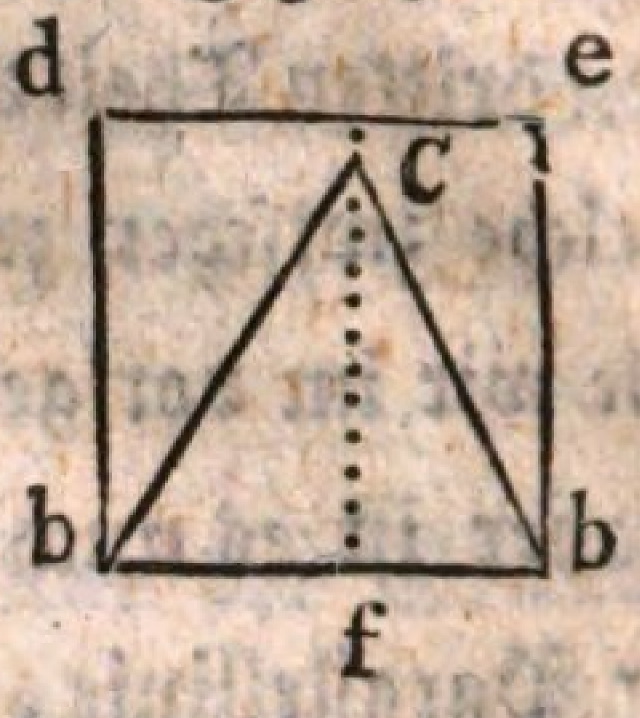


Fig. 70.



Aus dem, was wir im vorigen über die Aehnlichkeit der Dreyecke gesagt haben, folget, daß A B: ab = F C: f c. Oder A B: F C = a b: f c. A B: F C = 32: 28, und ab: f c = 24: 21: so ist auch 32: 28 = 24: 21.

Man beschreibe über A B und a b die Quadrate A B D E und a b d e, so werden beide sich zu einander verhalten wie die Dreyecke. Denn der Inhalt des Dreyecks A C B ist $= \frac{AB \times CF}{2} = \frac{32 \times 28}{2}$ = 448, und der Inhalt von dem Dreyecke a b c ist $= \frac{ab \times cf}{2} = \frac{24 \times 21}{2} = 252$. Aber A Bq = $32^2 = 1024$, und a bq $= 24^2 = 576$. Nun ist 448: 252 = 1024: 576; denn 448 × 576 = 252 × 1024. Also △ A B C: △ a b c = A Bq : a bq.

Anmerk. Allgemeiner läßt sich dieser Satz auch auf folgende Art beweisen: △ A B C: △ a b c =

A B

$\frac{AB \times CF}{2} : \frac{ab \times cf}{2}$; oder $\triangle ABC : \triangle abc = AB \times CF : ab \times cf$. Da nun die beiden Dreyecke einander ähnlich sind,

so ist: $AC : ac = CF : cf$

und $AC : ac = AB : ab$

---

folglich $AB : ab = CF : cf$

Also $cf = \frac{ab \times CF}{AB}$. Diesen Werth von cf, setze man für cf in $ab \times cf$, so erhält man $\frac{ab \times ab \times CF}{AB}$; mithin ist $\triangle ABC : abc = AB \times CF : \frac{ab \times ab \times CF}{AB}$. Dividirt man das letzte Verhältniß mit CF, und multiplicirt eben dasselbe mit AB, so bekömmt man $\triangle ABC : \triangle abc = AB \times AB : ab \times ab = AB^q$ ab^q.

Was so eben von ein paar ähnlichen Dreyecken gesagt worden ist, gilt auch von allen ähnlichen Figuren. Denn diese lassen sich in Dreyecke zerlegen, die sich gleichfalls einander ähnlich sind. Ihre Flächen verhalten sich demnach, wie die Quadrate von ein paar ähnlich liegenden Linien. Da sich, wie wir schon

schon bei der Aehnlichkeit der Figuren gezeigt haben, alle Kreise einander ähnlich sind, so verhalten sich ihre Flächen zu einander, wie die Quadrate ihrer ähnlich liegenden Linien, das heißt, wie die Quadrate ihrer Durchmesser.

Von der Ausmessung der Kreisfläche.

Die Kreisfläche ist gleich der Fläche eines Dreyecks, dessen Grundline einerlei ist mit dem Umfange des Kreises, und zur Höhe den Halbmesser des Kreises hat.

Um diesen Satz gehörig zu verstehen, müssen wir uns vorher bemühen, den Umfang des Kreises zu berechnen, oder denselben in eine gerade Linie zu verwandeln suchen.

Fig. 71.

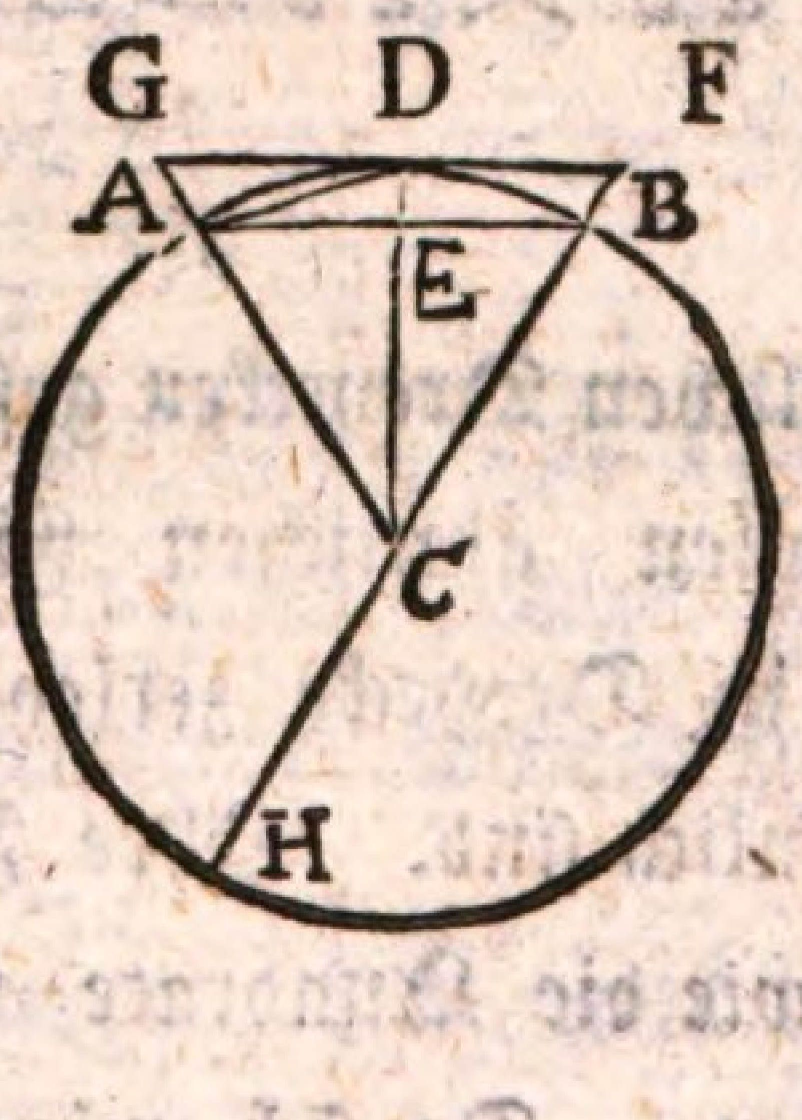


Fig. 72

Nr. 28.

Anleitung

zum

gemeinnützigen Unterricht

für

Handwerker, Künstler u. Fabrikanten

über die

praktischsten Grundsätze

mathematischer, physischer, chemischer und technologischer Kenntnisse.

(Fortsetzung der Seite 216.)

Aus dem vorhergehenden weiß man, daß die Seite eines regulären Sechsecks so groß ist als der Halbmesser des Kreises. Nun nehme man an, daß A B (Fig. 70) die Seite von einem Sechsecke sei, welches im Kreise, und G F die Seite von einem Sechsecke, das um den Kreis beschrieben worden, so wird der Kreisbogen A B kleiner sein als G F, aber grösser als die Seite A B. A B ist aber der sechste Theil von dem Umfange des Vielecks in dem Kreise, folglich verhält sich der Umfang des Sechsecks zu dem Halbmesser, wie 6 : 1; oder zu dem Durchmesser, wie 6 : 2 = 3 : 1. Das Verhältniß des Durchmessers zum Umfange des Kreises, muß demnach größer sein als 1 : 3; aber gewis kleiner als der Durchmesser

des Kreises zum Umfange des äussern Vielecks. Halbiret man den Bogen A B in D, und zieht D A, so giebt diese Linie die Seite von einem regulären Zwölfecke im Kreise, welche ihrem Bogen A D näher kömmt als die Seite des Sechsecks dem Bogen A B. Denn die Linie A D $>$ A E $>$ $\frac{1}{2}$ A B. Würde man A D halbiren, so bekäme man die Seite von einem 24 Eck, die ihrem Bogen noch näher kommen würde als die Seite des Zwölfecks dem ihrigen rc. Durch das Halbiren nähert man sich dem Bogen eines Kreises so weit man will, ohne ihn im eigentlichen Verstande je zu erreichen. Die, dem Bogen zugehörige Seite, läßt sich auf folgende Art leicht berechnen. Gesetzt man soll aus der Seite eines Sechsecks, die Seite eines Zwölfecks finden, wenn der Halbmesser des Kreises bekannt ist. In diesem Falle ist A B = A C. Nun wird A D gesucht. A E = $\frac{1}{2}$ A B, folglich $\sqrt{}$ (A C^q — A E^q) = C E. Von C D = A C, nehme man C E, so bleibt D E nach; also $\sqrt{}$ (A E^q + D E^q) = A D. A B = A C, halte 196 Theile von einem gewissen Maaßstabe, so ist C E = $\sqrt{}$ ($196^2 - 98^2$) = $\sqrt{}$ (38416 — 9604) = $\sqrt{}$ 28812 = 169, 7. Diesen gefundenen Werth für C E, ziehe man von C D = A C = 196, so erhält man für D E = 26, 3. Nun ist A D = $\sqrt{}$ (98^2 + 26, 3^2) = $\sqrt{}$ (9604 — 691, 69) =

$\sqrt{}$

$\sqrt{10295,69} = 101,46$. Daraus sieht man, daß die Seite des Zwölfecks größer ist als die halbe Seite des Sechsecks; und der Umfang des Zwölfecks ist demnach = 2217, 52, woraus sich das Verhältniß des Durchmessers zum Umfange des innern Zwölfecks, wie 1 : 3, 10 ergiebt; ein Verhältniß das schon von dem erstern, 1 : 3 um $\frac{1}{10}$ abweicht, und um eben so viel sich dem Umfange des Kreises genähert hat. Aus der Seite des innern Vielecks läßt sich die Seite des äussern berechnen. Denn die Dreyecke CAB und CGF sind einander ähnlich.

folglich AC : AG = AB : GF
und AC : AG = CE : CD

also CE : CD = AB : GF

mithin ist GF gefunden. Auf die Art verfuhr nun würklich Archimedes, (ein Mathematiker, der vor etwa 3000 Jahre lebte) als er das Verhältniß des Durchmessers zum Umfange des Kreises herausbrachte. Er schloß nemlich den Kreis in ein 96 Eck ein, und fand, daß das Verhältniß des Durchmessers zum Umfange des Kreises, zwischen 1 : $3\frac{1}{7}$ und 1 : $3\frac{10}{71}$ fiel. Das erste ist etwas zu groß, das andere aber etwas zu klein. In ganzen Zahlen sind diese Verhältniße wie 7 : 22 und 71 : 223. Nach dem ersten Verhältnisse rechnet man gewöhnlich in gemeinem Leben, welches aber, wie man abnehmen kann, nicht

genau

genau ist. Nach Archimed, berechnete **Ludolph von Ceulen**, ein holländischer Mathematiker, den Umfang des Kreises weit genauer. Nach ihm ist, wenn der Durchmesser = 1, der Umfang des Keises = 3, 141 592 653 589 793 238 462 643 383 279 50, welcher aber noch etwas zu klein ist, aber schon zu groß wird, wenn man die 0 in eine 1 verwandelt. Von diesen Zahlen kann man nun so viel gebrauchen als man will, und nachdem man mehr oder weniger genau den Umfang des Kreises zu berechnen Lust hat. Oft nimmt man nur 1 : 3, 14, oder in ganzen Zahlen 100: 314, welches einerlei ist mit 7: 22. Schärfer rechnet man nach 1000: 3 141 ꝛc. Nach Ludolph von Ceulen, gab ein Franzose, Namens **Metius** noch ein anderes Verhältniß an, nemlich 113: 355, welches bis auf 6 Dezimalstellen richtig ist.

Eins von diesen Verhältnißen gebrauche man, um darnach den Umfang eines Kreises zu berechnen, wenn der Durchmesser desselben gegeben ist; und eben dadurch verwandelt man die krumme Linie in eine gerade. Diese sehe man nun als die Grundlinie von einem Dreyecke an, dessen Höhe einerlei ist mit dem Halbmesser des Kreises. (Denn die Höhe CE bei einem Vielecke nähret sich immer mehr und mehr dem Halbmesser des Kreises, je mehr Seiten das Vieleck hat; also bei einem Vielecke

ecke von unendlich vielen Seiten, welches der Kreis selbst sein muß, ist die Höhe einerlei mit dem Halbmesser.) Multiplicirt man demnach den Umfang des Kreises mit dem halben Halbmesser oder mit dem vierten Theile von dem Durchmesser des Kreises, so erhält man den Flächen Inhalt desselben. Oben haben wir A C für 196 Theile angenommen, mithin ist B H = 392. Rechnet man nun nach dem Verhältnisse von 100 : 314, so ist der Umfang = 1240, 88. Denn 100 : 314 = 392 : 1240, 88. Multiplicirt man diesen mit dem vierten Theil von 392 = 98, so hat man 121606, 24□theile für den Inhalt der Kreisfläche. Ist der Umfang gegeben, so findet man den Durchmesser, wenn man, wie 314 : 100 rechnet. Wenn man sich über dem Durchmesser eines Kreises, ein Quadrat beschrieben vorstellet, und der Durchmesser wäre = 100; so ist der Inhalt des Quadrats = 100 × 100 = 10000. Die Kreisfläche welche zu diesem Durchmesser gehöret, ist = $\frac{314 \times 100}{4} = \frac{31400}{4} = 7850$; folglich verhält sich das Quadrat des Durchmessers, zum Inhalte des Kreises, wie 10,000 : 7850, oder wie 1000 : 785, oder auch, wie 200 : 157. Dies Verhältniß ist nicht scharf genug, doch aber zu den gewöhnlichen Rechnungen, hinlänglich.

Nach

Nach diesem Verhältnisse läßt sich die Kreisfläche aus dem Durchmesser berechnen, ohne daß man den Umfang nöthig hat vorher zu finden; und den Durchmesser, wenn der Inhalt des Kreises bekannt ist.

Aufgabe. Der Durchmesser eines Kreises sei 2′ 4″ zwölftheiliges Maaß; was ist der Quadrat Inhalt der Kreisfläche?

Auflösung. Von dem gegebenen Durchmesser, nehme man das Quadrat, und rechne nach dem Verhältnisse von 200 : 157, so erhält man die Kreisfläche.

$200 : 157 = 28^2 : 599,74\square'' = 4\square'$ $24\square''$ beinahe.

Aufgabe. Die Fläche eines Kreises sei $= 5342\square''$ wie viel beträgt der Durchmesser desselben?

Auflösung. Rechne nach dem Verhältnisse von 157 : 200, und aus der vierten Zahl ziehe die Quadratwurzel, so ist diese = dem Durchmesser des Kreises.

$$157 : 200 = 5342 : 6805.$$

Der Durchmesser ist demnach $= \sqrt{6805} = 82\frac{1}{2}''$.

Die Kreisflächen verhalten sich, wie wir bei ähnlichen Flächen gezeigt haben, wie die Quadrate ihrer Durchmesser. Verhalten sich demnach die Durchmesser von zwey Kreisen, wie 2 : 3, so ist ihr Flächen Inhalt wie $2^2 : 3^2 = 4 : 9$, oder der letztere Kreis ist $2\frac{1}{4}$ mal größer als der erste.

Aufgabe. Den Inhalt des Ringes zwischen zweyen concentrischen Kreisen zu finden.

Auf-

Auflösung. Multiplicire den Unterschied von den Quadraten der beiden Durchmesser mit 314, und dividire das Produkt durch 100, so giebt der Quotient den Inhalt des Ringes.

Der eine Durchmesser sei 3′, der andere 4′; so ist der Inhalt des Ringes zwischen beiden Kreisen $= \frac{(16-9)\,314}{100} = 21,\ 98 \square''$

Beweis. $100 : 314 = 3 : \frac{3 \times 314}{100}$

$100 : 314 = 4 : \frac{4 \times 314}{100}$

Nun verhalten sich die Kreisflächen wie die Quadrate ihre Durchmesser; also ist der Ring $= \frac{4^2 \times 314}{100} - \frac{3^2 \times 314}{100} = \frac{(4^2 - 3^2)\,314}{100}$.

Aufgabe. Den Inhalt des Ausschnittes A C B zu berechnen.

Auflösung. Berechne aus dem gegebenen Durchmesser den Inhalt des Kreises, und messe den Winkel des Ausschnittes A C B. Schliesse hierauf wie 360°: A C B, so der Inhalt des Kreises zu dem Inhalte des Ausschnittes.

Z. B. der Winkel A C B sei = 60°, und der oben gefundene Inhalt des Kreises war = 121 609, 24 □ Theile, folglich ist der Inhalt des Ausschnittes = 20 267, 71 Quadrattheile.

Denn 360 : 60 = 121 606, 24 : 202 : 6067, 71 Quadrattheile.

Aufgabe. Den Flächen Inhalt des Abschnittes ADB zu berechnen.

Auf-

Auflösung. Berechne den Flächen Inhalt des Ausschnittes ACB, ziehe von diesem den Inhalt des Dreyecks ACB ab, so ist der Unterschied dem Inhalte des Abschnittes gleich.

Z. B. Der Inhalt des Ausschnittes war 20267, 71 □ Theile. AB ist = 196, und CE berechneten wir zu 169, 7; folglich ist △ ACB = $\frac{196 \times 169,7}{2}$ = 16630, 60. Also der Abschnitt ADB = 20267, 71 − 16630, 60 = 3637, 10 □ Theile.

Aufgabe. Den Flächen Inhalt von einem gegebenen Bogen (Fig. 71) zu finden.

Auflösung. Messe die Sehne AB, und halbire selbige in E. Aus der Mitte derselben richte die Perpendicularlinie DE auf, welche die Höhe des gegebenen Bogens ist. Finde zu DE und AE die dritte Proportionallinie, welche EF ist. Zu dieser addire DE, so hat man den Durchmesser des Kreises. Halbire denselben, so ergiebt sich der Mittelpunkt des Kreises. Nun berechne man den Inhalt des Ausschnittes, und ziehe von diesem den Inhalt des Dreyecks ACB ab, so ergiebt sich der Flächen Inhalt des Bogens ADB.

Die Sehne AB sei = 288 Theile von einem angenommenen Maaßstabe, und nach eben demselben sei DE = 58. Also ist DE : AE = AE : EF, oder 58 : 288 = 288 : 1430. folgl. EF + DE = 1430 + 58 = 1488 = DF, mithin DC = 744. Der Inhalt des Kreises ist = 1737984 □ Theile. Gesetzt der Bogen ADB sei = 100°, so ist des Ausschnittes Inhalt = 482773 □ Theile, und das △ ACB = $\frac{AB + EC}{2}$ = $\frac{288 + 686}{2}$ = 98784 □ Theile. Demnach der Inhalt des Bogens = 482775 − 98784 = 383989 □ Theile.

Nr. 29.

Anleitung
zum
gemeinnützigen Unterricht
für
Handwerker, Künstler u. Fabrikanten
über die
praktischsten Grundsätze
mathematischer, physischer, chemischer und technologischer Kenntnisse.

(Fortsetzung der Seite 208.)

An einigen Orten gebrauchen sie dafür eine Walze, die in 6 Flächen abgetheilet ist, und durch Kürbel beweget werden. An der Walze befinden sich 6 Eimer in Gestalt einer umgekehrten und unten offnen Pyramide. Diese Arbeit wird so lange fortgesetzt, bis das Wasser vielen Schaum bekommen hat. Alsdann sprengen sie mit einer Feder auf diesen Schaum ein wenig Baumöl; das Baumöl zertheilt den Schaum in zwey Theile, durch welche man eine Menge von Klumpen gewahr wird, dergleichen man in einer geronnen Milch sieht. Man läßt es alsdann sich setzen, und das Wasser welches ganz klar ist, ablaufen. Den Schlamm nimmt man heraus, thut ihn in tuchene Filtrirsäcke, um das Wasser, was er noch bei sich führet,

ret, ablaufen zu lassen. Alsdann schütten sie die Materie in Kasten die $\frac{1}{2}$ Zoll in der Höhe haben, aus, um sie trocken werden zu lassen.

Ist der Indigo ächt, so ändert er seine Farbe von der Vermischung mit Säuren nicht, zergeht ganz im Wasser und verbrennt im Feuer ganz; ist er recht gut, so ist er dicht, nicht erdigt, und im Bruche von hoher Kupferfarbe. In Europa erhalten wir ihn theils aus Ostindien, theils aus Amerika und theils von den westindischen Inseln. Der feinste und theuerste Indigo ist der Javanische, welchen die Holländer von ihrer ostindischen Insel Java nach Europa bringen. Der Guatimala Indigo folgt in Ansehung der Güte dem Javanischen. Er kommt aus dem spanischen Amerika, und besteht gewöhnlich aus unformlichen Stücken, sieht äusserlich und besonders auf dem Bruch dunkel- oder hochblau aus, hat im Bruch viele kleine weisse Pünktchen oder Blumen und ist dabei leicht und sanft im Anfühlen. Der Domingo Indigo hat der Güte nach, den dritten Platz. Er kommt in kleinen Stücken, und ist äusserlich grau blau, im Bruch muß er aber violet seyn und kleine weiße Punkte oder Blumen haben; er ist auch schwerer und harter als der Guatimala Indigo. Der Caroliner Indigo ist der schlechteste. Er ist im Bruche grau blau, hart und

sandig, und hat bei weiten nicht so viel Kraft beym Färben, als der von St. Domingo.

Die Bereitung des Waids.

Der Waid ist ein Farbenkraut, welcher eine blaue Farbe liefert. Dieses Kraut wächst am häufigsten in Deutschland und Frankreich. Ehe die Holländer, im 17ten Jahrhundert, den Indigo nach Europa brachten, wurde dieses Farbenkraut von den Färbern allein zur blauen Farbe angewendet. Thüringen war sehr berühmt, so wohl in Ansehung der Cultur als auch des Handels wegen, mit diesem Kraute. Nach der Einführung des Indigo in die Färberey, ist dieser Handel sehr gesunken. Waid, giebt eine feste dauerhafte, aber keine so schöne blaue Farbe als der Indigo. Im Grunde ist die erste Farbe auch kostbarer als die andere. Denn mit Waid allein zu färben, kostet ohngefähr sechsmal so viel als mit Indigo. Vor einigen Jahren hat ein berühmter Schönfärber in Bremen, Namens Ruhlenkamp, die Kunst erfunben, aus dem Waid eine eben so schöne blaue Farbe zu verfertigen als aus dem Indigo. — Die gewöhnliche Zubereitung des Waids zur blauen Farbe, geschieht auf folgende Weise: Die Blätter werden von der Waidpflanze, wenn sie gelb geworden sind, abgeschnitten, gewaschen und getrocknet. Hierauf auf eine eigene Mühle die

im

im ganzen genommen, einer Oelmühle gleichet, gebracht, durchgemahlen oder auch gestampft, nachdem die Mühle eingerichtet ist. Denn in kleinen Ballen in der Größe eines Hünereyes geformet. So zubereitet, verkauft der Landmann, dem Manufacturisten den Waid. Dieser bereitet ihn nun, durch Hülfe der Gährung zum Farbenprodukte. Die kleinen Bälle werden klein zerrieben, und auf einem steinernen Fußboden, unter einem, mit einem Dache versehenen Schopen hingelegt, mit Wasser angefeuchtet, wodurch der Waid in Fäulniß übergehet, welche sich durch einen üblen Geruch äußert. Auf dem Steinpflaster wird diese faulende Masse, so lange auseinander gerühret bis er ganz trocken geworden ist, und gar keinen üblen Geruch mehr von sich giebt. Dieß ist das Kennzeichen, daß die blaue Farbe des Waids völlig zubereitet ist.

Meine Absicht ist in diesen Blättern, die chemischen Grundsätze der Farbekunst, nach und nach abzuhandeln, und zwar so, wie mich die Bearbeitung einzelner roher Produkte, die besonders eine starke Wirkung auf den Farbestoff äussern, darauf führen wird. Ich werde daher hier mit der Bereitung der Indigo- und Waidküpe den Anfang machen. Diese beiden Farbestoffe gehören aber nicht zu denen, aus welchen sich das färbende Wesen durch Wasser ausziehen lassen, sondern die Be-

stand-

standtheile ihrer Mischung sind von der Art, daß man sie zu dem Gummiharzigten rechnen muß.

Alle Farkestoffe, die aus einergummigten und schleimigten Mischung bestehen, und deren es eine grosse Anzahl im Pflanzenreiche giebt, sind durch Wasser ausziehbar. — (Eben so wie Gummi, oder der schleimigte Körper, der aus der Rinde einzelner Bäume durch die Sonnenwärme herausquillt, sich vollkommen im Wasser auflöset. Dahin gehöret das arabische Gummi, Gummi von Senegal, auch dasjenige was aus den Kirsch- und Pflaumenbäumen schwitzt. Ein solcher Körper unterscheidet sich im wesentlichen von dem, den man einen Harzigten nennt. Diese lösen sich nicht im Wasser, sondern in Weingeist und Oeauf. Man gewinnet sie aus den Nadelhölzern durch eine unterwerts gehende Destillation. Hieher gehöret auch das Pich, der Terpentin, der Balsam von Mecca. rc. rc. — Noch giebt es Körper die weder im Wasser noch im Weingeist, sondern in Oelen anflösbar sind, und die man unter dem Namen der Gummiharze begreift. Dahin gehöret das Feder- oder elastische Harz. (Caouthouk) welches aus einer Art von wilden Feigenbäumen, die an den Amazonen Flus in Amerika wachsen, kömmt, und so lange es frisch ist, sich in allerlei Gestalten formen läßt. Es löset sich am besten in ätherischen Oelen

auf;

auf; besonders in Rosmarin- und Terpenthinöl durch die Wärme. Auch gehöret hieher das sogenannte **Teufelsdreck**, ein harzigter Saft aus der Wurzel eines persianischen Krauts. —) Allein diese Farbestoffe, die sich auch durch Wasser ausziehen lassen, würden sich auch durch eben diesen Körper wieder abwaschen lassen. Daher sind noch andere Mittel nöthig, welche die Farben gehörig befestigen. Man begreift diese in der Färberey unter dem Namen der **Beitzmittel**, worzu vorzüglich die Salze geschickt sind. Zu allen durch Wasser ausziehbaren Farbestoffen, bedienet man sich des Alauns, eines Mittelsalzes, wovon in der Folge das nähere vorkommen soll. Zu eben diesem Zwecke lassen sich aber auch die metallischen Mittelsalze gebrauchen. Außerdem, daß diese Beitzen das Gewebe der Waaren mehr aufschliessen uud für die Farbestoffe durchdringlicher machen, geben sie oft selbst dem Zeug schon eine Farbe, welcher als ein haltbarer Grund für die eigentliche Farbe dienet. Nach diesem Beitzen wird nun der Zeug, nachdem er abgewaschen und getrocknet worden, in die Farbebrühen gebracht, und entweder in einem oder verschiedenem, ausgefärbt. Allein alle diese Beitzmittel sind nicht im Stande den Farben den nemlichen Grad von Festigkeit zu geben; und hierauf gründet sich das ächt und unächt Farben der Zeuge. Aechte Farben sind solche, die nicht leicht von sauren Sub-

Substanzen zerstöhrt, noch bald von der Luft und Sonne ausgezogen oder geändert werden. Das Gegentheil oder da **Verschiessen** erfolgt bey unächten oder schlecht Farben. Mit den erstern beschäftigen sich die **Schön**färber, mit den letztern die **Schlechtfärber**. Um das folgende besser verstehen zu können, muß man die Erklärung von einzelnen Redensarten, die in der Färberei vorkomen, bemerken. **Küpe** heißt entweder das Gefäß, Kufe, oder auch die Farbebrühe selbst. Das, was sich aus lezterer nieder schlägt, nennet man das **Mark**. Die Küpe mit **Kalk speisen**, heißt Kalk hinzusetzen; sie **lüften**, heißt sie öfnen oder aufdecken. Die **Blume** heißt der blaue oder grüne Schaum. Dieser rühret von dem entwickelten flüchtigen Laugensalze her, welches, wie aus dem vorigen bekannt ist, die blauen Pflanzensäfte, grün macht. Nachdem dieses verflogen ist, kommt die blaue Farbe wieder.

Auf die Verfertigung einer Indigküpe kömmt in der Färberey viel an. Man bereitet eine **warme** und eine **kalte**. Aus der ersten wird dunkelblau gefärbt, und gewöhnlich wird sie auf folgende Art zusammengesetzt:

Nachdem eine Küpe mit Wasser angefüllet worden, wirft man einige Hände voll abgewaschenen Kleyen

hinein,

hinein, und wenn sie eine halbe viertel Stunde gekocht haben, thut man auf ein Pfund Indigo ein Pfund Färberröthe hinzu, läßt sie noch einige Zeit kochen und sich dann setzen. Hierauf wird von dieser Brühe genommen, und der Indigo auf einer Mühle mit Wasser zu einem feinen Pulver gemahlen, und in die Küpe gegossen. Die Küpe wird hierauf bedeckt, und um selbige Kohlen gelegt, welches man auch den folgenden Tag thut. Die Küpe wird hierauf ein paarmal umgerührt, und so fährt man auch mit Erwärmen und Umrühren den dritten Tag fort. Entsteht nun am vierten Tage durch das Umrühren, ein blauer Schaum, und die Brühe wird dunkelgrün, so ist dies ein Merkmal, daß die Küpe angefüllt werden müsse. Man kocht dieserwegen in einem andern Kessel, wiederum Pottasche, Krapp und Kleyen mit einander, und füllt mit der Lauge die Küpe voll, aus welcher alsdann, so bald die Brühe mit einer kupferfarbigten Haut bedeckt wird, und dieselbe, wenn sie mit der Hand bewegt, grün erscheint, die aus Wolle gewebten Zeuge, gefärbt werden können.

Nr. 30.

Anleitung
zum
gemeinnützigen Unterrrichte
für
Handwerker, Künstler u. Fabrikanten
über die
praktischsten Grundsätze
mathematischer, physischer, chemischer und
technologischer Kenntnisse.

(Fortsetzung der Seite 232.)

Die kalte Indigküpe.

Diese wird aus Indig, Pottasche, grünem Vitriol uud Kalk gemacht. Man löset nemlich in einem Gefäs den grünen Vitriól im Wasser auf, und in einem andern Gefäs werden Indig und Pottasche mit einander dirigirt, (das heißt sie werden in einem verschlossenen Gefäße einem gewissen Grad von Wärme ausgesetzt, daß sie sich in Dämpfe auflösen und in Tropfen wieder zusammen fallen) wodurch der Indigo aufquillt und zu einem dicken Syrup wird. Dieser blaue Saft wird in das Gefäs; worin sich der auf-

 geló-

gelösete Vitriol befindet, gegossen und umgerührt, bald darauf aber Kalk zugesetzt, und die ganze Vermischung etlichemal des Tages umgerührt. Nach ein, zwey, drey Tagen, nachdem die Luft mehr oder weniger warm ist, erhält die Brühe eine grüne Farbe, und auf der Oberfläche zeigt sich ein blauer Schaum; alsdenn ist dieselbe zum Färben geschickt. In dieser Küpe werden Leinwand und Baumwolle gefärbt, welche dadurch eine feste blaue Farbe erhalten.

Die Waid- und Indigküpe.

In eine hölzerne Küpe von 7 Schuh Tiefe und 5 Schuh Weite, werden 400 ℔ Waid gethan, hievon 30 ℔ mit 20 ℔ Färberröthe und einer Mulde Kleien abgekocht, und nach dem Setzen auf den Waid geschüttet, und hierauf werden 8 — 10 ℔ Kalk auf jenen Satz hiezugemischt. Nach der Stärke die man der Farbe geben will, setzt man alsdenn 10 — 30 ℔ Indig zu, und rührt diese Küpe gehörig. Wenn sich alsdenn blaue Adern und ein kupfriger blauer Schaum zeigt, ist sie zum Färben tauglich, und kann an ein Jahrlang gebraucht werden, wo man ihr nur nach dem Färben einen Zusatz von Kalk und Indig zu geben hat. Sie dient vorzüglich zum Färben der Wolle.

Das

Das Färben aus der Küpe wird folgendermassen veranstaltet: Man bringt in die Küpe einen Reif von Eisen oder Kupfer, der so weit als die Küpe ist, und inwendig ein Netz oder Gitter von Stricken oder Leinen hat. Dieser Reif welcher das Trifft heißt, wird mit Stricken an die Hacken befestiget, welche sich am Rande der Küpe befinden. Einige bedienen sich auch noch überdieß eines Netzes, welches sie über das Trifft ausspannen. Dieses sowohl als das Trifft, ist nöthig, damit nicht die Wolle, oder das Tuch, auf den Bodensatz komme und durch denselben verunreiniget werde. Ist diese Anstalt genommen, so wird das Tuch oder der Zeug, welcher vorher mit bloßem Wasser benetzt worden, in die Küpe gelassen und vermittelst zwey kleiner Hacken von dem Färber durchgezogen, oder, wie sie sagen, herumgenommen. Dieses Durchziehen wird sechs= und mehrmahl wiederholt, bis das Tuch oder der Zeug diejenige Farbe hat, die es bekommen soll. Hierauf wird das Tuch herausgenommen, und sogleich auseinander geschlagen nnd gelüftet, damit es geschwinde vergrune und die blaue Farbe erhalte. Denn das Tuch oder der Zeug hat, wenn er aus der Küpe kömmt, eine grüne Farbe, welche sich alsdenn an der Luft in eine blaue verwandelt. Diese Verwandlung wird das **Vergrunen** genennt. Das Tuch oder der Zeug wird alsdenn in reinem oder fliesːsen.

sendem Wasser reingespühlt, an einem schattigen, aber luftigen Ort aufgehängt und getrocknet.

Bei allen Indigküpen kommt es hauptsächlich auf die Gährung an, durch welche so wohl der Indigo als der Waid, aufgeschlossen wird. Der Kalk scheidet die gelben Farbentheile des Indigs; der Vitriol befördert vermöge seiner Säure eine bessere Auflösung und scheidet auch den Kalk wieder aus der Brühe; Die Färberröthe wird deswegen hinzugethan, um die blaue Färbe durch einen violetten Schiller höher zutreiben. Die Weitzenklei sezt man wegen der schleimigen, Theile zu.

Anmerkung. Der Krapp oder die Färberröthe, ist eine strauchartige Pflanze, die der Wurzel wegen gezogen wird. Die Stengeln dieser Pflanze, gehen gänzlich sammt den Blättern zu Grunde, aber die Wurzeln bleiben auch den Winter hindurch. Sie haben eine beträchtliche Länge, bestehen aus Gelenken oder Absätzen, haben eine fleischigte, aussen dunkelrothe, nach innen zu und in der Mitte aber, eine blässere Substanz, und treiben viele Nebenwurzeln. Sie wird am besten in Seeland, nächstdem in Flandern, in der Pfalz, in Schlesien und in Elsaß, sehr häufig gebauet. In Seeland wird die ausgegrabene Röthe erst sortiret, dann ausgebreitet und getrocknet; hierauf auf der Dreschtanne ausgedroschen; dann wird sie in den Darren auf Haartücher gedörrt, von da kömmt sie ins Stampfhaus, wo sie in einem Grubeubaum durch Stampfen zerstoßen wird. Nach der Stampfe wird die Röthe in

einer Kufe gesiebt, und nun nach dem einmaligen Stampfen Mull-Krapp oder Staubröthe, genannt, die aus der äußern Schale der Wurzel besteht. Was im Siebe zurück bleibt, wird zum zweytenmale zerstoßen; das Zerstoßene darauf gesiebt, und heißt nun unberoofde Krapp. Was im Siebe zurückbleibt, wird zum drittenmale zerstoßen, bis alles gleichsam in Staub verwandelt ist, und heißt beroofde Krapp, welcher der feinste und schönste ist. Man muß den Krapp vor der Luft wohl verwahren, damit er seine Kraft nicht verliehre. Der frische Krapp giebt eine lebhaftere, der ältere aber mehr Farbe; wird er zu alt, so verliehrt er die Farbe, besonders die Lebhaftigkeit derselben.

Nach der Meinung des Herrn Bergrath Pörner, befördert der Krapp, als Zusatz bei der Indigo Küpe, die Gährung. Sehr viel kömmt bei der Zubereitung der Küpe auf den rechten Zeitpunkt an, wenn der Kalk zugesetzt wird, und auf die gehörige Menge desselben an. Weil in beiden Fällen, wenn der rechte Zeitpunkt nicht getroffen, oder vom Kalk zuviel zugesetzt wird, die Küpe keine Kraft zum Färben hat, oder dieselbe wohl gar zu verliehren scheint. Wird der Kalk, ehe die Gährung oder das Treiben der Küpe vollbracht ist, zu zeitig gegeben, so erhält die Küpe eine schwarze Farbe, der Geruch derselben wird scharf; und wird ein kleines Stück Tuch in selbige gehängt, so nimmt es keine oder nur eine schmutzige Farbe an. In diesem Falle sagen die Fär-

Färber: die Küpe steht schwarz, oder ist verschärft; es wissen sich aber dieselben bei diesem Unfall zu helfen, indem sie etwas Färberröthe und Kleyen kochen, und in die Küpe bringen, wodurch sie wieder zu gähren oder zu treiben anfängt, und wieder in den vorigen Zustand kömmt.

Ein anderer und noch viel gefährlicherer Umstand ist, wenn die Küpe den Kalk nicht in zureichender Menge und spät erhält, das ist, wenn man die Gährung zu weit hat kommen lassen. Diesen gefährlichen Zustand pflegen die Färber das **durchgehen** der **Küpe** zu nennen. Man erkennt diesen mißlichen Zufall, wenn der blaue Schaum, der sich sonst nach dem Ausrühren auf der Küpe zeigt, sich verliert, und statt dessen, ein grauer zum Vorschein kömmt, und die Brühe eine gelbe Farbe und einen entsetzlichen Gestank von sich giebt, welcher je länger je heftiger wird. Man hat lange gezweifelt, ein Mittel wider dieses so gefährliche und den Färbern so schädliche Uebel, ausfündig zu machen. Doch haben einige sich noch bisweilen zu helfen gewußt, besonders im Anfange; in welchem Falle einige ein oder, nachdem die Küpe beschaffen gewesen, zwey Loth Vitriolöl zugesetzt, und andere sich des Kochsalzes und Operments bedienet, wodurch die Küpe wieder hergestellet worden ist. Ein berühmter Franzose, Namens Di-

yon,

yonvall, hat eine ungeschlagene Küpe, durch den Kalk wieder zuerst hergestellet. Er giebt auch die Regel, beim Ansatz einer Küpe den 30sten Theil des Waids an Kalk zu nehmen, und nachher nie mehr als den 60sten Theil Kalk zuzusetzen.

Die Zubereitung des sächsischen Blau.

Man reibt 8 Loth von dem besten Indig zu einem zarten Pulver, thut solches in ein gutes irdenes Gefäß, und gießt ein Pfund gutes Vitriolöl darauf, rührt alles mit einer steinernen Keule wohl durcheinander und läßt es 24 Stunden stehen. Alsdenn gießt man acht und drey viertel Pfund Wasser dazu, rührt es wieder gut durcheinander, und füllt es in eine gläserne Flasche. Das, was sich mit dem Wasser nicht vereinigt hat, reibt man mit der steinernen Keule klar, indem man etwas Wasser zugießt, und füllt es zu dem ersten in die Flasche, und auf diese Weise fährt man fort, bis man alles mit dem Wasser vereiniget hat. Um hiermit zu färben, so kocht man ein Pfund Tuch mit fünf Loth Alaun und einem Loth Weinsteincrystall, eine Stunde lang, und läßt es in dem kalt gewordenen Bade vier und zwanzig Stunden liegen. Hierauf läßt man das Wasser in dem Kessel zur Brühe heiß werden, und wenn es ins Kochen kömmt, so gießt man von der Indigtinctur fünf

fünf viertel Pfund dazu, rührt die Brühe wohl um, und bringt das vorbereitete Tuch hinein, welches man eine halbe oder drey Viertelstunden lang kochen läßt. Alsdann windet man es heraus und spühlt es rein. Das Tuch erhält eine dunkelblaue Farbe. In die rückständige Brühe bringt man, nachdem man den Kessel wieder mit warmen Wasser voll gefüllt, noch ein dergleichen Stück Tuch, welches man eine halbe Stunde oder so lange kochen läßt, bis es fast alle Farbe aus der Brühe an sich genommen. Das Tuch erhält eine himmelblaue Farbe.

In der ganzen Färberey läßt sich die Wolle am allerleichtsten färben, schwerer die Leinwand und die Seide, am allerschwersten aber die Baumwolle. Daher muß man sich bey der letztern ganz anderer Beitzmittel bedienen, als bei den beyden ersten Waaren.

Zu der Auflösung des Indigs in Vitriolöl, nehme man eine reichliche Menge Wasser und reibe die Mischung recht durcheinander; denn auf die Art werden die färbenden Indigtheile sehr verdünnt und dadurch geschickt gemacht, desto leichter und besser in die Fasern des Tuchs einzudringen und mit selbigen sich zu vereinigen. Auch erreicht man dadurch den Vortheil, daß man die Brühe, während des Färbens, nach Belieben nach und nach verstärken und das Tuch gleichförmiger färben kann, als wenn die Indigauflösung mit wenigem Wasser verdünnt und zugesetzt worden.

Nr. 31.

Anleitung
zum
gemeinnützigen Unterricht
für
Handwerker, Künstler u. Fabrikanten
über die
praktischsten Grundsätze
mathematischer, physischer, chemischer und technologischer Kenntnisse.

(Fortsetzung der Seite 224.)

Bisher haben wir in der Geometrie nur von Figuren gehandelt, die alle in einer Fläche lagen; jetzt müssen wir aber auch solche betrachten, wobei dieses nicht mehr der Fall ist, sondern wo sich die eine in einer Fläche befindet die über der andern liegt. Dergleichen Lagen lassen sich freylich nicht zeichnen, und daher muß man bei solchen Dingen der Vorstellung durch andere Mittel zu Hülfe kommen. Thut man dieses, so wird die Sache weit leichter und die Schwierigkeiten fallen weg, die sich sonst bei Zeichnungen dieser Art, häufig ereignen. Um die Sache nicht zuweit auszudehnen, wollen wir hier die vornehmsten Sätze von

den Flächen kurz zusammen ziehen, und alsdann zu der Ausmessung der Körper übergehen.

Die Lage einer Fläche wird durch drey Punkte, die nicht in einer geraden Linie liegen, völlig bestimmt, so wie zwey Punkte die Lage einer geraden Linie angeben. Jedes geradlinigtes Dreyeck liegt also in einer Fläche.

Vier Punkte, und noch weniger fünf derselben und mehrere, bestimmen dieses so genau, als drey Punkte.

Fig. 73.

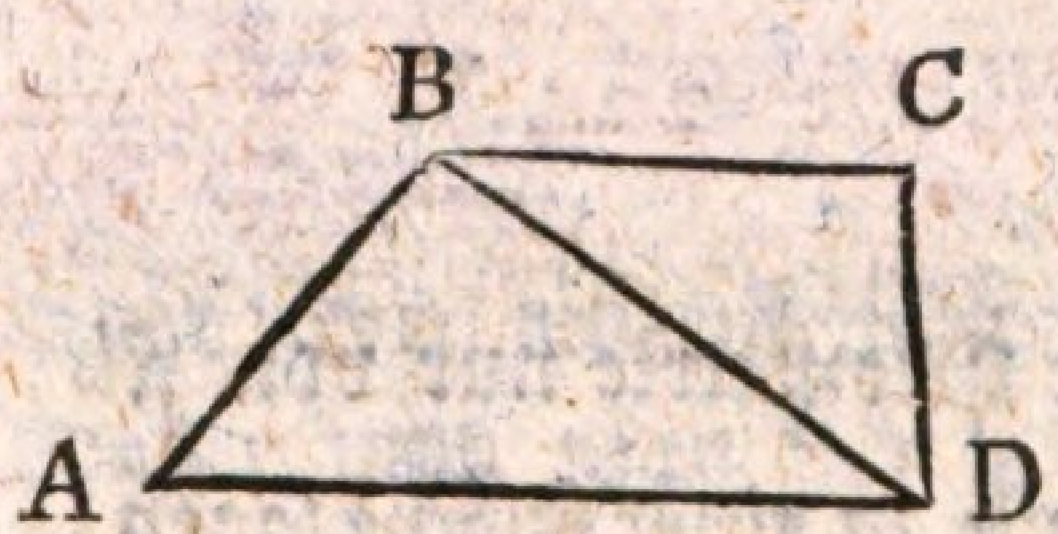
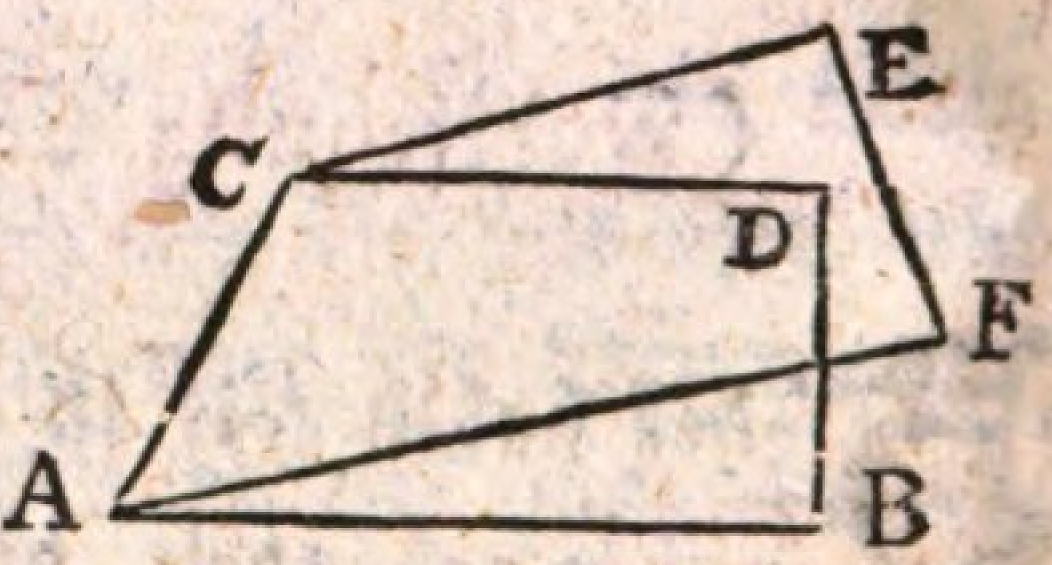


Fig. 74.



Denn man nehme die vier Punkte A, B, C und D an, (Fig. 73.) so kann man, wenn die Linie B D, im Vierecke A B C D gezogen wird, das Viereck nach der Linie BD falten, so daß das △ B C D in eine andere Fläche zu liegen kömmt als △ ABD. Aber dieß ist nicht der Fall für die drey Punkte A, B und D.

Zwey Flächen A B C D und A C E F (Fig. 74.) schneiden sich in einer geraden Linie A C.

Um sich davon zu überzeugen, braucht man nur ein Stück Papier so zu falten, daß ein Theil desselben über das andere hervorragt, so wird man leicht

gewahr

gewahr werden, daß beide Stücke sich in einer gera- den Linie schneiden.

Den Winkel, oder die Neigung von zweien Flä- chen ABCD und ACEF, (Fig. 75), findet man, wenn man zwei Linien GH und HK, in den beiden Ebenen zieht, die beide senkrecht auf der Durch- schnittslinie AC der beiden Fächen stehen. Oder der Winkel GHK, ist gleich dem Winkel den die bei- den Ebenen mit einander machen.

Fig. 75.

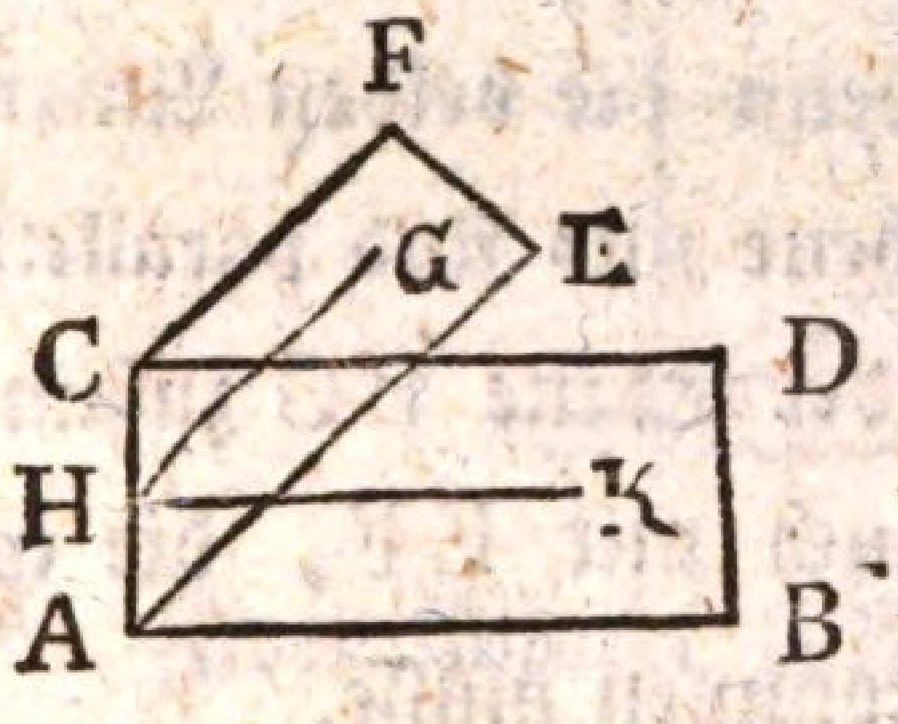
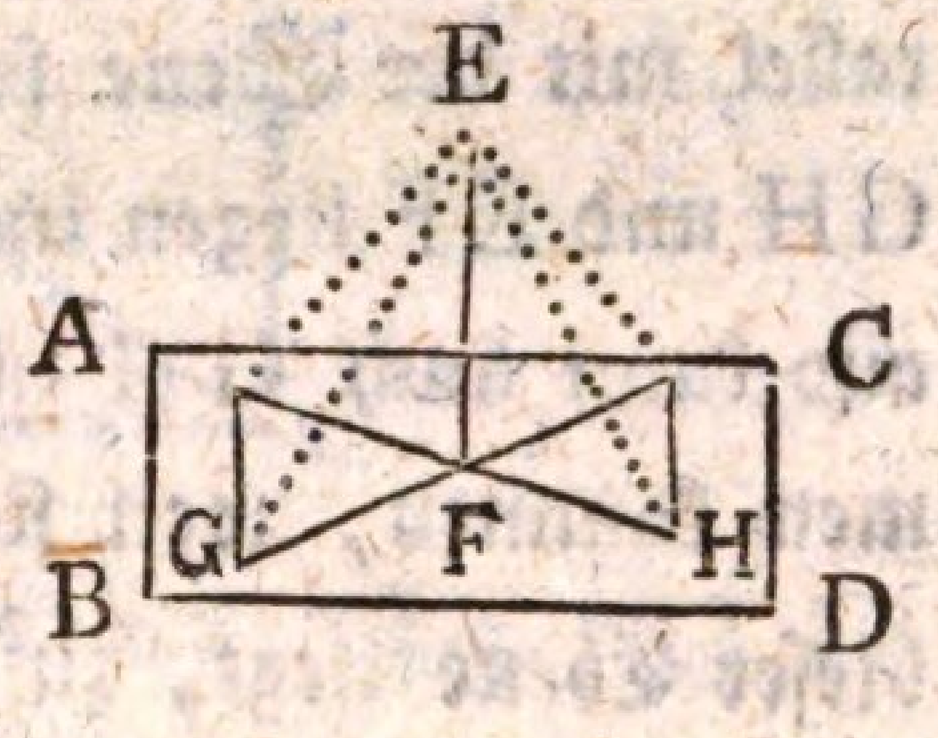


Fig. 76.



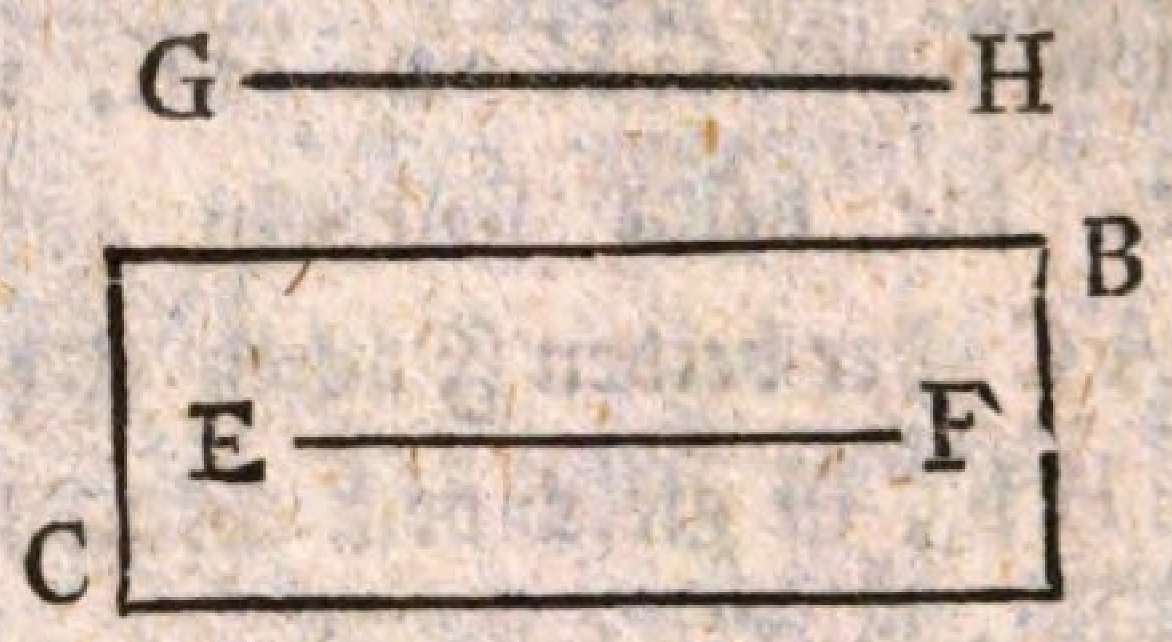
Eine Linie EF, (Fig. 76.) die mit zwey oder mehreren Linien, die in einer Ebene liegen, rechte Winkel macht, steht auf der Ebene senkrecht.

Davon kann man sich recht gut überzeugen, wenn man einen Stift, gerade auf einer Ebene aufrichtet, und von dem Endpunkte C desselben, nach den Linien GF, FH ꝛc. die in der Ebene BC gezogen, und die einander gleich gemacht worden sind, Zwirnfäden zieht, so werden dadurch Dreyecke entstehen, die sich einander gleich und rechtwinklicht sind.

Hier-

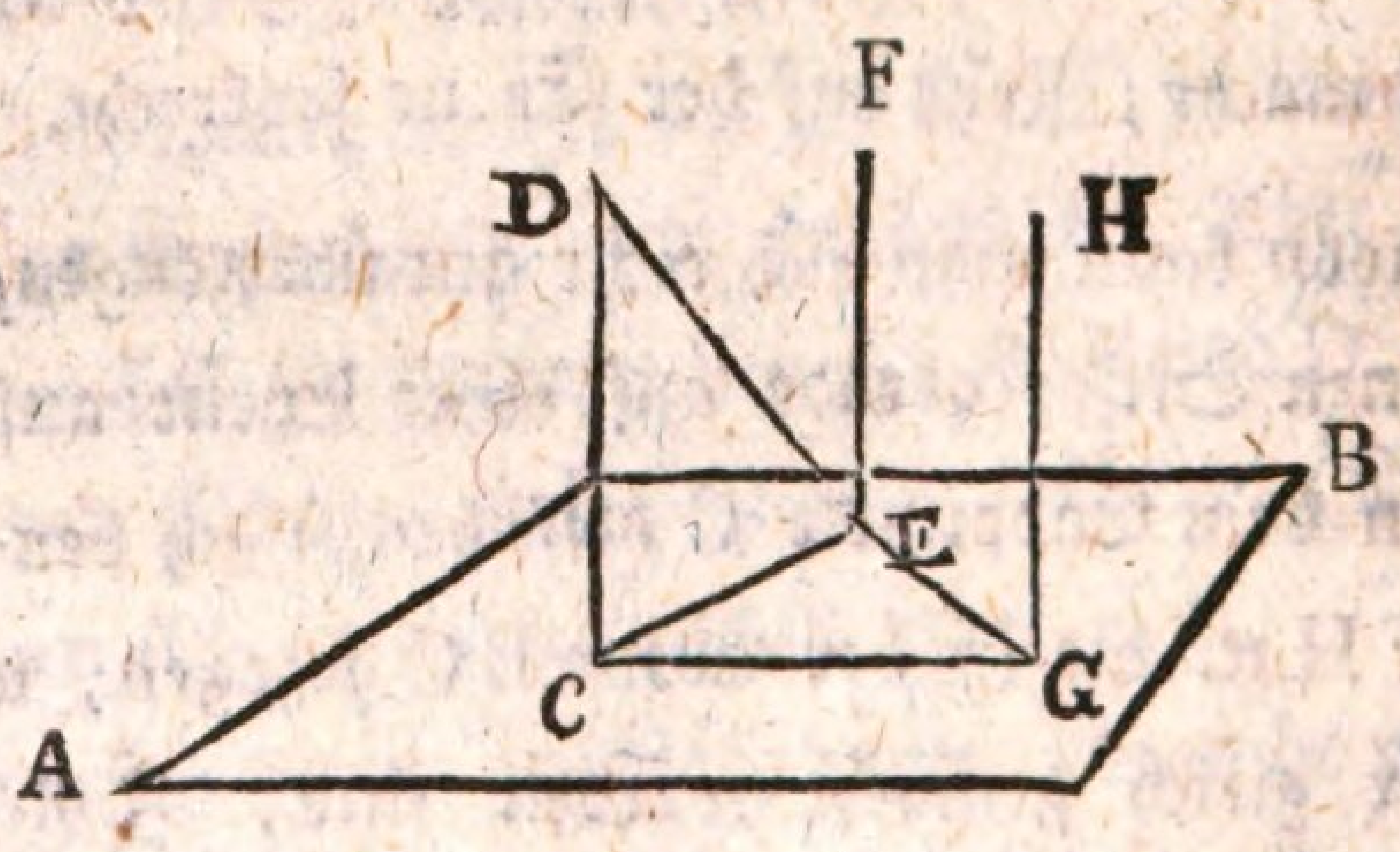
Hieraus erhellet auch, daß die senkrechte Linie die kürzte von allen ist, die auf eine Ebene gezogen werden kann.

Fig. 77.



Eine Linie GH, (Fig. 77.) die mit einer Linie EF in der Ebene BC gezogen, parallel geht, ist auch parallel mit der Ebene selbst. Denn die beiden Linien GH und EF liegen in einer Ebene und sind parallel; also kann auch GH nicht mit der Ebene BC zusammen kommen, weil sie sonst auch mit EF, die in dieser Ebene liegt, zusammen kommen müsse.

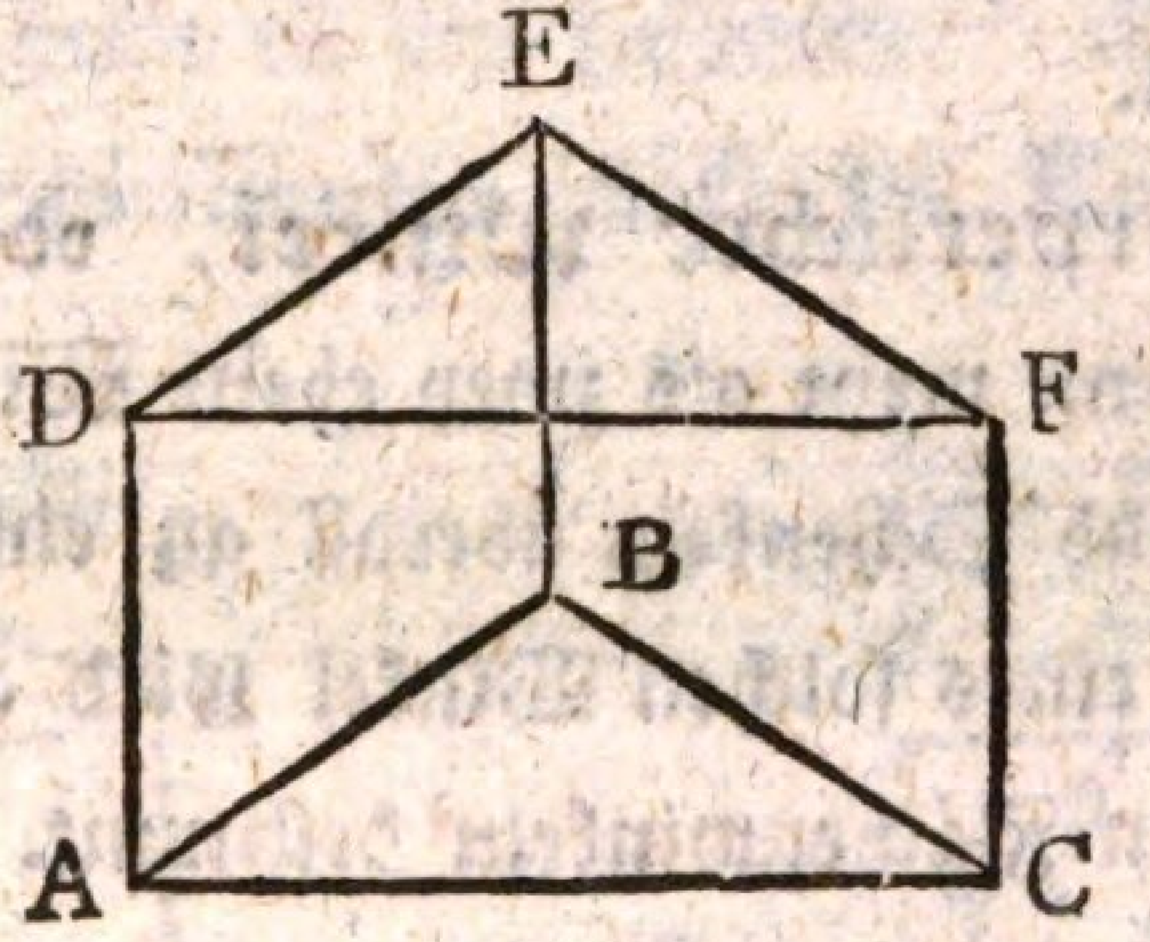
Fig. 78.



Wenn zwey Linien DC und FE, auf einer Ebene AB (Fig. 78.) perpendikular stehen, so gehen sie

miteinander parallel; auch eine andere senkrechte Linie, die nicht in der Ebene steht, worin die beiden ersten Linien liegen, geht parallel mit ihnen. Dieser Satz läßt sich durch zwey oder drey Stifte, die man senkrecht auf der Ebene AB aufrichtet und mit ein Paar Zwirnsäden, leicht beweisen.

Fig. 79.



Zwei Winkel ABC und DEF, (Fig. 79.) die nicht in einer Ebene liegen, sind gleich groß, wenn die Schenkel DE und AB, und BC und EF, mit einander parallel gehen.

Wenn man DE=AB und EF=BC macht, so sind auch die drey Linien AD, BC und FC gleich groß und miteinander parallel, also auch DF=AC, folglich DEF=ABC.

Alle die Sätze, welche wir von den Linien, in Rücksicht der Ebenen, gesagt haben, lassen sich auch von Ebenen selbst beweisen. Denn wenn man durch eine

eine Linie, welche senkrecht auf einer Ebene steht, eine Ebene legt, so steht auch diese auf der Ebene senkrecht. Und gehen zwei Linien, die senkrecht auf einer Ebene stehen, miteinander parallel, so ist diß auch der Fall von zweyen Ebenen, die durch diese Linien gelegt werden. Was von einer Linie, welche mit einer Ebene parallel geht, gezeigt worden ist, trift auch bei zwey Ebenen ein, die miteinander parallel gehen.

Ein **körperlicher Winkel**, oder eine **Ecke**, entsteht, wenn mehr als zwey ebene Winkel mit ihren Scheiteln und Schenkeln überall an einander stoßen. Die Größe eines solchen Winkel wird aus der Größe der einzelnen Flächenwinkeln bestimmt.

Fig. 80.

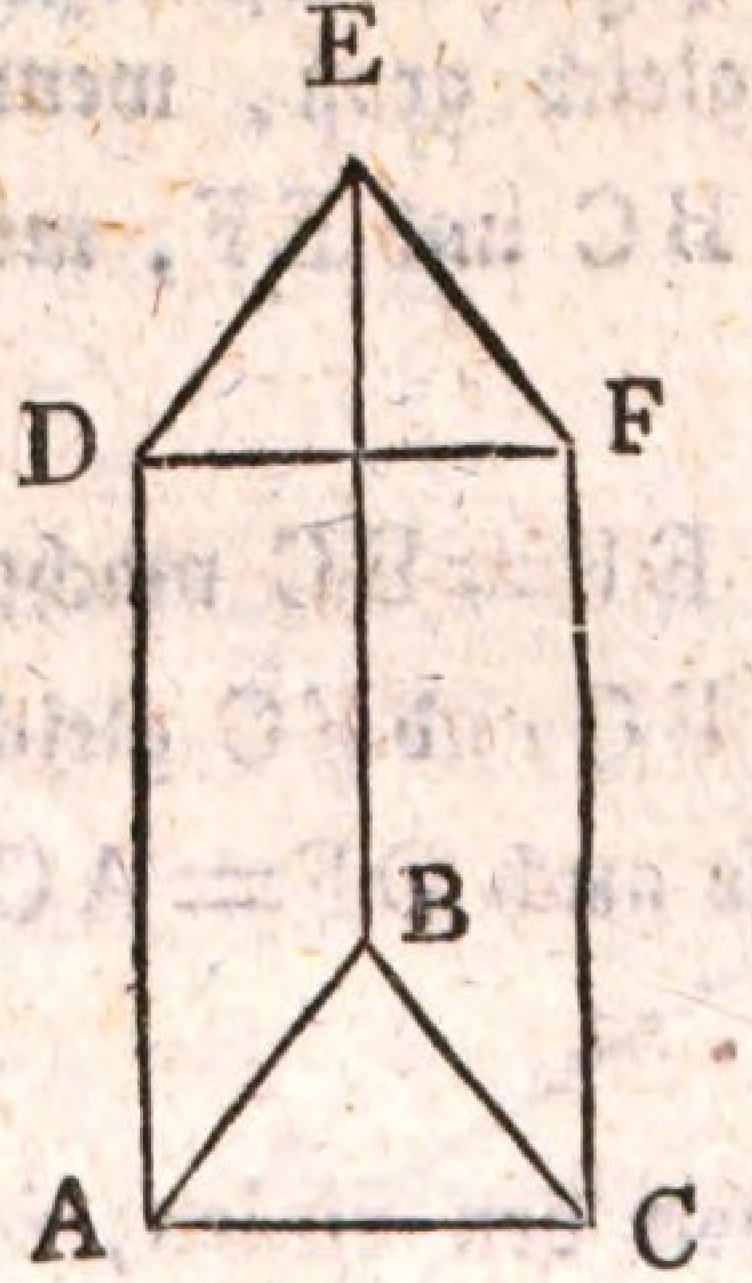
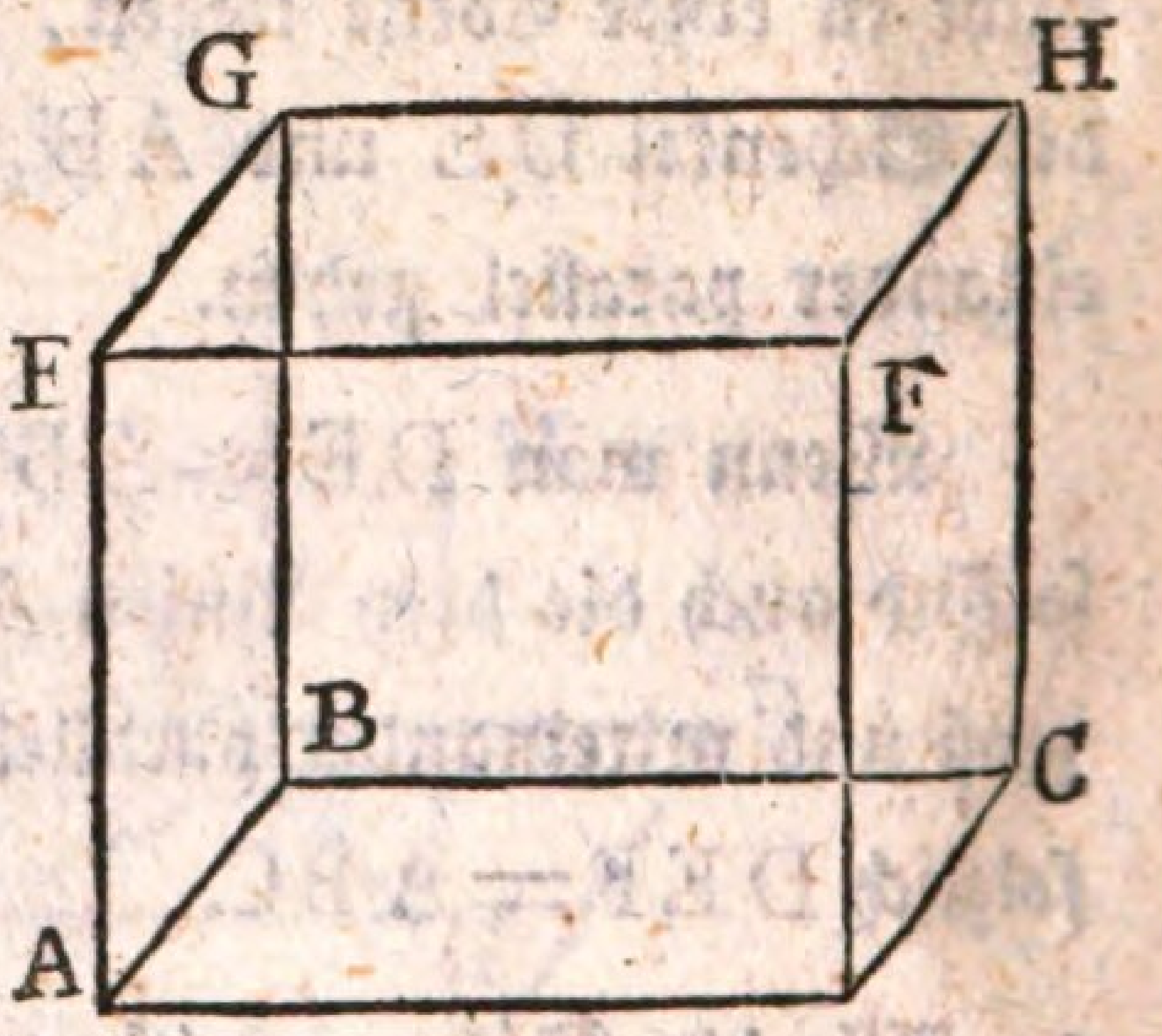


Fig. 81.



Wenn sich ein △ ABC (Fig. 80.) (oder jede vielseitige Figur,) parallel an der Linie AD hinauf bewegt,

bewegt, so wird ein Körper beschrieben, der von so vielen Rechtecken oder Parallelogrammen, als die bewegte Figur Seiten hat, eingeschlossen ist, und zwey Dreyecke oder Vielecke, die parallel gehen, zu Grundflächen hat. Ein solcher Körper heißt überhaupt ein **Prisma** oder **Ecksäule**. Das Prisma heißt senkrecht, wenn die Linie DA auf der bewegten Ebene perpendikular steht; ist dies aber nicht der Fall, so heißt es ein schiefes. Das Prisma bekömmt seinen Namen nach der Seitenzahl der Grundfläche.

Fig. 82.

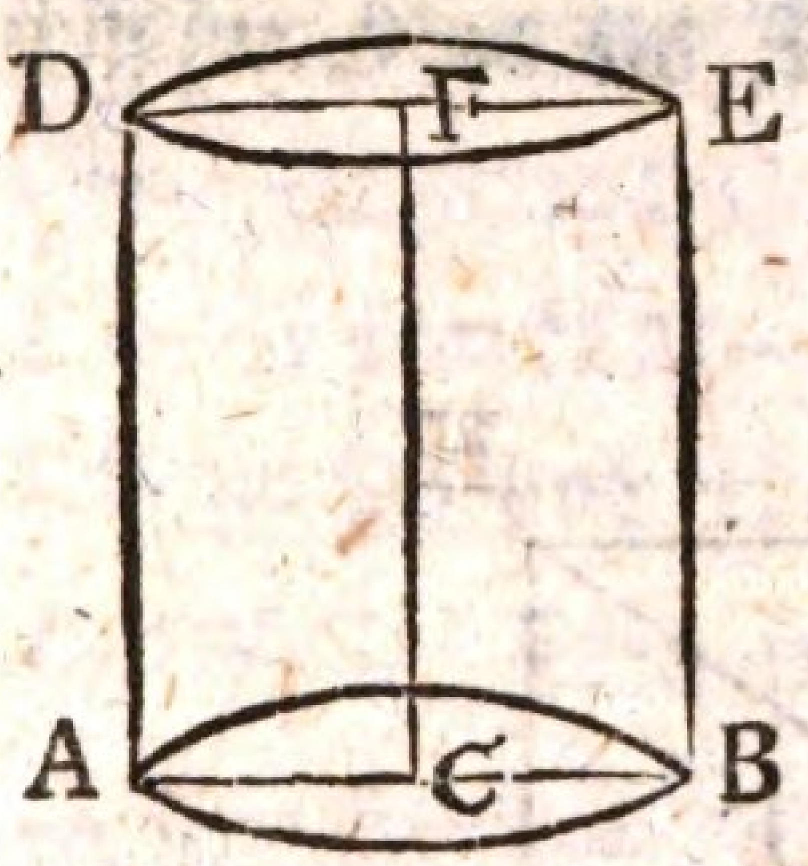
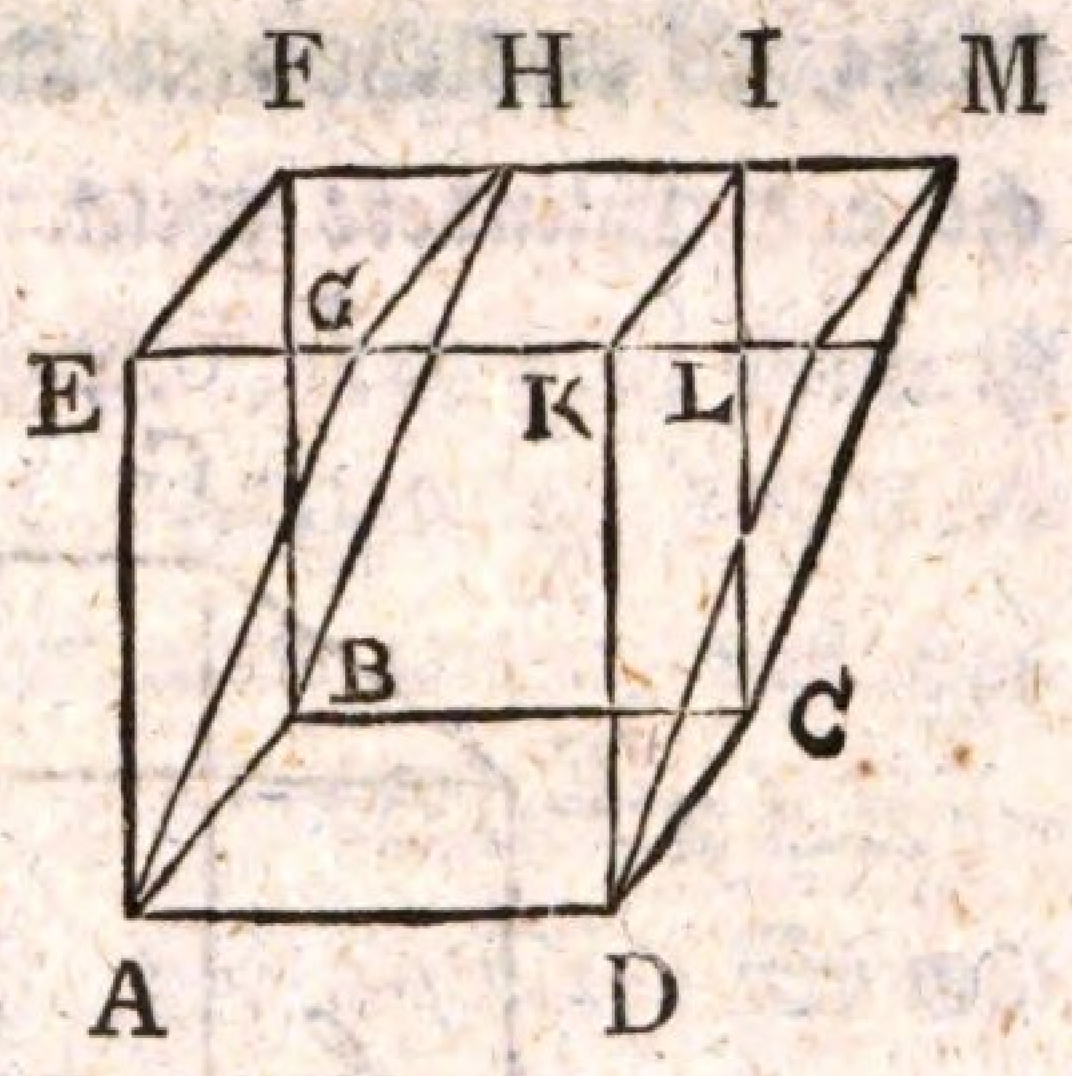


Fig. 83.



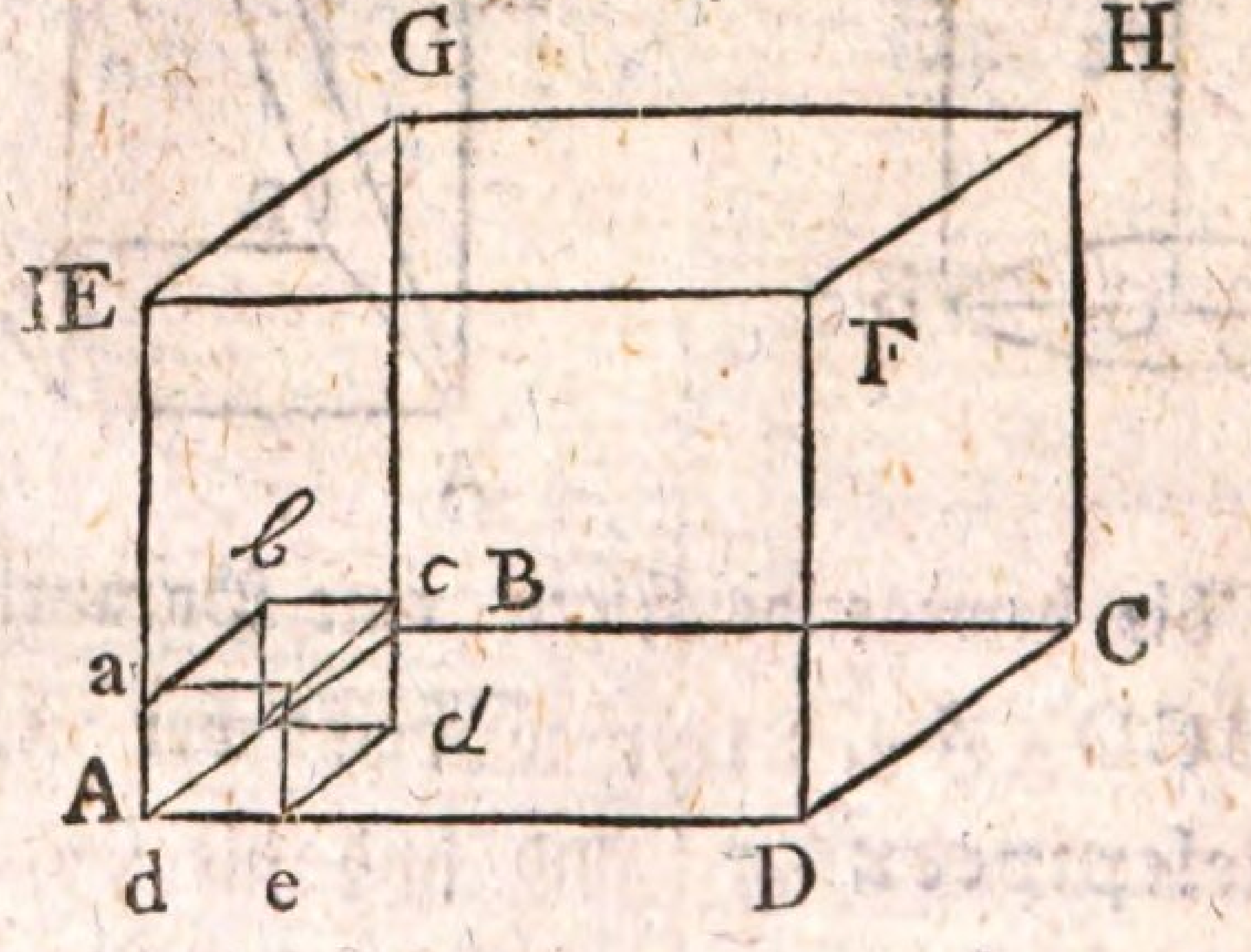
Ist die bewegende Figur eine Parallelogramm, wie ABCD (Fig. 81.), so heißt der Körper ein **Parallelepipedum**; und sind die Grund- und Seitenflächen Quadrate, so heißt das Prisma, ein **Kubus** oder **Würfel**.

Verwandelt sich die Grundfläche von einem vielseitigen Prisma in eine Kreisfläche, so geht das

Prisma

Prisma in einen Cylinder (Fig. 82.) oder Walze über, der zwey Kreisflächen zu Grundflächen und eine krumme Seitenfläche hat. Die gerade Linie FC, welche die Mittelpunkte beider Kreisflächen miteinander verbindet, heißt die Axe des Cylinders. Steht diese senkrecht auf der Grundfläche, so ist der Cylinder ein senkrechter; macht selbige aber einen schiefen Winkel mit der Grundfläche, so heißt der Cylinder ein schiefer. Schneidet eine Fläche den Cylinder perpendikular auf der Grundfläche durch die Axe, so giebt der Schnitt ein rechtwinklichtes Rechteck. Geht der Schnitt parallel mit der Grundfläche, so entsteht eine Kreisfläche, die der Grundfläche des Cylinders gleich ist.

Fig. 84.



Zwey Prisma oder Parallelepipeda, wie AI und AM, (Fig. 83.) welche einerlei Grundfläche AC. und zwischen zwey parallelen Ebenen AC und EM liegen, sind gleichen Inhalts.

Ver=

Nr. 32.

Anleitung
zum
gemeinnützigen Unterricht
für
Handwerker, Künstler u. Fabrikanten
über die
praktischsten Grundsätze
mathematischer, physischer, chemischer und technologischer Kenntnisse.

(Fortsetzung der Seite 248.)

Vermöge der Parallellinien ist FI = BC, und HM = BC, mithin auch FI = HM; also FI − HI = HM − HI; das ist, FH = IM. Nun ist FB = IC und HB = MC, folglich △ FHB = △ IMC. Eben so läßt sich auch zeigen, daß das △ EGA = △ KLD; weil EK = GL, und EK − GK = GL − GK; das ist, EG = KL. Da nun AE = KD und AG = DL, so sind beide Dreyecke gleich groß. Daraus folget aber auch, daß EH = KM und AH = DM seyn müsse. Man hat also zwey Prisma AEGFH und DKIMC, die sich völlig einander gleich sind. Addiret man nun zu den beiden gleichen Prismen den Körper ACGI, so kommen die beiden gleich großen Parallelepipeda heraus.

Auf die Art läßt sich also jedes schiefes Prisma in ein Rechtwinkligtes verwandeln, wenn sie beide gleich große Grundflächen, und einerlei Höhe haben.

Aufgabe. Ein Parallelpipedum (Fig. 84.) auszumessen.

Auflösung. Zum Maaße wähle man ebenfalls einen Körper. (Denn Körper können nur durch Körper ausgemessen werden.) Sehe zu, wie oft sich dieser auf AD, AB und AE tragen lasse; die drey Grössen mit einander multipliciret, geben zum Produkte den körperlichen Inhalt des Parallelepipedums; oder das Produkt von diesen drey Zahlen zeigt die Summe der Körper Ac an, die in dem Raum des Parallelepipedums gehen.

Die Grundfläche des auszumessenden Körpers, wird von so viel Körpern, wie Ac, bedeckt, als das Produkt von AB × AD angiebt. Diese Schichte, von der Höhe des Körpers Ac, läßt sich nun so oft übereinander setzen, um den ganzen Raum des Körpers auszufüllen, als Aa in AE enthalten ist.

Bey der Ausmessung der Körper, bedienet man sich, eben so als bei der Ausmessung der Flächen des Quadrats, eines Würfels oder Kubus. Ist demnach Aa = Ae = ed = 1 Fuß, so erhält man die Vorstellung von einem Kubicfuße. Nimmt man den

Fuß

Fuß zu 10 Zolle an, so hält der Kubicfus 1000 Kubiczoll, und der Kubiczoll 1000 Kubiclinien. Wird aber der Fuß in 12 Zolle eingetheilet, so hält der Kubicfus $12 \times 12 \times 12 = 1728$ Kubiczolle, und der Kubiczoll 1728 Kubiclinien. Mithin verhält sich dieser zu dem ersten, wie 1728 : 1000.

Um den körperlichen Inhalt von einem Prisma anzugeben, messe man die Länge, Breite und Höhe, durch einerlei Maaß, und multiplicire diese drey Zahlen miteinander; oder welches einerlei ist, man multiplicire die Grundfläche des Prisma mit der Höhe desselben. Lassen sich die drey Linien nicht in Füße genau ausmessen, so bringe man diese auf Zolle und Linien, das Produkt giebt Kubiczolle oder Kubiclinien, die sich beim zehntheiligen Maaße durch die Divisio mit 1000, und beim zwölftheiligen, durch die Divisio mit 1728 auf größere Einheiten bringen lassen.

Es sei z. B. die Länge von einem senkrechten Parallelepipedum $= 8' 4'' 3'''$ zehntheiligem Maaße; die Breite desselben $= 6' 5'' 2'''$ und die Höhe $= 10' 3'' 0'''$; so ist, wenn man die Länge mit der Breite multiplicirt

plicirt	8, 43'''
	6, 52'''
die Grundfläche =	54 9636 □''' ;
multipl. m. d. Höhe =	103|0'''
d. körperl. Inhalt =	566 Kub.' 114 Kub.' 980 Kub.''

Bei

Bey einem schiefen Parallelepipedum oder Prisma, muß man aus der Fläche, welche der untern Grundfläche gegenüber liegt, ein Perpendickel auf dieselbe herabfallen lassen, alsdann die Grundfläche mit diesem Perpendickel multipliciren, so giebt dieses Product den körperlichen Inhalt des Parallelepipedums, oder des Prisma.

Das behauene, viereckigte Holz, wird als ein rechtwinklichtes Parallelepipedum berechnet; nur verfährt man in der Eintheilung des Maaßes, etwas anders, als bei der obigen. Man theilt nemlich den Kubicfuß, und so auch den Kubiczoll und die Kubiclinie, in 12 gleiche Theile, die den Namen Zolle von einem Kubicfuße, Linie von einem Kubiczolle, und Punkte von einer Kubiclinie, führen. Der Zoll von einem Kubicfuße ist ein Körper, der 1 Quadratfuß zur Grundfläche hat, und 1 Zoll hoch ist; die Linie hat einen Quadratfus zur Fläche, und ist 1 Linie hoch. Der Punkt hat gleichfalls einen Quadratfus zur Fläche, aber hat nur den 12ten Theil von einer Linie zur Höhe. Wenn man also den Inhalt von einem behauenen Balken angeben will, der 18′ 6″ Zoll lang, 12 Zoll breit und 10 Zoll dick ist, so multiplicire man die drey Maaßen miteinander, (nachdem man sie vorher auf einerlei Namen gebracht hat,) so bekömmt man zum Pro-

dukte

dukte Zolle von einem Kubicfuße, die hernach mit 1728 dividirt, auf Kubicfuße gebracht werden können.

Von obigen Balken der 18′ 6″ lang, 12″ breit und 10 Zoll dick ist, wird der körperl. Inhalt, folgendermaßen berechnet:

18′ 6″ lang ist =	222″
multiplicirt mit	12
giebt zur Fläche =	2664 □
multipl. mit d. Dicke =	10
1728)	26640 Kub.″
	15 Kub.′ 5″ von einem Kubicfuße.

Kürzer wird die Rechnung auf folgende Art gemacht:

	18½′ lang
multipl. mit	12″ oder 1′
giebt =	18½ □′ Fläche
multipl. mit	10″
giebt	185″ von einem Kubicfuße.
dividirt durch 12) =	15 Kub.′ 5″ v. e. Kubicfuße.

Nach diesen Gründen sind von verschiedenen Schriftstellern Tabellen berechnet worden, die sogleich den Inhalt von jedem vierkanntigen Stücke Holze angeben, wenn man nur die verschiedenen Ausmessungen in der Länge, Breite und Dicke, in den Tabellen aufsucht.

Joh. Reimers Holztafeln. Hamburg 1781.

Des Herrn Segondats Holztafeln, neue Auflage, Hamburg 1792, mit einer Vorrede von P. H. C. Brodhagen.

Die

Die Zahl der Mauersteine in einer Mauer oder einer Wand anzugeben, welche die Figur eines Parallepipedums hat, muß man die Rechnung eben so machen. Zur Einheit nimmt man hierbei den körperlichen Inhalt eines Mauersteins, mit der nöthigen Kalkrinde an.

Die Seitenflächen eines Prisma oder eines Parallelepipedums sind Rechtecke oder Parallelogramme, deren Flächeninhalt sich aus dem ganzen Umfange des Parallelepipedums multiplicirt in die Höhe desselben, ergiebt. Addiret man zu diesem den Inhalt der doppelten Grundfläche, so erhält man den Flächeninhalt für die ganze Oberfläche des Parallelepipedums.

Von den Kubiczahlen, und Ausziehung der Kubicwurzel, aus denselben.

Aus dem vorhergehenden ist bekannt, daß sich ein Parallelepipedum in ein Kubus verwandelt, wenn die Seiten desselben in Quadrate übergehen. Länge, Breite und Höhe, ist also bei einem Würfel oder Kubus einerlei, und der körperliche Inhalt kommt aus der Multiplicatio dieser drey gleichen Größen heraus. Schon bei der Erklärung der Quadratzahlen haben wir gezeigt, daß diese einem Produckte gleich sind, das aus der Multiplicatio von zwey gleichen Factoren entstanden ist. Besteht nun das Produkt aus drey gleichen Factoren, so heißt es die **dritte Potenz**, oder die **Kubiczahl**. Hingegen heißt diejenige Zahl, die dreymal mit sich selbst multiplicirt die Potenz giebt, die **Kubicwurzel**. So ist die Kubiczahl von $12 = 12 \times 12 \times 12 = 12^3 = 1728$; und die Kubicwurzel aus $1728 = \sqrt[3]{1728} = 12$. Man vergleiche hiermit dasjenige, was wir Seite 124, bei Gelegenheit der Ausziehung der zweyten Potenz oder der Quadratwurzel, gesagt haben.

Von

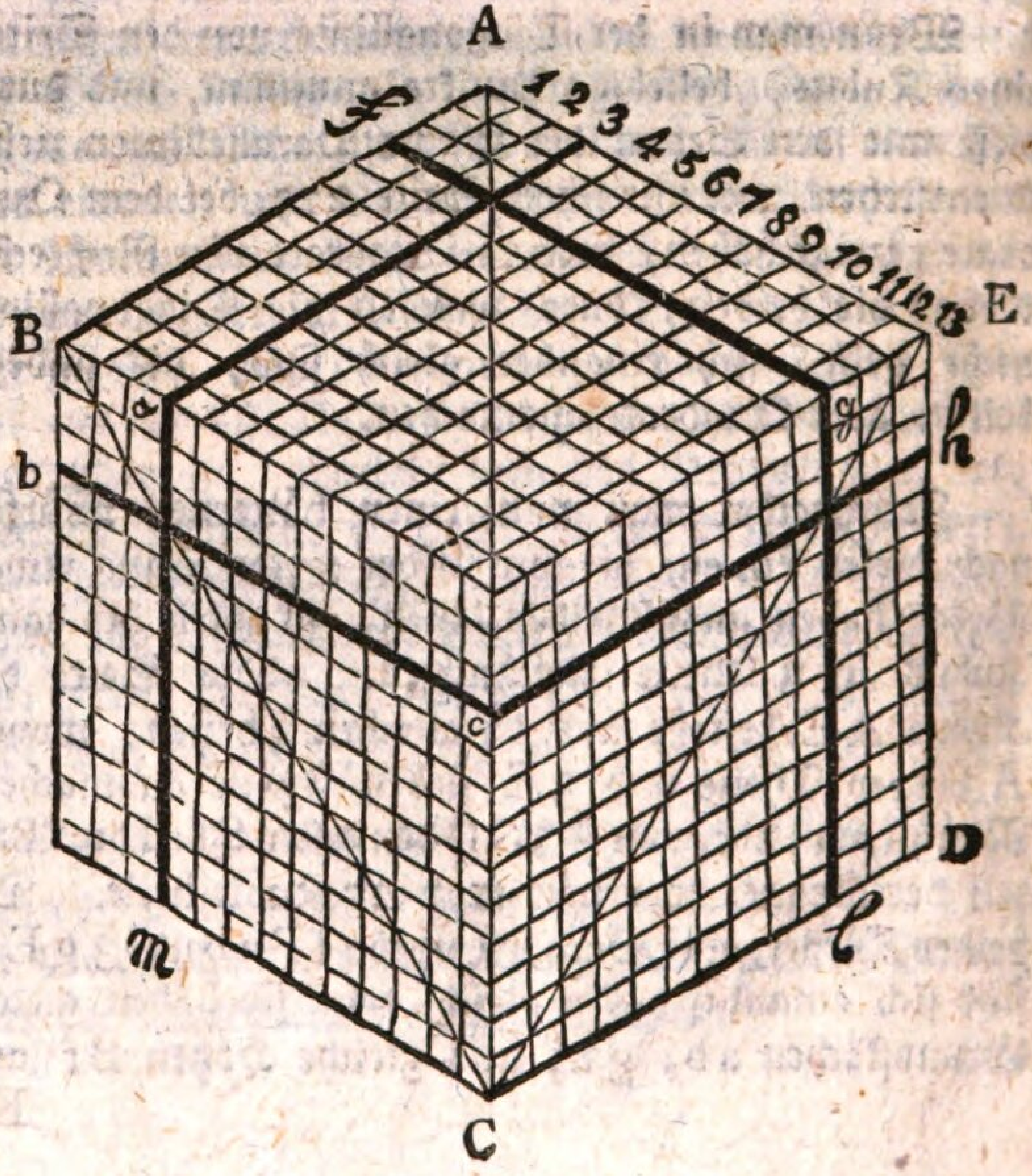
Von jeder gegebenen Zahl läßt sich also die Kubiczahl leicht finden, weil man nur nöthig hat, die Zahl dreymal mit sich selbst zu multipliciren. Aber man erhält auch den Kubus, wenn man die gegebene Zahl, in zwey andere Zahlen zerlegt, die, zusammen genommen, der gegebenen Zahl gleich sind. Nennt man die eine Zahl den ersten Theil der Wurzel, und die andere den zweyten Theil derselben, so besteht die Kubiczahl aus dem ersten Theil der Wurzel, aus dem dreyfachen Quadrate des ersten Theils multiplicirt in den zweyten Theil der Wurzel, aus dem dreyfachen des ersten multiplicirt in das Quadrat des zwyten Theils, und aus dem Kubus des zweyten Theils der Wurzel.

Wenn man in der Diagonallinie von den Seiten eines Kubus, beliebige Punkte annimmt, und durch diese mit den Seiten der Fläche Parallellinien zieht, so entstehen, wie wir schon Seite 225, bei dem Quadrate gezeigt haben, in dem Quadrate vier Rechtecke, wovon die beiden, durch welchen die Diagonallinie nicht geht, sich einander gleich sind, die andern beiden aber Quadrate ausmachen.

Zerschneidet man nun einen hölzernen Würfel, nach diesen Linien, die wir in der 85ten Figur, etwas stärker haben ausschneiden lassen, so wird der ganze Kubus in 8 Theile zerschnitten. Die Seite des Kubus AE bestehe aus 13 gleichen Theilen, wovon A3 drey Theile und 3E sieben Theile ausmachen. Nimmt man aber von A 3, als den ersten Theil der Wurzel, den Kubus, so erhält man 27 Kubictheile. Die beiden Körper, oder Parallelepipeda fBab und 3gEh, sind sich einander völlig gleich, denn sie haben gleiche Grundflächen ab, gh, und gleiche Höhen Bf und

E 3. Eben so ein Körper, wie diese beiden, entsteht noch, wenn der Kubus auf die angeführte Art zerschnitten wird. Die Grundfläche von ihnen ist gleich dem Quadrate des ersten Theils, und ihre Höhe ist gleich dem zweyten Theil der Wurzel; also haben wir das dreyfache Quadrat des ersten, multiplicirt in den zweyten Theil der Wurzel. a o g ist ein Parallelepipedum, das zur Grundfläche das Quadrat des zweyten Theils und zur Höhe den ersten Theil der Wurzel hat, und drey dergleichen Körper giebt es in den zerschnittenen Kubus; folglich haben wir das dreyfache des ersten multiplicirt in das Quadrat des zweyten Theils. Zu diesem kommt noch endlich der Kubus von 3 E, oder dem zweyten Theil der Wurzel.

Fig. 85.



Nr. 33.

Anleitung
zum
gemeinnützigen Unterricht
für
Handwerker, Künstler u. Fabrikanten
über die
praktischsten Grundsätze
mathematischer, physischer, chemischer und technologischer Kenntnisse.

(Fortsetzung der Seite 256.)

Vermittelst der Rechnung werden die Theile auf folgende Art geordnet:

13, als die Seite von unserm Kubus, besteht aus $3 + 10$.

$$3^3 = 27$$
$$2 \times 3^2 \times 10 = 270$$
$$3 \times 3 \times 10^2 = 900$$
$$10^3 = 1000$$

$$(3 + 10)^3 = 2197 = 13 \times 13 \times 13.$$

Für eine Zahl die aus drey Ziefern besteht, wird der Kubus auf eben die Art gefunden. Z. B. $325 = 300 + 25$; und eben so verfährt man auch bei einer viertheiligen Zahl rc. nachdem man sie vorher auf eine zweytheilige gebracht hat.

Kann man aus einer gegebenen Kubiczahl, die Theile aus welchen sie zusammengesetzt ist, wieder nach und nach herausbringen, so ergiebt sich die Kubicwurzel.

Alle Wurzeln, die aus zwey Ziefern bestehen, deren Kubus fällt zwischen 1000 und 1000000; denn die kleinste Zahl aus zwey Ziefern ist 10 und davon ist die Kubiczahl 1000000. Die Wurzeln, welche aus drey Ziefern bestehen, deren Kubus fällt zwischen 1000000 und 1000 Millionen; denn von dieser letztern Zahl ist die Kubicwurzel schon 1000. Hieraus sieht man also, daß, wenn die Wurzel um eine Ziefer zunimmt, der Kubus um drey derselben wächst. Theilt man demnach eine Kubiczahl von der rechten zur linken Hand in Classen, so daß drey Zahlen eine Classe ausmachen, so besteht die Kubicwurzel aus so viel Ziefern, als die Zahl Classen hat. Die, welche am weitsten zur linken Hand steht, kann weniger als drey Ziefern haben. Denn für die Zahlen von 1 bis 9, besteht die Kubiczahl, für die vier ersten Zahlen, nur aus 1 und 2 Ziefern.

Wurzeltafel.

Wurzel	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Kubus	1	8	27	64	125	216	343	512	729

Auf-

Aufgabe. Aus einer Zahl, deren Wurzel aus zwey Ziefern besteht, die Kubicwurzel zu ziehen.

Auflösung. 1) Theile die gegebene Zahl, von drey zu drey Ziefern, in Classen.

2) Aus der Classe, die am weitesten zur linken Hand steht, wird die Kubicwurzel aus der Tafel genommen. Diese Zahl ist der erste Theil der Wurzel.

3) Subtrahire die dazu gehörige Kubiczahl von der ersten Klasse und setze zu dem Unterschiede die zweyte Classe. Dieser Unterschied, und die zweyte Classe, ist gleich dem dreyfachen Quadrate des ersten, multiplicirt in den zweyten Theil, und dem dreyfachen des ersten Theil multiplicirt in das Quadrat des zweyten und dem Kubus des zweyten Theils der Wurzel. Um daher den zweyten Theil der Wurzel zu finden, so nehme man

4) das dreyfache Quadrat des ersten Theils, setze selbiges so, daß die niedrigste Ziefer desselben, unter die höchste Ziefer der zweyten Classe zu stehen kömmt; dividire hierauf die überstehende Zah mit diesem dreyfachen Quadrate, so giebt der Quotient den zweyten Theil der Wurzel. Alsdann setze

5) unter das dreyfache Quadrat des ersten, multiplicirt in den zweyten Theil der Wurzel, das dreyfache des ersten, multiplicirt in das Quadrat des zweyten, aber so, daß die niedrigste Ziefer desselben

ben, unter die zweyte Ziefer der zweyten Classe zu stehen komme.

Hierauf nehme man

6) von dem zweyten Theile den Kubus, und setze die niedrigste Ziefer desselben, unter die niedrigste Ziefer der zweyten Classe.

7) Die drey Produckte addire zusammen, und vergleiche die Summe derselben mit der zweyten Classe und dem Unterschiede von der ersten Classe; ist sie so groß als diese, so ist die Wurzel genau gefunden; ist die Summe aber größer als die Differenz, und die zweyte Klasse, so muß man den zweyten Theil um ein oder etliche Einheiten kleiner machen, und ist die Summe kleiner, so muß der zweyte Theil um ein oder etliche Einheiten grösser gemacht werden. Nach dieser Regel ist aus folgender Zahl die Kubicwurzel ausgezogen worden.

$$300 \mid 763 \,(67$$
$$6^3 = 216$$
$$84763$$
$$3 \times 6^2 = 108$$
$$7$$
$$3 \times 6^2 \times 7 = 756$$
$$3 \times 6 \times 7^2 = 882$$
$$7^3 = 343$$
$$84763$$
$$0$$

Die

Die gegebene Zahl besteht aus zwey Classen, also hat die Wurzel zwey Ziefern. Die Zahl der ersten Classe fällt in der Wurzeltafel zwischen 216 und 343, mithin ist die Wurzel = 6. Die Kubiczahl von dieser ist = 216, welche von der ersten Classe abgezogen ist. Zu dem Unterschiede (84) ist die zweyte Classe (763) heruntergesetzt worden. Der Theiler ist $= 3 \times 6^2 = 108$, welcher so gesetzt worden, daß zwey Zahlen von der zweyten Classe zür rechten Hand übrig geblieben. 108 ist in 847 siebenmal enthalten, denn $7 \times 108 = 756$.

Unter dieses Produckt ist das dreyfache des ersten, multiplicirt in das Quadrat des zweyten Theils, um eine Stelle weiter nach der rechten Hand zu, gesetzt worden; und unter dieses, noch um eine Stelle weiter, die Kubiczahl des zweyten Theils der Wurzel. Die Summe von diesen dreyen Theilen zusammen ist = 84763 = dem Unterschiede von der ersten Classe, und die zweyte Classe; folglich ist die Kubicwurzel genau = 67.

Hat die Kubiczahl mehr als zwey Klassen, so setzt man zu dem Unterschiede die dritte Classe, und nimmt von den beyden gefundenen Theilen das dreyfache Quadrat, welches eben so unter die Differenz der zweyten Classe und die dritte Classe gesetzt wird, als mit dem dreyfachen Quadrate des ersten Theils gesche:

geschehen ist. Die beiden noch übrigen Theile werden auf eben die Art gefunden, wie wir bei der Ausziehung der zweytheiligen Wurzel gezeigt haben. Eben so verfährt man auch bei einer vier- und mehr ziefrigten Wurzel. Läßt sich aber die Wurzel nicht in ganzen Zahlen genau finden, so multiplicire man den lezten Rest mit 1000, und ziehe aus diesem eben so als man mit ganzen Zahlen zu thun gewohnt ist, die Wurzel, so erhält man den Werth derselben in Zehntel, multiplicirt man den aufs neue übrig gebliebenen Rest, mit 100, so ergiebt sich der Werth der Wurzel in Hunderttheile ꝛc. denn im ersten Falle ist der Kubus von $\frac{1}{10} = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{1000}$;

und von $\left(\frac{1}{100}\right)^3 = \frac{1}{1000000} = \frac{1}{1000} \times \frac{1}{1000} \times \frac{1}{100}$

Auf die Art kann man sich dem Werthe der Wurzel so weit nähern, als man nur immer will. Gerade so muß man auch bei der Ausziehung der Kubicwurzel aus einem Bruche verfahren, wenn aus dem Zähler und dem Nenner die Wurzel sich nicht in ganzen Zahlen angeben läßt. Denn bei einem Bruche muß man sowohl aus dem Zähler, als aus dem Nenner, die Wurzel ziehen, wie schon oben bei der Ausziehung der Quadratwurzel gezeigt worden ist. Aus folgenden Beispielen wird sich überhaupt das Verfah-

ren

ren der Wurzelrechnung noch deutlicher entwickeln, als man durch viele Regeln zugeben, im Stande ist.

Beispiel einer dreytheiligen Wurzel.

$$94|818|816(456$$

$$4^3 = 64$$

$$30818$$

$$\text{Theiler} = 3 \times 4^2 = 48$$

$$5$$

$$3 \times 4^2 \times 5 = 240$$

$$3 \times 4 \times 5^2 = 300$$

$$5^3 = 125$$

$$27125$$

$$3693816$$

$$\text{Theiler} = 3 \times 45^2 = 6075$$

$$6$$

$$3 \times 45^2 \times 6 = 36450$$

$$3 \times 45 \times 6^2 = 4860$$

$$6^3 = 216$$

$$3693816$$

$$0$$

Bei-

Beispiel einer Kubicwurzel durch Näherung zu finden.

45(3, 55 . . . . .
27
———
18000
27
5
———
135
225
125
———
15875
———
2125000
3675
5
———
18375
2625
125
———
1863875
———
Rest = 261125

Probe.

3, 55
3, 55
———
Quadrat = 12,6025
3,55
———
Kubus = 44,738875
+ Rest = 261125
———
45,000000

Ist der körperliche Inhalt von einem Kubus bekannt, so läßt sich die Seite, oder seine Länge, Breite und Höhe, vermittelst der Ausziehung der Kubicwurzel finden.

Auch jeder anderer Körper läßt sich in einen Kubus verwandeln, wenn man aus dem körperlichen Inhalte desselben, die Kubicwurzel zieht.

Nr. 34.

Anleitung
zum
gemeinnützigen Unterrricht
für
Handwerker, Künstler u. Fabrikanten
über die
praktischsten Grundsätze
mathematischer, physischer, chemischer und technologischer Kenntnisse.

(Fortsetzung der Seite 264.)

Aufgabe. Den körperlichen Inhalt eines Cylinders zu finden.

Auflösung. Aus dem Durchmesser, oder dem Umfange des Cylinders, berechne man den Flächeninhalt der Grundfläche, und multiplicire denselben mit der Höhe des Cylinders.

Es sei (Fig. 82.) der Durchmesser des Cylinders ABDE = 4′ 6″, und die Höhe desselben = 6′ 9″, so ist der körperliche Inhalt = 114 Kub.′ 612 Kub.″ 140 Kub.‴ Denn

100 : 314 = 4, 6.

4,6

1444,4

Umfang = 14′4″4‴, 4 = 14,444

multiplic. mit $\frac{1}{4}$ Durchmesser = 11,5

Grundfläche = 16□′ 61□″ 06□‴

multipl. mit der Höhe = 6′9″

körperl. Inhalt = 114 Kub.′ 612 K″ 140 K‴

Cylinder, die einerlei Grundflächen und Höhen haben, sind sich gleich.

Was von zweyen Parallelepipeden, die gleiche Grundflächen und Höhen haben, gezeigt worden ist, trift auch bei Cylindern unter eben den Umständen ein.

Cylinder von gleicher Höhe, verhalten sich, wie die Quadrate ihrer Durchmesser.

Da die Grundflächen der Cylinder, Kreisflächen sind, und diese sich, wie die Quadrate ihrer Durchmesser verhalten, so muß dieses auch von Cylindern wahr seyn, die einerley Höhen haben. Denn ihr körperlicher Inhalt ist = der Grundfläche × mit der Höhe; und die Höhe ist in den Cylindern gleich groß angenommen worden. Seite 222, ist gezeigt worden, wie der Inhalt eines Ringes zwischen zweyen concentrischen Kreisen zu finden ist, und da eben gesagt worden, daß Cylinder von gleicher Höhe sich wie die Quadrate ihrer Durchmesser verhalten, so ergiebt sich der cylindrische Ring zwischen zweyen gleich hohen Cylindern, wenn man die Quadrate der beiden Halbmesser von einander abzieht, und den Unterschied mit 3, 14 mal der Höhe des Cylinders multiplicirt.

Es

Es sey z. B. der innere, oder kleinere Halbmesser von einem concentrischen Cylinder = 3', der äußere, oder der größere = 2', und die gemeinschaftliche Höhe = 10', so ist der körperliche Inhalt des Ringes = (9 — 4) × 3,14 × 10 = 5 × 3,14 × 10 = 157 Kubicfuß.

Zwey Cylinder von gleicher Höhe, lassen sich in einen verwandeln, wenn man aus der Summe der Quadrate von beiden Durchmessern, die Quadratwurzel zieht. Hierauf gründet sich die Verfertigung eines Maaßstabes, mit dem man jedes cylindrisches Gefäß ausmessen kann. Diese Arbeit heißt eigentlich das **Visiren** (bei uns das **Royen**) der Fäßer; und der Maaßstab nach welchem cylindrische Gefäße ausgemessen werden, heißt der **cylindrische Visirstab**. Ein solcher Maaßstab läßt sich nun auf zweyerlei Art verfertigen, entweder geometrisch, oder auch arithmetisch durch Ausziehen der Quadratwurzel. Nach der ersten Art verfährt man folgendermaßen:

Fig. 86.

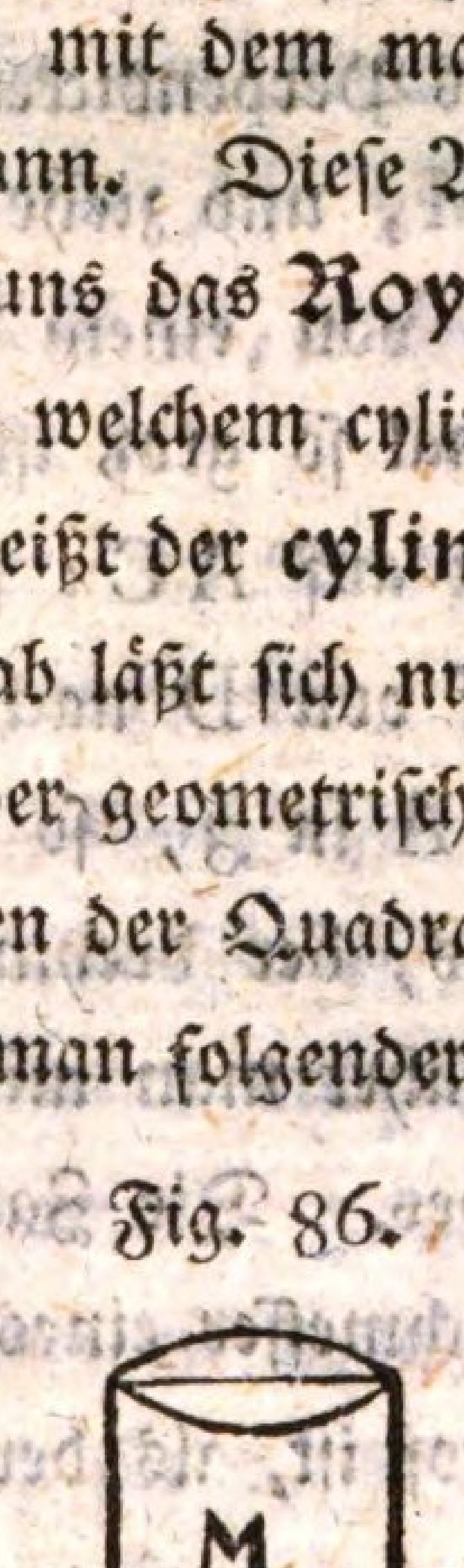
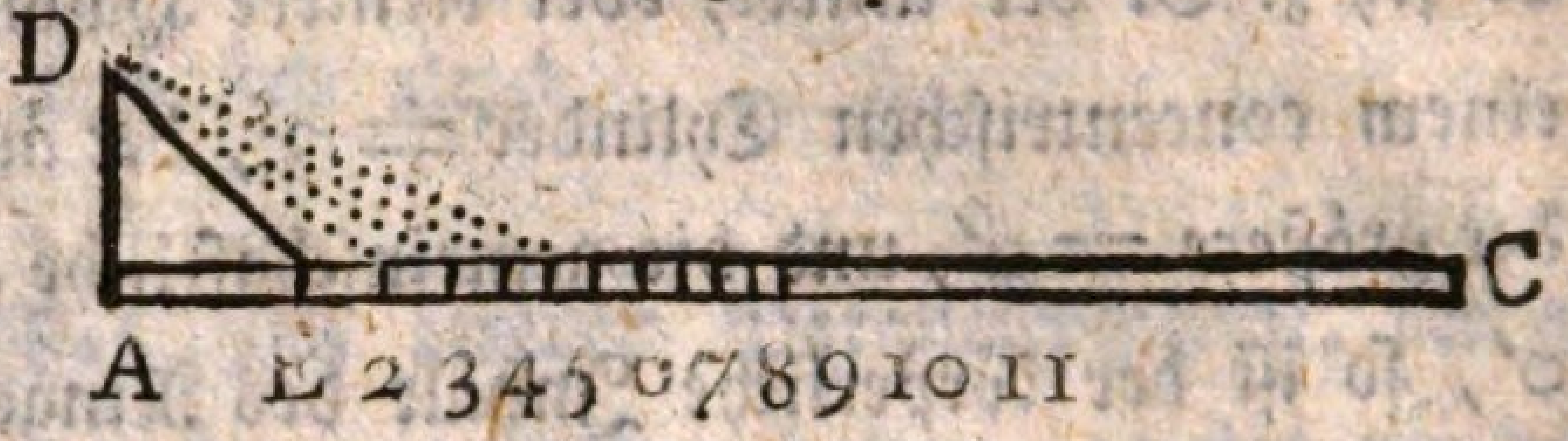


Fig. 87.



AB sei der Durchmesser von einem Cylinder M, (Fig. 86.) dessen man sich zur Einheit bey der Ausmessung der Fäßer bedienet, z. B. einer Kanne, oder als in Hamburg bei den Branntweinsfäßern geschieht, eines Viertels. Ziehe eine Linie AC. (Fig. 87.) von beliebiger Länge, und richte auf dem Endpuncte A derselben, ein beliebiges Perpendickel auf. Trage sowohl auf AC, als auf das Perpendickel, den Durchmesser AB des Cylinders M, und ziehe DE. Diese Linie ist der Durchmesser von einem Cylinder, der von eben der Höhe zweymal so groß ist, als der Cylinder M. DE trage man auf AC, so daß AC = A2 wird. Ziehe hierauf von D nach 2 die Linie D2, und trage diese von A in 3, so ist A3 der Durchmesser eines Cylinders, der dreymal so groß ist, als M, und eben so verfährt man mit der übrigen Eintheilung des Visirstabes. Die Zahlen 4, 5, 6 ꝛc. geben allemal den Durchmesser eines Cylinders an, der 4, 5, 6mal ꝛc. so groß ist, als der Cylinder M.

Das ganze Verfahren gründet sich auf den Pythagorischen Lehrsatz, daß $DE^q = (AD + AE)^q = 2AD^q$ ist.

Ferner

Ferner gebe man dem Maaßstabe eine solche Einrichtung, daß auf die eine Seite desselben, die Höhen des Cylinders M, so oft sichs thun läßt, zu stehen kommen, und auf die andere Seite trage man die beschriebene Eintheilung für die Durchmesser.

Gebrauch des Maaßstabes. Bey völlig cylindrischen Gefäßen messe man die Durchmesser derselben mit der einem Seite des Maaßstabes, auf welchem sich die Eintheilung für die Durchmesser befindet, und mit der andern Seite, worauf die Höhen befindlich sind, messe man die Länge der Fäßer. Die beiden Zahlen welche der Maaßstab angiebt, multiplicire man miteinander, so giebt das Produckt den Inhalt der Cylinder M an, welche in dem Raum des Fasses enthalten sind.

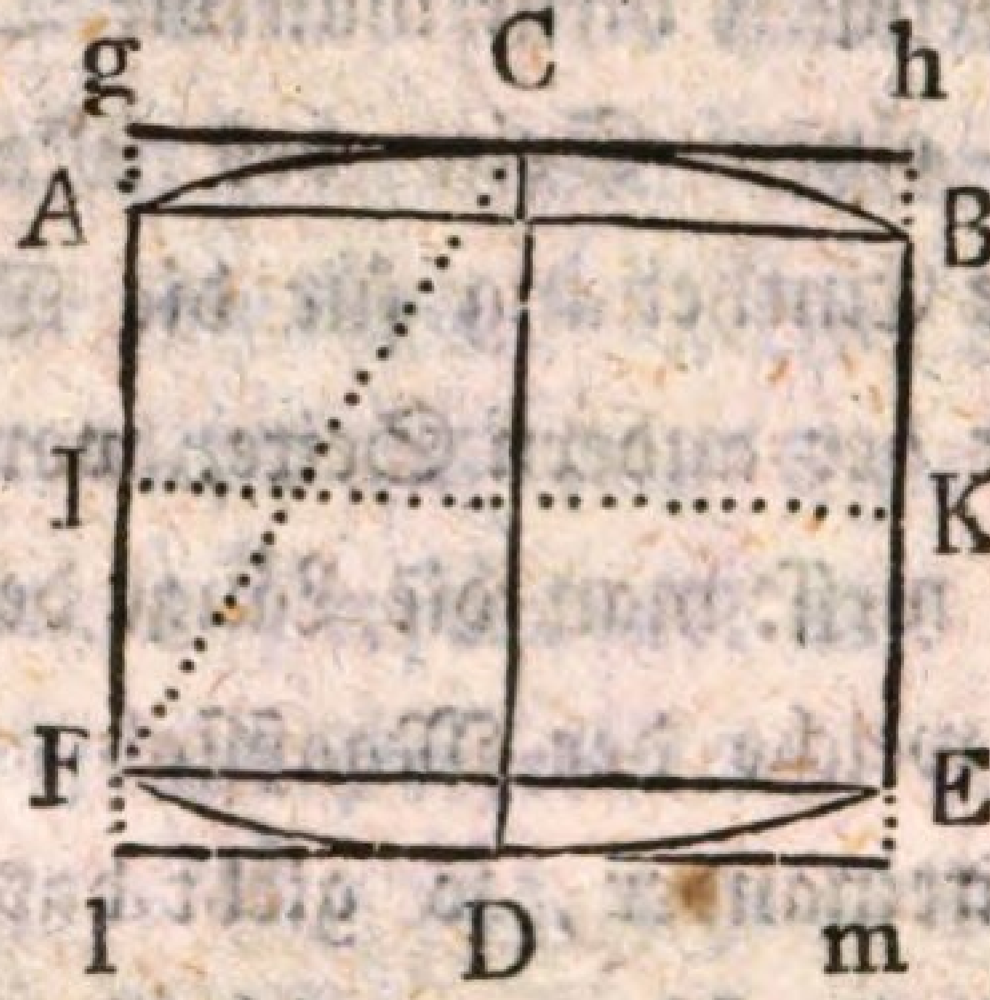
Die andere Art den Maaßstab zu verfertigen, ist folgende: den Durchmesser, des zur Einheit angenommenen Maaßstabes, theile man nach der Art eines verjüngten Maaßstabes, in 1000 gleiche Theile; mache alsdann das Quadrat von 1000, multiplicire dasselbe mit 2, 3, 4, 5, 6 rc. und ziehe aus diesen Producten die Quadratwurzel, so erhält man die Durchmesser für 2, 3, 4, 5. 6 rc. Cylinder, davon man einen zur Einheit angenommen hat.

Nach dem verjüngten Maaßstabe lassen sich alsdann die gefundenen Größen auf den Visirstab auftragen.

tragen. Die übrige Einrichtung desselben kommt mit der vorher beschriebenen Art überein.

Der cylindrische Visirstab dienet auch Gefäße auszumessen, die in etwas von der Gestalt des Cylinders abweichen, wohin ein großer Theil unserer gewöhnlichen Fäßer gehören.

Fig. 88.



Es sei ACBFDE (Fig. 88) der Durchschnitt von einem bauchförmigen Fasse, davon CD der größte Durchmesser (die Spundtiefe,) und AF=BC der kleinste vorstellet. g h l m sei der Cylinder welcher zu dem größten Durchmesser CD gehöret, und ABFD sei der Cylinder dessen Durchmesser AF = BE ist. Man nimmt nun an, daß das Faß einerlei Inhalt hat mit einem Cylinder, dessen Durchmesser die mittlere arithmetische Proportionalzahl zwischen AF und CD ist, und zur Länge die Höhe des Fasses hat. Man messe also mit dem cylindrischen Visirstabe den Durchmesser durchs Spundloch, und auch den Durchmesser des Bodens AF; addire die beiden Zahlen

wel-

welche der Maaßstab angiebt, und dividire die Summe durch zwey; multiplicire hierauf diese Zahl durch I K, als die Länge des Fasses, so ergiebt sich beinahe der Inhalt des Fasses.

Will man den Inhalt eines Fasses nach dieser Methode, vermittelst der Rechnung finden, so läßt sich diese auf folgende Art anstellen:

Es sei z. B. die äußere Länge der Gebinde = 2 Fuß 10 Zoll

der Durchmesser des Bodens = 1 F. 9 Z.
die Tiefe durchs Spundloch = 2 : — :
Summe = 3 F. 9 Z.
die Hälfte = 1 F. $10\frac{1}{2}$ Z. = dem mittl. Durchmesser;

die dazu gehörige Kreisfläche ist 397,406□″, wird diese mit 2 F. 10′ = 34″ multipliciert, so erhält man zum körperl. Inhalte des Fasses = 13511,804 Kub.″. Dividiret man diesen gefundenen Inhalt des Fasses, mit dem Inhalte des Maaßes, dessen man zur Einheit angenommen hat, so zeigt der Quotient, wieviel von diesen Maaßen in dem Raume des Fasses gehen.

Allein diese Rechnung ist nicht genau genug, und nochweniger dasjenige, was man mit dem Visirstabe herausbringt. Denn die Figur des Fasses ist nicht von der Art, daß der körperliche Inhalt mit dem mittleren Cylinder zwischen den beiden Durchmessern,

übereinkömmt. Verschiedene Mathematiker haben sich daher Mühe gegeben, den Inhalt eines Fasses, genauer zu berechnen. Hr. Prof. **Lambert**, hat in seinen Beyträgen zur Mathematik, unter dem Artikel Visirkunst, folgende Regel herausgebracht: Man addire zu zwey Drittel des größern Cylinders, ein Drittel des kleinern, so ist der Fehler auf 150 Einheiten nur eine Einheit, und oft noch geringer. Eben dieser Mathematiker zeigt in diesem Artikel, das Verfahren an, wie Fässer, die nur zum Theil angefüllet sind, berechnet werden müssen. Es kommt vorzüglich darauf an, daß die verschiedenen Abschnitte in den beiden Kreisflächen, auf eine leichte und nicht weitläuftige Art, berechnet werden. Zu dem Ende theile man den größten und kleinsten Durchmesser eines Fasses, in 100 oder 1000 Theile, und berechne sich eine Tabelle, welche anzeigt, wie viel von diesen Theilen auf 1 Zoll, oder auf eine noch kleinere Eintheilung des bekannten Fußmaaßes gehen. Will man nun den Inhalt von einem, zum Theil angefüllten Fasse finden, so sehe man es erst als ein ganz volles Faß an, und finde den Inhalt desselben, nach der gegebenen Lambertschen Regel. Messe hierauf mit einem Visir- oder andern Maaßstabe, wie hoch der flüssige Körper in dem Fasse steht, und verwandele das Maaß in 100 oder 1000 Theile des Durchmessers. Alsdann mache man folgenden Regula detri Satz: Wie sich 100, oder 1000 Theile, zu den gefundenen Theilen verhalten, so verhält sich der Inhalt des ganzen Fasses zu dem Inhalte des gesuchten Abschnittes.

Nr. 35.

Anleitung

zum

gemeinnützigen Unterrricht

für

Handwerker, Künstler u. Fabrikanten

über die

praktischsten Grundsätze

mathematischer, physischer, chemischer und technologischer Kenntnisse.

(Fortsetzung der Seite 272.)

Bei einigen Fäßern sind auch die Durchmesser der Böden verschieden; wenn dieses ist, so muß man, bevor die Rechnung oder das Messen angestellet wird, zwischen den beiden ungleichen Durchmessern das Mittel nehmen. Zuweilen kommen auch Fässer vor, wovon die beiden Böden keine Kreisflächen ausmachen, sondern eine eyförmige Gestalt haben. Um von diesen den Flächen Inhalt anzugeben, muß man sie zuvor auf eine Kreisfläche bringen, welches geschieht, wenn man den kleinsten und größten Durchmesser der Fläche mit einander multipliciret, und aus dem Produkte die Quadratwurzel zieht. Diese gefundene Wurzel, kann man als den Durchmesser eines Kreises ansehen, der einerlei Inhalt mit der eyförmigen Fläche hat.

Anmerkung. Auf den Satz, daß sich ähnliche Körper wie die Kubi ihrer ähnlich liegenden Seiten verhalten, gründet sich noch ein anderer Visirstab, der unter dem Namen des kubischen bekannt ist. Will man diesen verfertigen, so muß man sich ein Fäßgen ausarbeiten lassen, das genau dieselbe Gestalt hat, als diejenigen Fässer, welche mit diesem Maßstabe ausgemessen werden sollen. Hält dieses Fäßgen genau ein Viertel, oder eine Kanne von einem bestimmten flüssigen Körper, so braucht man nur den einzurichtenden Stab, nach der Richtung C F, (Fig.88) in das Fäßgen hineinstecken, und die Länge dieser Linie in 100, oder 1000 Theile, nach einem angenommenen Maaßstabe, eintheilen. Von diesen Theilen, nimmt man alsdann den Kubus, multiplicirt denselben mit 2, 3, 4, 5, 6 rc. rc. und zieht aus dem Produkte die Kubikwurzel, so bekommt man die Länge des Maaßstabes, für 2, 3, 4, 5, 6 rc. rc. Viertel oder Kannen, welche Grössen sich nach dem angenommen Maaßstabe, auf den Visirstab auftragen lassen.

Beym Gebrauche steckt man denselben nach der schrägen Linie C F, durch das Spundloch, in das Faß. Die Zahl, welche alsdann bei C, auf dem Visirstabe steht, zeigt so gleich, ohne weitere Rechnung, den Inhalt des Faßes an. Liegt das Spund-

loch

loch nicht genau in der Mitte des Faßes, so muß man den Stab, auch nach der Richtung von CE, in das Faß stecken, und von den beiden gefundenen Zahlen, das Mittel nehmen.

Auf die Berechnung des Cilinders, gründet sich auch die Ausmessung des runden Holzes, welches völlig cylinderförmig ist. Den Durchmesser des runden Holzes, pflegt man gewöhnlich in Zollen anzugeben, worunter man dann jedesmal die Dicke des Holzes versteht. Ein Baum sey z. B. an seinen beiden Enden gleich dick, oder sein Durchmesser betrage 20 Zoll, und die Länge desselben sey 35 Fuß, so ist der körperliche Inhalt desselben = 76 K' 3 K'' 10 K.'''

Aus dem gegebenen Durchmesser, finde man nach dem Verhältnisse von 100 : 314, den Umfang desselben; diesen multiplicirte man mit dem vierten Theile des Durchmessers, so ergiebt sich die Kreisfläche, welche mit der Höhe multipliciret, den körperlichen Inhalt des Baums giebt.

100 : 314 = 20'' : 62,8'' = dem Umfange

die Kreisfläche ist $= 62{,}8 \times \frac{20}{4} = 314\,\square''$

der körp. Inhalt $= 314\,\square'' \times 35 = 76$ K''' 3 K'' 10 K'''

Nach diesen Sätzen, sind die Tafeln für das runde Holz, in den schon oben erwähnten Holztabellen berechnet worden.

Um

Um das größte Maaß eines Baums im Vierecke zu finden, so verdopple man das Quadrat des Halbmessers, und ziehe aus diesem die Quadratwurzel. Denn die größte Seite ist die Hypothenusa von einem rechtwinkligten gleichschenklichten Dreyecke, wovon die beiden gleichen Seiten, Halbmesser des Baums sind.

Das stärkste Stük, das man aus einem Baume hauen kann, ist nicht einerlei mit dem größten Maaße desselben. Um den möchlichst starken Balken zufinden, muß man aus dem drittel, und zwey drittel Theil von dem Quadrate des Durchmessers, die Quadratwurwurzel ziehen, so giebt jene die kleinste, diese aber die größte Seite des Vierecks. Es sei z. B. der Durchmesser eines Baums frey vom Splint = 30 Zoll; so ist das Quadrat desselben = 900; davon $\frac{1}{3}$ giebt 300, und hieraus die Quadratwurzel ist 17′,3. $\frac{2}{3}$ von 900 ist = 600. Hieraus $\sqrt{\ }$ ist = 24, 5″ für die größte Seite des Balken.

Den Flächeninhalt von der runden Seitenfläche eines Cylinders, wird gefunden, wenn man den Umfang des Cylinders mit der Höhe desselben, multipliciret.

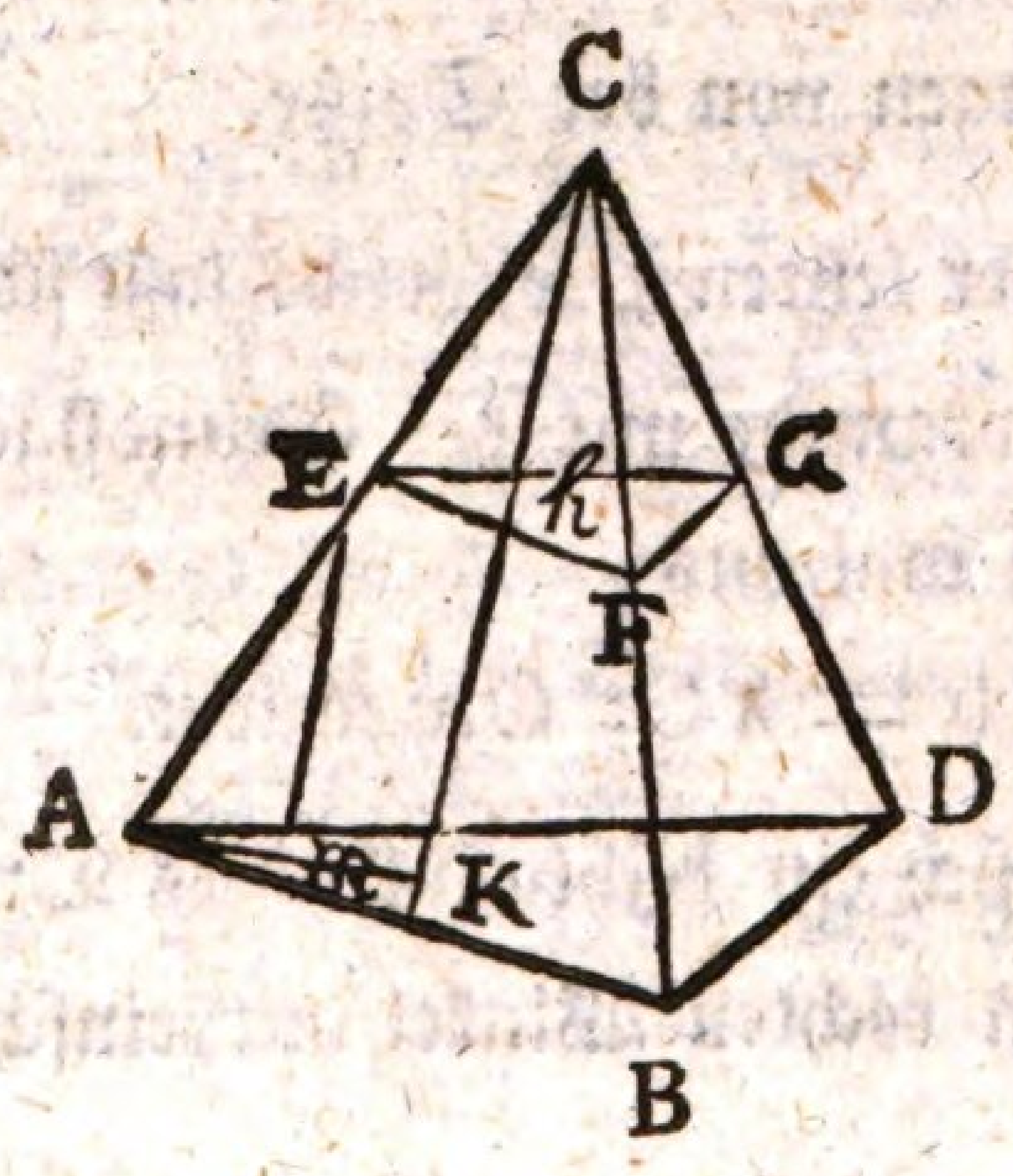
Wenn man ein Dreyeck, oder auch eine vielseitige Figur zur Grundfläche annimmt, und von einem belie-

beliebigen Punkte, welcher außerhalb der Grundfläche liegt, gerade Linien nach den Ecken der Grundfläche zieht, so entstehet ein Körper, der unter dem Namen der Pyramide bekannt ist. So viel Seiten die Grundfläche hat, von eben so vielen Seitenflächen, die Dreyecke sind, wird die Pyramide eingeschlossen.

Ist die Grundfläche ein reguläres Vieleck, und läßt sich aus dem Punkte, der über der Grund fläche liegt, ein Kreis beschreiben, der um die vielseitige Grundfläche geht, so sind die Seitenflächen der Pyramide gleichschenkligte Dreyecke, und sich alle einander gleich. Die Linie, welche von dem Punkte auf die Grundfläche gezogen, heißt die Axe der Pyramide.

Jeder Schnitt EFG, in einer Pyramide CABD, (Fig. 89) der mit der Grundfläche ABD parallel geht, ist der Grundfläche ähnlich.

Fig. 89.



Da

Da der Schnitt E F G parallel mit der Grundfläche A B D geht, so ist auch E F parallel mit A B, und F G parallel mit B D; folglich E F G = A B D. Demnach

ist $EF : AB = CF : CB$

und $FG : BD = CF : CB$

Also $EF : FG = AB : BD$.

Man lasse ferner C k aus der Spitze auf die Grundfläche A B D herab, so wird die Ebene A C k, die beiden parallel. Ebenen, A D B und E F G, in E h und A k schneiden; diese werden sich ebenfalls parallel seyn. Daher ist

$Ak : Eh = Ck : Ch$

und $Ak : Eh = CA : CE = CB : CF$

demnach ist $Ck : Ch = CA : CE = CB : CF = AB : EF$

Da die Dreyecke A B D und E F G, einander ähnlich sind, so ist $\triangle ABD : \triangle EFG = AB^2\ EF^2 = Ck^2\ Ch^2$

oder die Durchschnitte verhalten sich, wie die Quadrate der Entfernungen von der Spitze.

Nach dieser letzten Proportion läßt sich jeder Durchschnitt der Pyramide mit der Grundfläche berechnen, da C h sich allemal aus

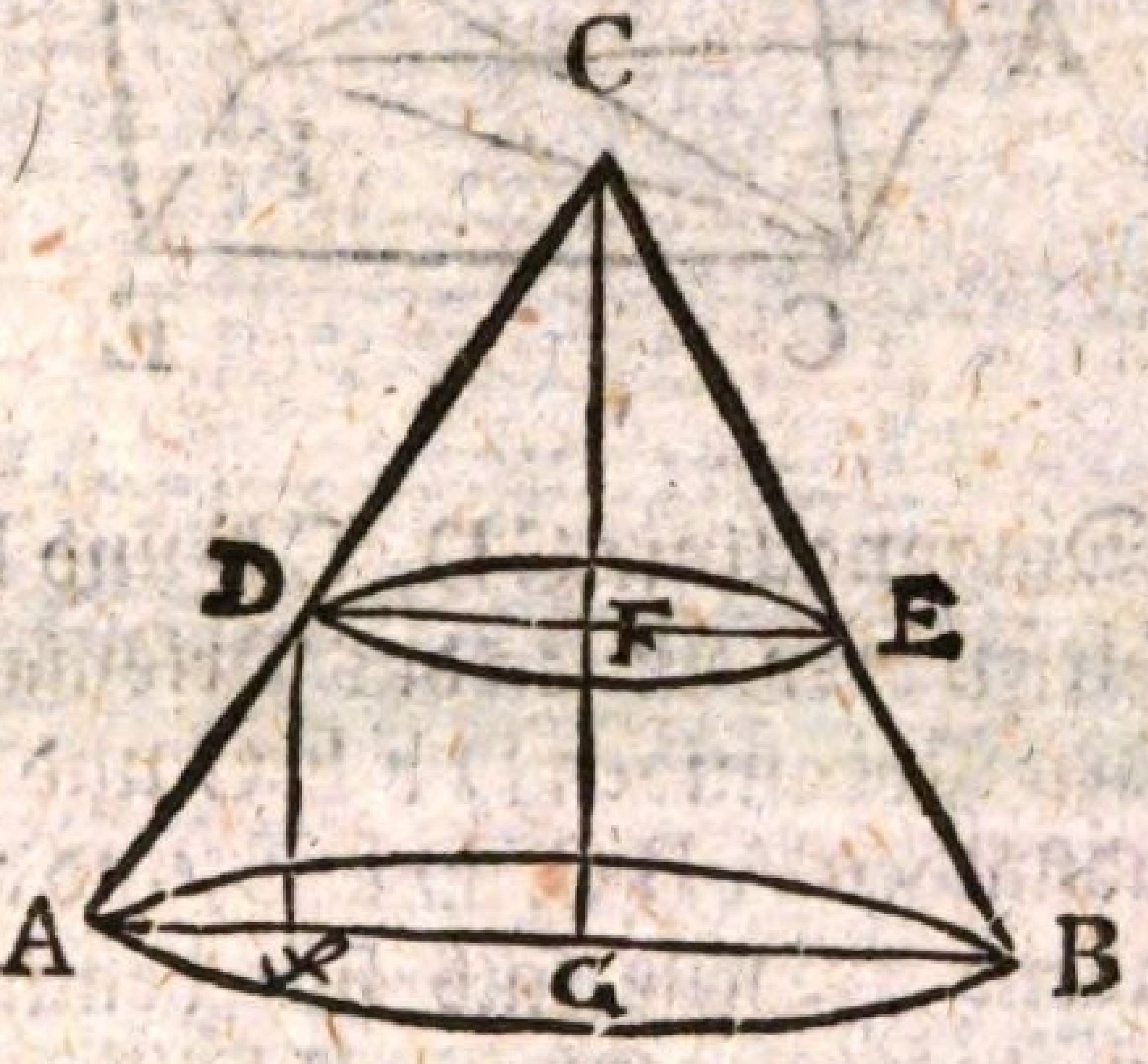
$Ak : Eh = kC : Ch$ ergiebt.

Bewegt sich ein rechtwinklichtes Dreyeck um eine Seite, die den rechten Winkel mit einschließet, so beschreibt

schreibt dasselbe einen senkrechten Kegel, (Conus) der aus einer Kreisrundenfläche, als Grundfläche, und einer krummen, in eine Spitze zusammenlaufende Seitenfläche besteht.

Eine Linie CG, (Fig. 90) auf die Grundfläche des Kegels ACB gelassen, heißt des Kegels Axe. Steht sie senkrecht auf derselben, so heißt der Kegel ein senkrechtstehender, sonst ein schiefer.

Fig. 90.



Eine Fläche, durch die Axe gelegt, giebt bei einem senkrechten Kegel, ein gleichschenkligtes Dreyeck. Jeder Schnitt DFE, der mit der Grundfläche AB geschiht, ist der Grundfläche ähnlich, und daher ein Kreis. Denn

$CG : CF = AG : DF$. Nun ist AG der Radius des parallelen Schnitts, der Punkt mag übrigens liegen wo er will. Ferner verhält sich $AB : DE = AG^2 : DF^2 = CG^2 : CF^2$; oder die Durchschnitte des Kegels verhalten sich zu einander wie die Quadraten der Entfernung von der Spitze des Kegels. Die Entfernung CF ergiebt sich aus

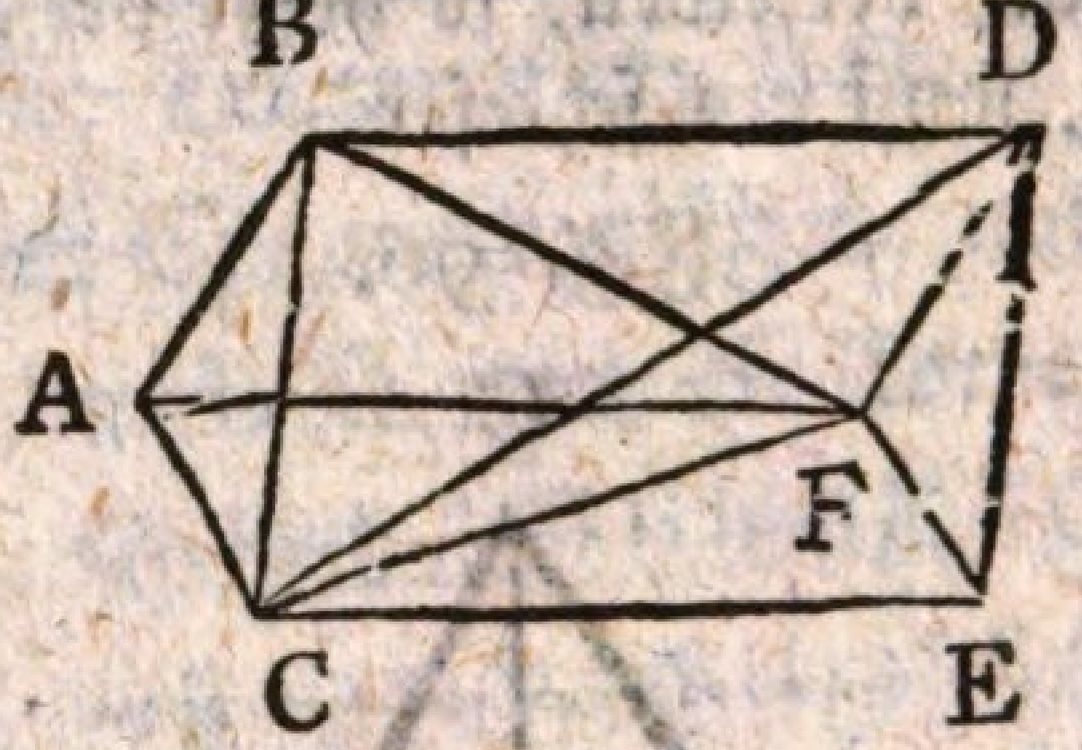
$AG : DF = GC : CF$; und die Kreisfläche DE, aus $CG^2 : CF^2 = AB : DE$.

Pyra-

Pyramiden und Kegel, die gleiche Grundfläche und Höhen haben, sind gleichen Inhalts.

Jedes dreyseitiges Prisma ABCDEF, (Fig. 91) wird in drey gleiche Pyramiden eingetheilet.

Fig. 91.



Ziehe die Diagonallinie CD, CF und BF, und zerschneide nach diesen drey Linien das Prisma, so entstehen erstlich die beiden Pyramiden DFEC und ABCF, die einerlei Grundflächen ABC, DFE und gleiche Höhen AF, CE haben. Diese sind sich demnach einander gleich. Der noch übrige Körper BDFC, ist auch eine Pyramide, deren Grundfläche BDF ist, und deren Spitze in C fällt. Vergleicht man nun mit dieser, die Pyramide ABFC, und nimmt die Seitenfläche derselben ABF, für die Grundfläche an, so ist diese, der Grundfläche BDF, der Pyramide BDFC gleich, und beyde haben ihre Spitze in C; demnach sind auch diese beiden sich gleich, folglich auch alle drey Pyramiden. Also ist eine Pyramide, welche einerley Grundfläche und Höhe mit einem Prisma hat, der dritte Teil von demselben.

Und da sich eine Pyramide in einen Kegel verwandelt, wenn die Grundfläche derselben, in einen Kreis über geht, so muß auch ein Kegel der dritte Theil von einem Cylinder seyn, der einerlei Grundfläche und Höhe mit ihm hat.

Nr. 37.

Anleitung
zum
gemeinnützigen Unterricht
für
Handwerker, Künstler u. Fabrikanten
über die
praktischsten Grundsätze
mathematischer, physischer, chemischer und technologischer Kenntnisse.

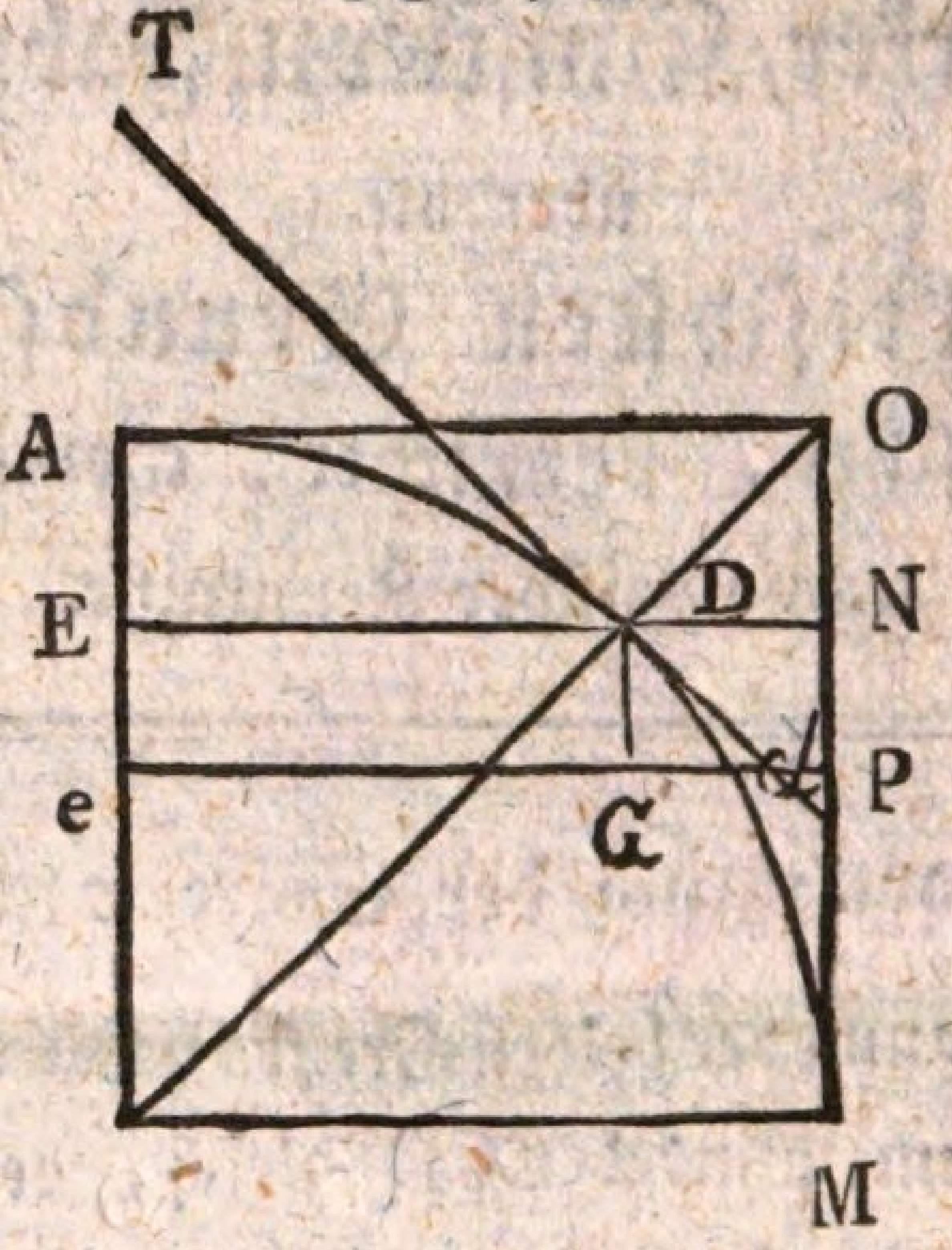
(Fortsetzung der Seite 288.)

Die Neigung der beiden Kreise PIDM und PKEM, ist dem Winkel ECD gleich, der durch den Bogen DE gemessen wird. Ist ADEB ein größter Kreis, so sind PD und PE Quadranten, und zugleich das Maaß der Winkel PCD und PCE. Die Winkel DPA und DPB, heißen sphärische Nebenwinkel, und sind zweyen rechten Winkeln gleich; denn das Maaß derselben ist der Halbkreis AGB.

Die beiden Bogen IK und DE, der beyden parallel Kreise, sind einander ähnlich. Denn in der Ebene des Kreises PDM, ist HI parallel mit CD, und in der Ebene PKM, ist HK parallel mit CE, folglich IHK = DCE.

Um den Pol von einem gegebenen Kreise zu finden, setze man auf demselben einen andern Kreis senkrecht, und zähle von diesem 90° ab.

Fig. 94.



In dem sich der Quadrant ADM um AC bewegt, so beschreibt derselbe die halbe Kugel. ED und ed, stellen ein paar Halbmesser vor, die sehr nahe bei einander liegen, und die ebenfalls bei der Umdrehung des Quadranten, ein paar Kreise beschreiben. Dd sei ein Theil von der Tangente Td, die bei dieser Voraussetzung wenig von dem Bogen Dd abweicht. Verlängert man die sehr kleine Linie Dd, so wird selbige den verlängerten Halbmesser CA in T schneiden, wodurch die △TED und Ted entstehen, die während der Umdrehung des Quadranten, ein Paar

Kegel

Kegel beschreiben. Nimmt man von der Oberfläche des Kegels Ted, die, des Kegel TED ab, so bleibt das Stück EDed übrig, welches ein sehr schmales Stück der Oberfläche der Kugel ausmacht. Da wir aber angenommen haben, daß ed der ED sehr nahe liegt, und wenn man aus D auf ed das Perpendickel DG herabfallen läßt, so wird auch diese Linie nur sehr wenig von Dd abweichen. Mithin läßt sich das schmale Streifgen der Oberfläche der Kugel EDed, als die Oberfläche eines Cylinders ansehen, wovon ed der Halbmesser der Grundfläche ausmacht, und DG = Ee die Höhe ist. Diese läßt sich also nach dem vorhergehenden berechnen. Sehr viele von diesen kleinen Streifchen machen aber die ganze halbe Oberfläche der Kugel aus. Um die Oberfläche des kleinen Cylinders zu berechnen, muß man den Umfang des Kreises von ed oder Ed, mit der Höhe Ee multipliciren. Nun sei das Verhältniß des Durchmessers zum Umfange, wie 1 : 3, 14, so ist der Umfang des Cylinders von EDed = $3,14 \times 2 . ed = 2 \times 3,14 \times ed$; und die Oberfläche desselben = $2 \times 3,14 \times ed \times Ee$. Bei dem Quadranten ADM, geht ed in CM, und Ee in AC über; mithin ist die Oberfläche der halben Kugel = $2 \times 3,14 \times CM \times AC$; aber AC ist = CM, also $2 \times 3,14 \times CM \times CM = 2 \times 3,14 \times CM^2$; folglich die ganze Oberfläche der

Kugel

Kugel = $4 \times 3,14 \times CM^2$. Nun ist der Inhalt des größten Kreises der Kugel = $3,14 \times CM^2$; denn $1 : 3,14 = 2\,CM : 2 \times 3,14 \times CM$ = dem Umfange desselben. Wird dieser mit dem halben Radius = $\frac{1}{2}$ CM, multiplicirt, so bekommt man den Inhalt des größten Kreises. Also = $3,14 \times CM^2$; diesen mit 4 multiplicirt, giebt $4 \times 3,14 \times CM^2$; einerley mit dem vorhergefundenen Inhalte.

Die Oberfläche der Kugel ist also viermal so groß, als der Flächen Inhalt des größten Kreises der Kugel. Für eine andere Kugel, deren Halbmesser = cm, ist die Oberfläche = $4 \times 3,14 \times cm^2$. Die Oberflächen derselben verhalten sich also, wie $4 \times 3,14 \times CM^2 : 4 \times 3,14 \times cm^2$ das ist, wenn man die beiden Glieder mit $4 \times 3,14$ theilet, wie $CM^2 : cm^2$, oder wie die Quadrate ihrer Halb- oder Durchmesser.

Der Durchmesser von einer Kugel sei z. B. = 6″4‴ zwölftheiliges Maaß, so ist der Umfang derselben = 238,64 Zoll, und der Inhalt des größten Kreises = 4534,16□″. Folglich die Oberfläche der Kugel = 4 × 4534,16□″ = 18136,64□″ = 125□′ 136,64□″.

Die Rechnung läßt sich beträchtlich abkürzen, wenn man den Umfang des größten Kreises, sogleich mit dem Durchmesser der Kugel multipliciret.

Den

Den körperlichen Inhalt der Kugel zu finden.

Bei der Berechnung der Oberfläche der Kugel, haben wir den Quadranten ADM (Fig. 93.) um AC sich bewegen lassen, um die Entstehung der halben Kugel erklären zu können; und aus eben dem Grunde können wir auch annehmen, daß ein Cylinder, und zu gleicher Zeit auch ein Kegel beschrieben werde, wenn sich im ersten Falle das Quadrat AOCM, im zweyten aber das Dreyeck CAO um AC bewegt. Der Durchmesser des Cylinders und des Kegels, ist einerley mit dem Durchmesser der Kugel, und beyde haben zur Höhe den Halbmesser derselben.

Mit AO ziehe man ehGP parallel, so kann diese Linie der Durchschnitt einer sehr schmalen Scheibe von dem Cylinder, der Kugel, und dem Kegel vorstellen. Oder eP ist ein Durchschnitt des Cylinders, ed, ein Durchschnitt der Kugel und eh ein Durchschnitt des Kegels. Cylinder und Kegel lassen sich berechnen. eh, ed und eP, sind Durchschnitte von Kreisflächen, und diese verhalten sich bekanntlich zu einander, wie die Quadrate ihrer Halbmesser. Nun ist $Cd^2 = Ce^2 + ed^2$. Cd ist aber $= CM = eP$; also $eP^2 = ed^2 + eC^2$. Aber eC ist $= eh$, (weil $AO = AC$ und eh mit AD parallel ist) folglich ist $eP^2 = eh^2 + ed^2$;

aber

aber ed^2 ist $= eP^2 - eh^2$. Nun ist ed der Durchschnitt der Kugelscheibe, und eP der des Cylinders, so wie eh der Durchschnitt des Kegels ist. Was von einer Scheibe gilt, trift auch bei allen übrigen ein, und eine unendliche Summe derselben, machen die Kugel aus. Folglich ist der Inhalt der halben Kugel, = dem Inhalte des Cylinders weniger dem Kegel, der einerlei Durchmesser mit der Kugel und zur Höhe den Halbmesser derselben hat. Also die ganze Kugel = dem Inhalte eines Cylinders weniger dem, eines Kegels, deren Höhe und Durchmesser einerley ist mit dem der Kugel. Nun ist der Kegel $\frac{1}{3}$ von einem Cylinder, der mit ihm einerley Höhe und Durchmesser hat; also der körperliche Inhalt der Kugel = $\frac{2}{3}$ von einem Cylinder, dessen Durchmesser und Höhe einerley ist, mit dem Durchmesser der Kugel.

Cylinder, Kugel und Kegel, verhalten sich demnach zu einander wie 3, 2 und 1.

Oder der körperliche Inhalt einer Kugel kommt heraus, wenn man den Inhalt eines Cylinders berechnet, der zum Durchmesser und zur Höhe, den Durchmesser der Kugel hat, und von diesem $\frac{2}{3}$ nimmt.

Es sei z. B. der Durchmesser einer Kugel = 3′ 4″ im zwölftheiligen Maaße, so ist der Inhalt eines Cylinders der eben den Durchmesser, und eben die Höhe hat = 50240 Kub.″ Nimmt man davon zwey Drittel, so erhält man = 33493. $\frac{1}{3}$ Kub.″ für den Inhalt der Kugel.

Der

Der Kubus, welches über dem Durchmesser einer Kugel beschrieben wird, verhält sich zu dem Inhalte der Kugel, wie 300 : 157 beinahe.

Der Durchmesser der Kugel sey = 100, so ist der Umfang = 314, und die Kreisfläche = 7850; folglich der Cylinder = 785000; und die Kugel = $523333\frac{1}{3}$. Der Kubus von 100 ist = 1000000: mithin verhält sich dieser zum Inhalte der Kugel, wie 1000000 ; $523333\frac{1}{3}$ das ist 3000000 : 1570000 = 300 : 157.

Wenn man nach diesem Verhältnisse den Inhalt einer Kugel finden will, muß man von dem gegebenen Durchmesser den Kubus machen, diesen mit 157 multipliciren und mit 300 dividiren, der Quotient giebt den Inhalt der Kugel. Ist der Inhalt einer Kugel bekannt, so läßt sich nach diesem Verhältnisse der Durchmesser finden: zu dem Ende muß der Inhalt mit 3000 multiplicirt, das Produkt aber mit 157 dividiret, und aus dem Quotienten die Kubicwurzel gezogen werden.

Nach diesem Verhältnisse kann man auch zeigen, daß sich die Kugeln, wie die Kubi ihrer Durchmesser verhalten. Zwey Kugeln deren Durchmesser sich wie 1 : 2 verhalten, deren Inhalt verhält sich wie 1 : 8.

Die Kugel läßt sich auch als eine Pyramide ansehen, deren Grundfläche mit der Oberfläche der Ku-

gel

gel übereinkommt, zur Höhe aber den Radius der Kugel hat. Man berechne demnach die Oberfläche der Kugel, und multiplicire diese mit $\frac{1}{3}$ des Halbmessers, so giebt das Produkt den körperlichen Inhalt der Kugel.

Darnach läßt sich auch der Inhalt von allen den sogenannten regulären Körpern berechnen, weil diese nur wie vielseitige Pyramiden an zu sehen sind, von deren Zusammensetzung und Berechnung aber, soll das nähere in den Vorlesungen gezeiget werden.

Aufgabe. Den körperlichen Inhalt eines Kugelstücks Aed (Fig. 94.) zu finden.

Auflösung. Berechne erstlich den Inhalt eines Cylinders, der eP zum Halbmesser und eA zur Höhe hat; alsdann den abgeköpften Kegel AOeh, wovon die beiden Halbmesser AO und eh gegeben sind. Ziehe den Inhalt desselben, von dem, des Cylinders ab, so bleibt der Inhalt für das Kugelstück Aed übrig.

Ende des ersten Bandes.

Bayerische Staatsbibliothek MÜNCHEN

BSB Bayerische StaatsBibliothek

MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Brodhagen, Peter Heinrich Christoph, 1753-1805

Anleitung zum gemeinnützigen Unterrricht für Handwerker, Künstler und Fabrikanten über die praktischen Grundsätze, mathematischer, physischer, chemischer und technologischer Kenntnisse
Bd.: Erster Band

Hamburg 1792

Techn. 27-1
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10304459-3
VD18 90649346